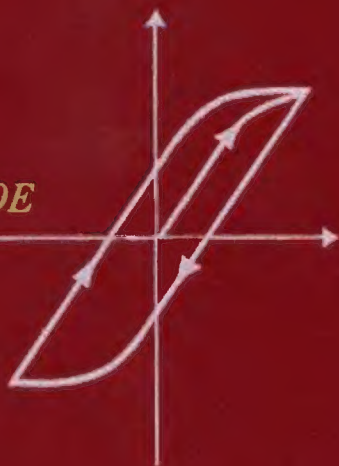


С. В. Серенсен, В. П. Козаев, Р. М. Шнейдерович

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И РАСЧЕТЫ ДЕТАЛЕЙ МАШИН НА ПРОЧНОСТЬ

СПРАВОЧНОЕ

ПОСОБИЕ



6П5.1

С32

УДК 621.81 (031)

Серенсен С. В., Когаев В. П., Шнейдерович Р. М.

С32 Несущая способность и расчет деталей машин на прочность. Руководство и справочное пособие. Изд. 3-е, перераб. и доп. Под ред. С. В. Серенсена. М., «Машиностроение», 1975.

488 с. с ил.

В книге изложены общие принципы расчета несущей способности элементов конструкций машин, методы расчета прочности при статическом, повторно-статическом нагружении и переменных напряжениях. Рассмотрена зависимость прочности от конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов, от повышенных температур, коррозионности сред. В третье издание (2-е изд. 1963 г.) включены результаты новых исследований прочности и пластичности, а также примеры расчета прочности деталей.

Книга предназначена для инженеров-конструкторов и расчетчиков машиностроительных заводов, специалистов в области прочности проектных и научно-исследовательских институтов.

С $\frac{31301-610}{038(01)-75}$ 3-74

6П5.1

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение (С. В. Серенсен)	5	Глава 4. Несущая способность и расчеты на прочность при длительном статическом и циклическом нагружении в условиях повышенных температур (С. В. Серенсен, Р. М. Шнейдерович)	187
Глава 1. Несущая способность и расчет на прочность в вязком состоянии при статическом нагружении (Р. М. Шнейдерович)	10	1. Сопrotивление длителъно-статическому деформированию	187
1. Сопrotивление статическому пластическому деформированию	10	2. Сопrotивление длителъно-циклическому деформированию и разрушению	199
2. Напряженно-деформированное состояние при статическом упруго-пластическом деформировании	16	3. Пределъные состояния и несущая способность при статическом нагружении	212
3. Пределъные состояния и несущая способность при статическом нагружении	71	4. Сопrotивление усталости при длителъном действии переменных напряжений	216
Список литературы	76	Список литературы	226
Глава 2. Несущая способность и основы расчета на прочность при малом числе циклов нагружения (Р. М. Шнейдерович)	77	Глава 5. Несущая способность и расчет на прочность деталей при хрупком состоянии материала и на стадии распространения трещин (С. В. Серенсен)	228
1. Сопrotивление циклическому пластическому деформированию	77	1. Критерии сопротивления хрупкому и квазихрупкому разрушению	228
2. Напряженно-деформированное состояние при циклическом упруго-пластическом деформировании	94	2. Экспериментальное определение характеристик сопротивления материалов и элементов конструкций хрупкому разрушению	239
3. Пределъное состояние и несущая способность при циклическом упруго-пластическом деформировании	107	3. Определение несущей способности и расчет на прочность по сопротивлению возникновению хрупкого разрушения	246
Список литературы	118	4. Критерии сопротивления распространению трещин при циклическом нагружении	249
Глава 3. Несущая способность и основы расчета на прочность при переменных напряжениях (В. П. Козаев)	119	Список литературы	252
1. Возникновение и развитие усталостных повреждений металла	119	Глава 6. Статистические закономерности усталостного разрушения и вероятностные методы расчета деталей машин на усталость (В. П. Козаев)	255
2. Экспериментальное определение характеристик сопротивления усталости	124	1. Вероятностная оценка прочности	255
3. Факторы, влияющие на сопротивление усталости деталей машин	130	2. Статистическая оценка расчетных характеристик сопротивления усталости деталей машин	256
4. Технологические методы повышения выносливости деталей машин	147		
5. Влияние коррозии на сопротивление усталости	161		
6. Расчет на прочность при установившихся режимах переменных напряжений	169		
7. Расчеты на усталость при амплитудах напряжений, меняющихся во времени	175		
Список литературы	184		

3. Вероятностные методы расчета на усталость деталей машин	280	2. Влияние технологических дефектов сварки на выносливость сварных соединений	379
4. Примеры расчета	303	3. Расчет на прочность сварных соединений	380
Список литературы	311	Список литературы	389
Глава 7. Прочность валов и осей (Р. М. Шнейдерович)	314	Глава 10. Расчет элементов сосудов под давлением и компенсирующих элементов (Р. М. Шнейдерович)	391
1. Прочность валов в зависимости от конструктивных и технологических факторов	314	1. Цилиндрические сосуды и примыкающие к ним элементы	391
2. Расчет валов на прочность	320	2. Линзовые и торовые компенсаторы и гибкие трубопроводы	396
3. Примеры расчета валов	332	Список литературы	416
Глава 8. Расчет резьбовых соединений (Р. М. Шнейдерович)	347	Глава 11. Справочные данные (В. П. Козаев, Р. М. Шнейдерович)	417
1. Метод расчета болтов на статическую прочность и выносливость	347	1. Механические свойства конструкционных материалов	417
2. Порядок расчета резьбовых соединений	356	2. Статическая и малоцикловая несущая способность	417
3. Примеры расчета	357	3. Средние значения пределов выносливости деталей машин	427
Глава 9. Прочность сварных соединений (В. П. Козаев)	364	Список литературы	480
1. Сопrotивление усталости сварных соединений	364	Предметный указатель	481

Предельные состояния, несущая способность и запасы прочности. Прочность элементов конструкций оценивается на основе сопоставления возникающих в них усилий от действующих механических нагрузок, тепловых, магнитных и других полей с теми усилиями, которые приводят эти элементы в предельные состояния. Критерии предельных состояний различны в зависимости от условий работы конструкций, механических свойств применяемых материалов, режимов нагружения и тепловых условий.

Материалы могут быть в вязком состоянии, при котором их разрушению предшествует существенная пластическая деформация и соответствующие затраты механической энергии. Они могут быть в хрупком состоянии, когда их разрушению не предшествует существенная пластическая деформация и процесс разрушения протекает быстро. Их состояния могут быть и промежуточными, когда разрушения сопровождаются незначительными пластическими деформациями и развиваются с невысокими скоростями. При длительных и циклически меняющихся нагрузках медленно протекающие процессы изменения состояния материала порождают явления замедленных во времени усталостных разрушений. В случае длительных статических нагрузжений в условиях повышенных температур медленно протекающие процессы ползучести и изменения состояния материала являются причиной их замедленного во времени длительного статического разрушения. На состояние материала и его изменения в процессе эксплуатации может оказывать существенное влияние среда (например, поля радиации и высокочастотных механических колебаний).

Для ряда материалов тепловые условия являются важнейшим фактором,

определяющим их состояние в конструкции. При пониженных температурах появляется склонность к хрупким состояниям, главным образом у металлов на основе железа. Повышенные температуры, особенно длительные выдержки при них, вызывают явления старения и охрупчивания. Многие высокопрочные материалы оказываются в хрупком состоянии в широком диапазоне эксплуатационных температур. Это свойственно материалам на основе керамики, кварца, стекла, тугоплавких металлов типа хрома и вольфрама, углерода и ряда других химических элементов.

Предельная несущая способность деталей конструкций при вязком состоянии материала рассматривается как такая стадия их нагружения, после которой существенное изменение размеров происходит без значительного увеличения нагрузки, т. е. наступает быстро развивающееся формоизменение. В ряде конструкций предельное состояние такого типа определяется наибольшими допустимыми остаточными перемещениями из условий сопряженной работы с другими узлами. Например, допустимая вытяжка диска турбомшины зависит от регламентированных зазоров между ротором и корпусом. Образованию предельных состояний предшествует существенное упруго-пластическое перераспределение деформаций и напряжений, поэтому расчетное определение усилий, отвечающих предельным состояниям, требует решения соответствующих задач методами теории пластичности и в частных случаях способами сопротивления материалов. При повторном, ограниченном по числу циклов нагружении за пределами упругости перераспределение напряжений и деформаций может приводить к затуханию накопления пластической деформации, т. е. приспособляемости,

Предельное состояние деталей конструкций при хрупком или переходном (квазихрупком) от хрупкого к вязкому состоянию материала рассматривается как такая стадия статической или быстро протекающей деформации, при которой возникают условия быстрого развития трещины как существующих в исходном состоянии, так и возникающих от других источников их инициирования (коррозионных дефектов, механических повреждений поверхности и т. д.). С быстрым развитием трещин, которому обычно в металлах сопутствуют незначительные местные пластические деформации, связан механизм хрупкого или квазихрупкого разрушения. Этот процесс имеет ряд особенностей на стадии инициирования, распространения или останова хрупкого разрушения (если последняя имеет место в силу особенностей распределения напряжений или свойств материала детали в зонах хрупкого разрушения). Он также существенно зависит от степени хрупкости металла детали, т. е. от уровня тех незначительных пластических деформаций, которые сопутствуют быстрому разрушению.

Критерии хрупкого разрушения и разрушения на стадии распространения трещин особенно актуальны при оценке прочности конструкций и их элементов, изготовленных как из высокопрочных, так и мягких углеродистых сталей, изделий и сооружений, работающих при низких климатических или технологических температурах (криогенное оборудование), а также конструкций больших габаритов и толщин, сварных и литых, широко используемых в современном тяжелом и энергетическом машиностроении, судостроении и инженерных сооружениях.

Многие конструкции этого типа в процессе работы испытывают многократное нагружение усилиями, порождающими в них повторные пластические деформации с ограниченным за весь ресурс числом циклов (измеряемым тысячами). Эти повторные пластические деформации являются причиной возникновения трещин малоциклового усталости; в этом случае рассматривают малоцикловые предельные состояния элементов конструкций, как такие,

при которых либо только возникает трещина усталости, либо она достигает критических размеров, инициирующих хрупкое разрушение. Малоцикловые предельные состояния образуются в результате процессов циклического упруго-пластического перераспределения деформаций и напряжений в деталях. Расчет соответствующих усилий и чисел циклов основывают на решении задач пластичности, имея в виду, что условия возникновения трещин малоциклового усталости определяются деформационными критериями в зонах концентрации.

При длительной работе элементов конструкций под переменными напряжениями с большим числом циклов (исчисляемым миллионами) предельные состояния определяются в основном теми изменениями состояния металла, которые постепенно в нем накапливаются в результате циклического деформирования (процесс усталости). Напряженное состояние в этом случае обычно рассматривают как упругое и неизменное во времени, хотя в состав деформаций входит некоторая доля пластических, особенно на начальных стадиях процесса. Предельное состояние характеризуется теми усилиями и пропорциональными им местными напряжениями в зонах концентрации, которые вызывают зарождение усталостной трещины (в пределах в основном упругих деформаций) после определенного числа циклов. Условия возникновения трещин определяются критериями усталостного разрушения, отражающими как циклические свойства металла, так и особенности распределения напряжений в зонах концентрации.

Если конструкции работают в условиях повышенных температур, то время становится одним из факторов, обуславливающих образование предельных состояний. Это является следствием постепенного изменения механических свойств материала и перераспределения деформаций и напряжений в детали в результате ползучести. В деталях, находящихся под длительным статическим нагружением, предельное состояние определяется той стадией пребывания под нагрузкой, когда в результате перераспределения и накопления деформаций в зонах наибольшей

напряженности возникают трещины длительного статического разрушения. Расчет соответствующих усилий и времени основывают на решении задач ползучести, позволяющих определить накопление деформаций в зонах их концентрации и использовать критерии длительного статического разрушения, т. е. образования трещины замедленного хрупкого разрушения.

При циклически меняющемся длительном нагружении в нагретом состоянии в детали протекают процессы перераспределения деформаций и напряжений в результате как активного деформирования при изменении нагрузки, так и ползучести или релаксации во время выдержек в нагруженном и деформированном состояниях. Расчет усилий, чисел циклов и времен, соответствующих предельным состояниям, основывают на решении задач об упруго-пластическом распределении деформаций и напряжений в зонах концентрации в зависимости от циклов и времени, а также на использовании критериев разрушения (возникновения трещины) в условиях сочетания длительных статических и циклических изменений, постепенно протекающих в материале.

Таким образом, анализ предельных состояний на основе рассмотрения деформированных состояний в кинетическом смысле и привлечения критериев возникновения трещин или предельно допустимых перемещений позволяет определять соответствующие предельные усилия, числа циклов и время, которые и характеризуют несущую способность детали. Предельным силовым фактором (обозначаемым в общем случае $Q_{\text{пред}}$) может быть сила, момент, давление.

Когда нагрузка от внешних воздействий $Q_{\text{раб}}$ создает состояние, не достигающее предельного для детали, то запас ее прочности определяют по формуле

$$n_Q = \frac{Q_{\text{пред}}}{Q_{\text{раб}}}.$$

Так как во многих случаях предельные и рабочие состояния деталей соответствуют упруго-пластическим стадиям деформирования, то деформации и напряжения непропорциональны уси-

лиям. Из этого следует, что запас прочности, вычисляемый по напряжениям или деформациям,

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{\sigma_{\text{раб}}} \quad \text{или} \quad n_{\epsilon} = \frac{\epsilon_{\text{пред}}}{\epsilon_{\text{раб}}},$$

не равен n_Q .

Использование коэффициента запаса n_Q по предельной нагрузке позволяет отразить особенности непропорционального (нелинейного) перехода детали к предельному состоянию в процессе ее нагружения. В пределах упругих деформаций в частных случаях напряжения также могут быть непропорциональны силам, например, при контактных деформациях или при изменении опорных условий с ростом нагрузки.

При определении предельных усилий, т. е. несущей способности элементов конструкций, используют характеристики сопротивления материалов пластическим деформациям (пределы текучести или ползучести) и разрушению (пределы прочности, критические деформации или глубины трещин, число циклов или время, необходимое для образования трещин). Для сложных напряженных состояний используют условия пластичности или ползучести, а также критерии прочности (применительно к статическому или циклическому нагружению).

Для напряженных состояний, возникающих в зонах контактных деформаций (локальное соприкосновение цилиндрических, сферических или других поверхностей), вводят понятие о контактных пределах текучести, прочности и усталости. Последние обычно тем более превышают соответствующие характеристики при одноосном напряженном состоянии, чем более пластичен металл и чем ближе напряженное состояние к объемному сжатию. Эти превышения достигают двукратных и больших значений. Контактные пределы прочности оцениваются в зависимости от твердости металла. Вопросы контактной несущей способности и соответствующие расчеты деталей конструкций в данной книге не рассматриваются.

Для оценки предельных состояний и несущей способности при длительной работе или большом числе циклов

нагружения (для обычных и повышенных температур) используют представления о запасах по ресурсу (или долговечности):

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{\text{пред}}}{\tau_{\text{раб}}} \quad \text{или} \quad n_N = \frac{N_{\text{пред}}}{N_{\text{раб}}}.$$

Эти критерии отражают особенности кинетики перехода к предельным состояниям в упруго-пластической, временной и циклической трактовке.

Сопротивление материалов деформациям и разрушению. Предельные состояния на стадии развития разрушения. Из изложенного следует что определение несущей способности требует решения задач об упруго-пластическом напряженном состоянии и в ряде случаев в температурно-временной постановке. Для этих решений используют зависимости, связывающие напряжения, деформации, время, число циклов, температуру. Поэтому, наряду с обычными условиями пластичности для монотонного или циклического нагружения, применяют уравнения состояния, описывающие процессы циклической пластической деформации, а также деформации ползучести и релаксации. В отдельных случаях эти процессы необходимо рассматривать в неизотермических условиях. Соответствующие феноменологические закономерности вытекают из экспериментальных исследований и гипотез.

Для большинства случаев определения несущей способности основное значение имеют критерии сопротивления разрушению, как замедленному в случае циклического и длительного статического нагружения, приводящего к развитию трещин, так и быстро протекающему в случае инициирования трещин хрупкого разрушения. Иницирование возникает в зонах наиболее интенсивных изменений состояния материалов и напряженного состояния в деталях, обычно связанных с концентрацией напряжений, вызванной геометрическими очертаниями детали или наличием в ней макроскопических дефектов. Эти критерии отражают состояние материала, особенности его физико-механических свойств, его емкость напряженного состояния, историю циклического или длительного статического нагружения. Так как большинст-

ву замедленных разрушений предшествуют пластические деформации, то достигнутые деформации и процесс их накопления — основные аргументы критериев возникновения разрушения, особенно малоциклового и длительного статического.

В связи с развитием методов и средств обнаружения и измерения возникающих и развивающихся трещин в элементах конструкций представляется целесообразным дать оценку их несущей способности в зависимости от стадии разрушения. Такая оценка должна основываться на закономерностях развития трещин при циклическом нагружении, установленных методами механики разрушения при рассмотрении предельных состояний, соответствующих росту трещины до критических размеров. Запас прочности в этом случае рассматривается в ресурсном смысле, как отношение времени или числа циклов, необходимых для достижения предельного состояния, к времени или числу циклов, нарабатываемому за время службы, т. е. n_{τ} или n_N . Закономерности развития трещин при циклическом и длительном статическом нагружении выражаются через значения интенсивности напряжений K_I (см. гл. 5). Последняя зависит от размеров трещины и условий нагружения, а также от параметров уравнений, описывающих механические свойства материала. Эти параметры зависят от температуры и изменения состояния материалов в процессе службы.

Вероятностная оценка прочности и ресурса элементов конструкций. Основные аспекты их расчета. Условия нагруженности элементов конструкций и характеристики прочности, обладают рассеянием, являющимся следствием изменчивости условий эксплуатации и отклонений в свойствах материалов и технологии изготовления изделий. Таким образом, в правой части ранее приведенных выражений для запасов прочности в силовых, деформационных и временных факторах числителям и знаменателям свойственны случайные отклонения. Статистическая оценка величин числителей и знаменателей в выражении запаса прочности отображается соответствующими функциями рас-

пределения типа нормального, нормально-логарифмического, Вейбулла и т. д. Запас прочности можно определять по средним (или медианным) значениям действующих усилий и несущей способности, либо по экстремальным (наибольшим по усилиям и наименьшим по несущей способности), определяемым с той или иной вероятностью. И в том и в другом случае необходимая величина запаса прочности определяется требованиями надежности в условиях работы. Надежность оценивается вероятностью возникновения разрушения отдельных элементов конструкций из общего числа работающих в изделиях рассматриваемого типа (например, клапанов поршневых двигателей, полуосей автомобилей, лопаток турбомашин и т. д.). Если запас прочности определять как отношение времен или чисел циклов (т. е. по ресурсу), то в этом случае он дает оценку вероятности выхода из строя в зависимости от длительности работы отдельных деталей из общего числа работающих в данных условиях, т. е. отражает распределение их сроков службы (см. гл. 6).

Вероятность разрушения при заданном ресурсе или при фиксированном времени эксплуатации зависит от запаса прочности. Таким образом, величина этого запаса определяется требованиями надежности в условиях эксплуатации в смысле возможности возникновения разрушения того или иного типа (циклического, хрупкого, длительного статического).

Если вероятность разрушения определять из рассмотрения развития тре-

щин, то скорости их распространения описываются статистически в связи со свойственным им рассеянием. Это позволяет оценить вероятность образования предельных состояний в зависимости от ресурса использования на стадии эксплуатации конструкции по данным контроля за появлением трещин и дефектов.

Изложенные в первых шести главах книги концепции предельных состояний и расчеты на прочность в упруго-пластической и температурно-временной постановке под длительным статическим и малоцикловым нагружением, а так же в усталостном и вероятностном аспекте под многоцикловым нагружением иллюстрируются в последующих четырех главах примерами расчетов конкретных конструктивных элементов. В соответствии с этим рассматриваются расчеты элементов сосудов и компенсаторов тепловых перемещений с упруго-пластическим перераспределением деформаций и усилий; расчеты циклической и статической несущей способности резьбовых соединений в связи с эффектами усталости и пластических деформаций; расчет валов и осей как деталей, работающих, в основном, на усталость при существенном влиянии факторов формы и технологии изготовления, расчет которых основывается на вероятностном подходе для оценки надежности; расчет на прочность сварных соединений, опирающийся на систематизированные экспериментальные данные о влиянии технологических и конструктивных факторов на статическую и циклическую прочность.

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ В ВЯЗКОМ СОСТОЯНИИ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

1. Сопротивление статическому пластическому деформированию

Сопротивление пластическому деформированию при линейном напряженном состоянии характеризуется диаграммой растяжения. Такая диаграмма может быть построена вплоть до разрушения.

При построении истинной диаграммы (рис. 1) по оси ординат откладывают истинное напряжение

$$s = \frac{P}{F_k}, \quad (1.1)$$

где P — сила, действующая на образец на данной стадии деформирования;

F_k — площадь сечения образца на этой стадии,

а по оси абсцисс — истинную деформацию

$$e_n = \int_{l_0}^{l_k} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_k}{l_0} = \ln \frac{1}{1-\psi}, \quad (1.2)$$

где l_0 и l_k — начальная и конечная длина образца;

ψ — относительное сужение поперечного сечения.

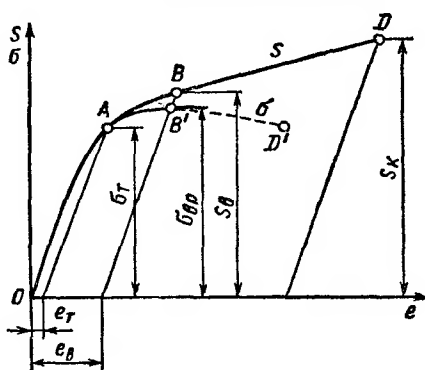


Рис. 1. Диаграмма деформирования при растяжении

В условной диаграмме деформирования координатами кривой служат условные напряжения $\sigma = \frac{P}{F_0}$ и дефор-

мация $e = \frac{\Delta l}{l_0}$. При малых значениях пластических деформаций, когда $P/F_0 = \sigma \approx s$, условные и истинные диаграммы совпадают. Расхождение диаграмм существенно проявляется к моменту достижения условными напряжениями величины предела прочности (временного сопротивления) $\sigma_{вр}$, соответствующего окончанию процесса равномерной по объему образца деформации и началу образования шейки (точка B'). Соответствующее истинное напряжение составляет s_B .

При дальнейшем растяжении деформация по длине образца становится неравномерной, сосредоточиваясь в области шейки. Точке D на истинной диаграмме и точке D' — на условной соответствует разрыв образца. Напряжение s_k называют истинным сопротивлением разрыву. Оно характеризует прочность материала при статических нагрузках. При разрушении образца с образованием выраженной шейки напряжение s_k также условно в связи с неравномерностью его распределения по сечению шейки.

На основании анализа напряженного состояния в шейке предложена формула для уточненного значения наибольшего истинного напряжения в сечении шейки [5]:

$$s_{\max} = \frac{s}{1 + \frac{a}{4R}}, \quad (1.3)$$

где R — радиус кривизны поверхности шейки;

a — радиус образца в шейке;

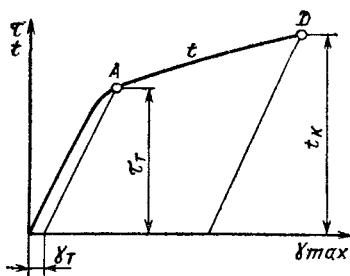


Рис. 2. Диаграмма деформирования при кручении образцов трубчатого круглого сечения

множитель $1 + \frac{a}{4R}$ зависит от величины сужения $\psi_B = \frac{F_B - F_K}{F_B}$.

На основании анализа истинных диаграмм деформирования при растяжении предложили следующую формулу для определения истинного сопротивления разрыву:

$$\sigma_K = \sigma_{вр} (1 + 1,35\psi). \quad (1.4)$$

Соппротивление действию касательных напряжений выявляется при чистом сдвиге. Такое напряженное состояние получается при испытании на кручение круглых трубчатых образцов. Соппротивление касательным напряжениям характеризуется диаграммой сдвига (рис. 2), по оси абсцисс которой отложены истинные деформации максимального сдвига

$$\gamma_{\max} = \frac{(e_n)_{\max} - (e_n)_{\min}}{2}, \quad (1.5)$$

где $(e_n)_{\max}$ и $(e_n)_{\min}$ — максимальные и минимальные истинные деформации, а по оси ординат — истинные касательные напряжения t .

При испытании тонкостенных трубчатых образцов радиуса r истинные напряжения сдвига, практически равные условным, вычисляют, исходя из предположения об их равномерном распределении по сечению, не изменяющемся в процессе деформации

$$t = \tau = \frac{M_{кр}}{2F_K \delta}, \quad (1.6)$$

где $M_{кр}$ — крутящий момент;
 F_K — площадь, ограниченная средней линией стенки;
 δ — толщина стенки.

В точке A (рис. 2) диаграммы сдвига остаточная деформация достигает величины γ_T , соответствующей напряжению $\tau_T = t_T$, являющемуся пределом текучести при сдвиге. Точка D диаграммы соответствует разрушению, и истинное напряжение t_K называют сопротивлением (истинным) срезу.

При испытании образцов сплошного сечения напряжения для построения диаграммы сдвига определяют по данным о распределении напряжений в упруго-пластической стадии.

При хрупком состоянии материала и слабо выраженной пластичности напряжения сдвига $\tau_B = t_K$, разрушающие материал и определяемые из опыта на кручение с круглыми образцами (т. е. предел прочности), можно вычислить по обычной формуле сопротивления материалов для упругого распределения деформаций

$$\tau_B = \frac{M_{кр}}{W_K}, \quad (1.7)$$

где $M_{кр}$ — крутящий момент при разрушении;

W_K — момент сопротивления при кручении.

Сопоставление диаграмм растяжения и кручения показывает, что в ряде случаев в пределах пластических деформаций, не превышающих 5—10%, эти диаграммы близки, особенно если учесть напряженное состояние в шейке при растяжении (рис. 3). Вместе с тем для метастабильных и анизотропных материалов этого может не быть [6, 7], и для получения единой кривой деформирования необходимо использовать координаты с учетом влияния нормальных напряжений по плоскостям сдвига.

Для определения несущей способности деталей из пластичных материалов обычно рассматривают их поведение при небольшой степени пластического деформирования (так как предельно допустимые перемещения достигаются при деформациях порядка 1—2%), используя начальный участок истинной кривой деформирования. В этом случае истинная и условная диа-

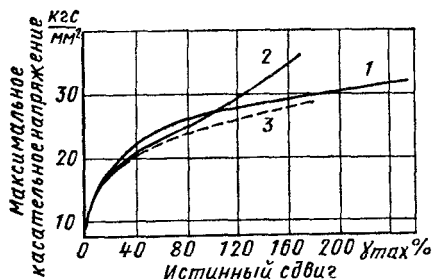


Рис. 3. Диаграммы деформирования железа армко:

1 — при кручении; 2 — при растяжении и 3 — при растяжении с поправкой на напряженное состояние в шейке

граммы практически совпадают и существенное значение приобретает определение предела текучести σ_T (точка А на рис. 1), который при расчетах в упруго-пластической области будем принимать равным пределу пропорциональности, т. е. напряжению, соответствующему концу линейного участка кривой деформирования.

Условный предел текучести соответствует определенной остаточной деформации образца, равной 0,2%. Значения

Сопротивление материалов образованию пластических деформаций при различных напряженных состояниях определяется условиями пластичности.

Для материалов с выраженной пластичностью используют гипотезы наибольших касательных и октаэдрических напряжений. По гипотезе наибольших касательных напряжений пластические деформации наступают тогда, когда эти напряжения достигают величины предела текучести

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T = 2\tau_T, \quad (1.8)$$

где σ_1 и σ_3 — наибольшее и наименьшее главные напряжения, полуразность которых является наибольшим касательным напряжением;

σ_T — предел текучести при растяжении;

τ_T — предел текучести при сдвиге.

Октаэдрическое напряжение действует на площадках, нормаль к которым равнонаклонна к направлениям главных напряжений. Касательные напряжения на этих площадках [9]

$$\tau_n = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (1.9)$$

где σ_1 , σ_2 и σ_3 — главные напряжения;

условного предела текучести приводят в справочной литературе по механическим свойствам материалов, в стандартах на материалы и других источниках.

Следовательно, характеристиками сопротивления малым пластическим деформациям служат пределы текучести σ_T и τ_T ; большим пластическим деформациям — пределы прочности $\sigma_{вр}$ и $\tau_{вр}$; разрушению s_k и t_k в истинных напряжениях и $s_{вр}$ и $t_{вр}$ в условных напряжениях (характерно для материалов хрупких или малопластичных).

Для некоторых материалов сопротивление разрушению при сжатии оказывается выше, чем при растяжении, и потому для них определяют пределы прочности при сжатии $\sigma_{сж}$.

октаэдрический сдвиг;

$$\gamma_n = \frac{2}{3} \sqrt{(e_1 - e_2)^2 + (e_2 - e_3)^2 + (e_3 - e_1)^2}. \quad (1.10)$$

Нормально к граням октаэдра (рис. 4) действуют средние напряжения $\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$, средние деформации

определяют по формуле $e_n = \frac{e_1 + e_2 + e_3}{3}$.

Касательные напряжения τ_n и октаэдрический сдвиг γ_n или пропорциональные им интенсивности напряжений и деформаций σ_i и e_i принимают в качестве координат при построении кривых деформирования, а также при формулировке условий пластичности.

При этом пластические деформации возникают тогда, когда октаэдрическое касательное напряжение достигает определенной, свойственной данному металлу, величины $(\tau_n)_T$ (определяемой из опыта на простое растяжение):

$$(\tau_n)_T = \sqrt{\frac{2}{3}} \tau_T = \frac{1}{3} \sqrt{2} \sigma_T, \quad (1.11)$$

т. е. пластическое состояние наступает тогда, когда

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_T^2 = 6\tau_T^2. \quad (1.12)$$

В тех случаях, когда оказывается необходимым учесть влияние равномерного трехосного растяжения, эквивалентные напряжения, в которых изображаются кривые деформирования, можно записать с учетом влияния среднего напряжения

$$\sigma_s = \sigma_i + \lambda \sigma_n.$$

Аналогично можно сформулировать и условия пластичности.

В качестве примера диаграммы деформирования на рис. 5 приведена кривая для хромокремнемарганцевой стали (закалка со средним отпуском), полученная при различных напряженных состояниях ($\lambda = 0,34$) [21].

Характеристики сопротивления пластическому деформированию уменьшаются с увеличением размеров изделия.

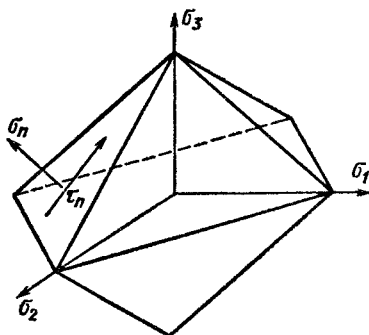


Рис. 4. Октаэдр напряжений

Например, уменьшение сопротивления пластическому деформированию сказывается в падении предела текучести при увеличении размеров заготовки для образца (рис. 6).

Величина пластического деформирования, которую, как правило, приходится учитывать при рассмотрении статической несущей способности деталей, невелика и превышает деформацию, соответствующую пределу текучести (в ранее указанном смысле) в 5—10 раз. При этих степенях деформирования единственность диаграммы деформирования обеспечивается в координатах: интенсивность напряжений — интенсивность деформаций $\sigma_i - e_i$, где

$$\sigma_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_n; \quad e_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma_n. \quad (1.13)$$

Результаты опытов Дэвиса [6], проведенных при плоском напряженном состоянии (трубчатые образцы с внутренним давлением и осевой силой) с различным соотношением главных напряжений показаны на рис. 7. Как видно из данных эксперимента, в координатах $\gamma_{\max} - \tau_{\max}$ и $e_i - \sigma_i$ единственность диаграммы выполняется до весьма больших деформаций, соответствующих разрушению. Для анизотропных и метастабильных материалов, свойства которых в процессе пластического деформирования меняются, единственность диаграммы деформирования нарушается, особенно при больших степенях деформирования [8, 16].

Диаграмму деформирования удобно выражать в относительных координатах $\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_T}$ и $\bar{e} = \frac{e}{e_T}$; здесь и в дальнейшем за предел текучести принято напряжение, соответствующее пределу пропорциональности в обычном его определении $\sigma_T = \sigma_{пл}$.

В относительных координатах упруго-пластическая часть диаграммы деформирования выражается уравнением $\sigma = f(\bar{e})$, ($\bar{e} \geq 1$), упругая часть — уравнением $\bar{\sigma} = \bar{e}$.

Аналитическое описание части кривой деформирования в области упруго-пластических деформаций ($e \leq 5-10$) представляет известные трудности. Это описание должно быть таким, чтобы

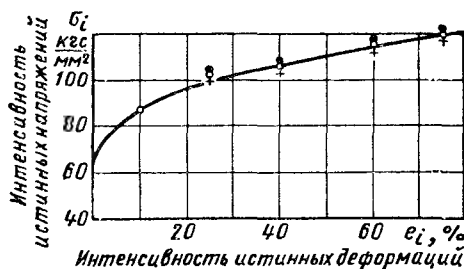


Рис. 5. Кривая деформирования хромкремнемарганцевой стали, полученная при различных напряженных состояниях:

● — линейное сжатие; ○ — стесненное сжатие и линейное растяжение; + — двухосное и трехосное сжатие

уравнения при решении задач пластичности можно было интегрировать достаточно просто и чтобы они обеспечивали надлежащую точность расчетов. В связи с этим рассмотрим линейную и полигональную аппроксимации кривой деформирования [21].

Для инженерных расчетов наиболее удобной оказывается полигональная аппроксимация и ее частный случай — линейное упрочнение. При использовании полигональной аппроксимации кривая деформирования схематизируется вписанной ломаной и на каждом интервале деформирования изобра-

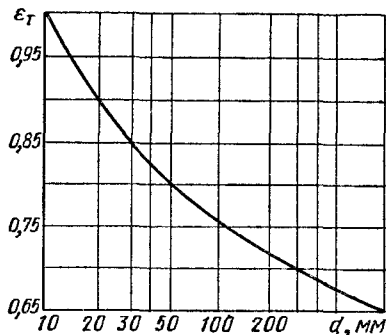


Рис. 6. Зависимость коэффициента влияния абсолютных размеров $\epsilon_T = \frac{\sigma_{Td}}{\sigma_{T10}}$ от диаметра поковки

жается прямой. Если для участков кривых деформирования выбрать одни и те же интервалы деформаций, то параметры полигональной аппроксимации окажутся сопоставимыми.

В интервале деформаций $e_n \leq \bar{e} \leq \bar{e}_{n-1}$ уравнение кривой деформирования может быть записано следующим образом (рис. 8):

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_n + \frac{\bar{\sigma}_{n+1} - \bar{\sigma}_n}{\bar{e}_{n+1} - \bar{e}_n} (\bar{e} - \bar{e}_n), \quad (1.14)$$

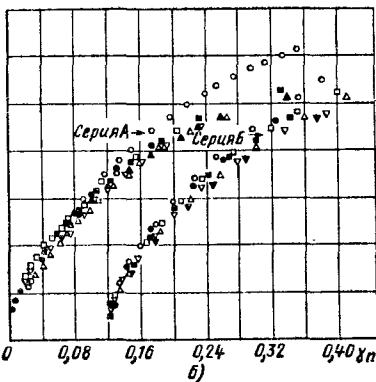
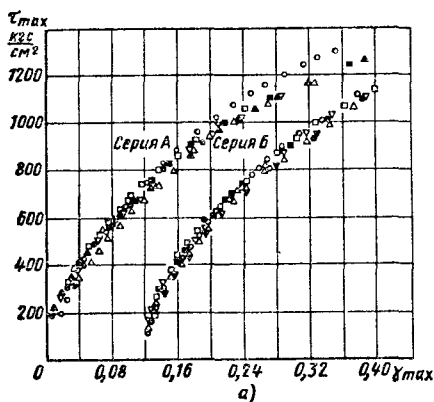


Рис. 7. Диаграмма деформирования меди при различных соотношениях главных напряжений:

а — $\tau_{\max}$, $\gamma_{\max}$ (максимальные касательные напряжения и сдвиг); б — τ_n , γ_n (октаэдрические напряжения и сдвиг)

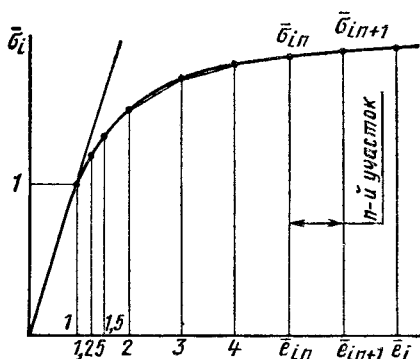


Рис. 8. Полигональная аппроксимация

отсюда

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \frac{(\bar{\sigma}_{n+1} - \bar{\sigma}_n) \bar{\epsilon}_n}{\bar{\epsilon}_{n+1} - \bar{\epsilon}_n} + \frac{\bar{\sigma}_n (\bar{\epsilon}_{n+1} - \bar{\epsilon}_n)}{\bar{\epsilon}_{n+1} - \bar{\epsilon}_n} + \\ &+ \bar{\epsilon} \frac{\bar{\sigma}_{n+1} - \bar{\sigma}_n}{\bar{\epsilon}_{n+1} - \bar{\epsilon}_n} = \frac{\bar{\sigma}_n \bar{\epsilon}_{n+1} - \bar{\epsilon}_n \bar{\sigma}_{n+1}}{\bar{\epsilon}_{n+1} - \bar{\epsilon}_n} + \\ &+ \frac{\bar{\sigma}_{n+1} - \bar{\sigma}_n}{\bar{\epsilon}_{n+1} - \bar{\epsilon}_n} \bar{\epsilon} = a_n + b_n \bar{\epsilon}. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Параметры a_n и b_n характеризуют диаграмму деформирования материалов в интервале $\bar{\epsilon}_n \leq \bar{\epsilon} \leq \bar{\epsilon}_{n+1}$, они связаны между собой соотношением

$$a_n = \sum_{n=1}^{n-1} \bar{\epsilon}_n (b_n - b_{n-1}) + (1 + b_1),$$

В дальнейшем приняты значения $\bar{\epsilon} = 1; 1.25; 1.5; 2; 3; 4; 5$.

Если принять a_n и b_n не зависящими от интервала деформирования, то можно получить диаграмму с линейным упрочнением, схематизируемую двумя прямыми (рис. 9). За предел текучести здесь следует принимать точку σ'_T пересечения прямой упругого деформирования и прямой линейного упрочнения (схематизированный предел текучести). Наклон диаграммы деформирования характеризуется модулем упрочнения G_T . При линейной аппроксимации $a_n = 1 - G_T$, $b_n = G_T$ во всех интервалах деформирования, в этом случае

$$\bar{\sigma} = 1 - G_T + G_T \bar{\epsilon}, \quad (1.16)$$

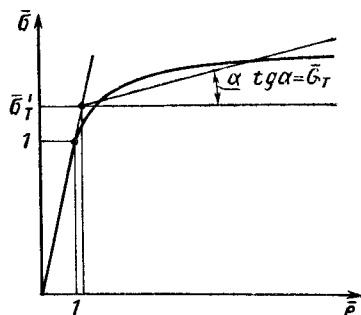


Рис. 9. Линейная аппроксимация

причем напряжения и деформации отнесены к значениям σ'_T и $\bar{\epsilon}'_T$. При линейном упрочнении модуль G_T выбирают так, чтобы прямая упрочнения располагалась как можно ближе к диаграмме деформирования, полученной из эксперимента. Такое построение легко выполнить способом наименьших квадратов в сочетании с последовательными приближениями. При этом в первом приближении приходится принимать $\bar{\sigma}'_T = 1$ и находить $\bar{G}_T$ способом наименьших квадратов для значений $\bar{\epsilon} \doteq 1; 1.25; 1.5; 2.0; 3.0; 4.0; 5.0$ и соответствующих им значений $\bar{\sigma}$ по уравнениям, записанным в принятых обозначениях:

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}_T \sum_n \bar{\epsilon}^2 + \sigma_0 \sum_n \bar{\epsilon} - \sum_n \bar{\epsilon} \bar{\sigma} &= 0; \\ \bar{G}_T \sum_n \bar{\epsilon} + n \bar{\sigma}_0 - \sum_n \bar{\sigma} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.17)$$

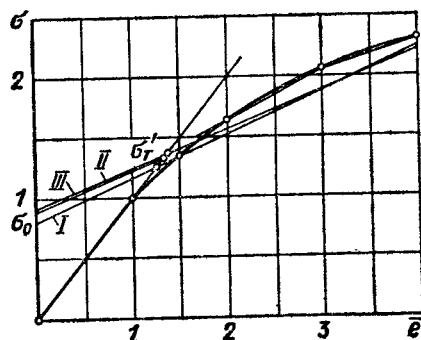


Рис. 10. Пример построения диаграммы с линейным упрочнением (римскими цифрами обозначены приближения)

Таблица 1

Вычисление параметров линейного упрочнения

Приближение	$\bar{\epsilon}$	$\bar{\sigma}$	$\bar{\epsilon}^2$	$\bar{\epsilon} \bar{\sigma}$	$\bar{G}_T; \bar{\sigma}_0; \bar{\sigma}'_T$
Первое (I)	1	1	1	1	$58,81\bar{G}_T + 17,75\bar{\sigma}_0 - 35,4 = 0$ $17,75\bar{G}_T + 7\bar{\sigma}_0 - 11,99 = 0$ $\bar{G}_T = 0,362$ $\bar{\sigma}_0 = 0,795$ $\bar{\sigma}'_T = \frac{\bar{\sigma}_0}{1 - \bar{G}_T} = \frac{0,795}{0,638} = 1,25$
	1,25	1,18	1,56	1,475	
	1,5	1,35	2,25	2,025	
	2	1,65	4	3,3	
	3	2,07	9	6,21	
	4	2,31	16	9,24	
	5	2,43	25	12,15	
	17,75	11,99	58,84	35,4	
Второе (II)	1,25	1,18	1,56	1,474	$57,81\bar{G}_T + 16,75\bar{\sigma}_0 - 34,4 = 0$ $16,75\bar{G}_T + 6\bar{\sigma}_0 - 10,99 = 0$ $\bar{G}_T = 0,336$ $\bar{\sigma}_0 = 0,895$ $\bar{\sigma}'_T = 1,35$
	1,5	1,35	2,25	2,025	
	2	1,65	4	3,3	
	3	2,07	9	6,21	
	4	2,31	16	9,24	
	5	2,43	25	12,15	
	16,75	10,99	57,84	34,4	
Третье (III)	1,35	1,25	1,85	1,685	$58,07\bar{G}_T + 16,85\bar{\sigma}_0 - 34,61 = 0$ $16,85\bar{G}_T + 6\bar{\sigma}_0 - 11,06 = 0$ $\bar{G}_T = 0,331$ $\bar{\sigma}_0 = 0,915$ $\bar{\sigma}'_T = 1,37$
	1,5	1,35	2,25	2,025	
	2	1,65	4	3,3	
	3	2,07	9	6,21	
	4	2,31	16	9,24	
	5	2,43	25	12,15	
	16,85	11,06	58,07	34,61	

где $\bar{\sigma}_0$ — напряжение, соответствующее прямой упрочнения при $\bar{\epsilon}_0 = 0$;

n — число точек, по которым производится спрямление.

Точка пересечения прямой упрочнения и прямой, соответствующей упругой области, дает значение схематизированного предела текучести $\bar{\sigma}'_T = \frac{\bar{\sigma}_0}{1 - \bar{G}_T}$. Для этого нового значения

$\bar{\sigma}'_T = \bar{\epsilon}'_T$ находят по кривой деформирования значение $\bar{\sigma}_0$ и затем вновь повторяют вычисления, начиная со значения деформации $\bar{\epsilon} = \bar{\epsilon}'_T$ и соответствующих им напряжений. Пример построения диаграммы с линейным упрочнением для стали 15Х18Н12САТЮ (ЭИ654) приведен на рис. 10. Вычисленные параметры указаны в табл. 1, из которой следует, что процесс последова-

тельных приближений сходится достаточно быстро.

В табл. 1—4 гл. II для ряда материалов даны параметры полигонального упрочнения a_n и b_n , модули линейного упрочнения $\bar{G}_T$ и схематизированные пределы текучести $\bar{\sigma}'_T$, вычисленные по приведенным выше формулам. На основе этих данных кривая деформирования при однократном нагружении определяется полностью.

2. Напряженно-деформированное состояние при статическом упруго-пластическом деформировании

Определение напряженно-деформированного состояния детали при упруго-пластическом деформировании составляет существенную часть задачи

о несущей способности детали. При решении инженерных задач о несущей способности в большинстве случаев деформации можно считать малыми, а нагружение — близким к простому. Это позволяет воспользоваться аппаратом теории малых упруго-пластических деформаций разработанным достаточно полно.

Подробно эта теория рассмотрена, например, в работе [8]; здесь же приведены лишь основные уравнения.

Для случая однократного активного деформирования, когда нагрузки, действующие на тело, изменяются так, что интенсивность напряжений в каждой точке тела в данный момент не меньше предшествующего значения, теория малых упруго-пластических деформаций формулируется следующим образом.

1. Объемная деформация является упругой

$$\sigma = \frac{E}{1-2\mu} \epsilon,$$

где E — модуль упругости;
 μ — коэффициент Пуассона.

2. Девiator напряжений пропорционален девiatorу деформаций

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} - \sigma &= \frac{2}{3} (\epsilon_{xx} - \epsilon) \frac{\sigma_i}{\epsilon_i}; \\ \tau_{xy} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} \gamma_{xy}. \end{aligned} \right\} (xyz) \quad (1.18)$$

Знак (xyz) означает круговую перестановку символов в аналогичных уравнениях.

3. Между напряжениями и деформациями существует связь, инвариантная относительно напряженного состояния

$$\sigma_i = F(\epsilon_i). \quad (1.19)$$

Эту связь определяют экспериментально, например, из диаграммы деформирования при растяжении.

Теория малых упруго-пластических деформаций применительно к циклическому деформированию была разработана В. В. Москвитиным, который показал, что в координатах, соответствующих началу разгрузки в каждом полупериоде нагружения, могут быть использованы уравнения, аналогичные уравнениям активной деформации в

исходном нагружении при зависимости $S_i^{(k)} = F(\epsilon_i^{(k)})$, известной из опыта [13]

$$\left. \begin{aligned} S^{(k)} &= \frac{E}{1-2\mu} \epsilon^{(k)}; \\ S_{xx}^{(k)} - s^{(k)} &= \frac{2}{3} \cdot \frac{S_i^{(k)}}{\epsilon_i^{(k)}} (\epsilon_{xx}^{(k)} - \epsilon); \\ S_{xy}^{(k)} &= \frac{1}{3} \cdot \frac{S_i^{(k)}}{\epsilon_i^{(k)}} \epsilon_{xy}^{(k)}, \end{aligned} \right\} (xyz) \quad (1.20)$$

где напряжения s и деформации ϵ отсчитывают от момента начала разгрузки (см. гл. 2). В. В. Москвитин показал также, что если все нагрузки, действующие на тело, изменять пропорционально одному параметру, то при циклическом деформировании осуществляется простое нагружение при тех же ограничениях, что и в случае однократного активного деформирования.

Методы, основанные на теории малых упруго-пластических деформаций, получили широкое распространение. Например, метод упругих решений А. А. Ильюшина, по которому напряжения и деформации в упруго-пластическом теле находят, как в упругом теле с дополнительными объемными и поверхностными нагрузками, величина которых определяется в конечном итоге видом кривой деформирования [9]. Поскольку эти нагрузки зависят от напряженно-деформированного состояния тела и, следовательно, заранее не могут быть определены, используют процесс последовательных приближений и решают серию упругих задач с меняющимися от приближения к приближению поверхностными и объемными нагрузками.

Анализ метода упругих решений, проведенный И. А. Биргером, показал, что для получения упруго-пластического решения могут рассматриваться упругие задачи с дополнительными деформациями [2].

Этот метод дает решение краевых задач при упруго-пластическом деформировании и в этом смысле является достаточно общим, но использование его в инженерных расчетах деталей машин приводит к сложным вычислениям, поскольку нужно рассматривать

дополнительные поверхностные и объемные нагрузки общего вида. В соответствии с этим целесообразна разработка такого метода, с помощью которого можно распространить формулы сопротивления материалов, широко используемые в инженерных расчетах стержней и стержневых систем, дисков, труб, пластин, оболочек, на расчеты при упруго-пластическом деформировании. Это можно сделать на основе метода переменных параметров упругости при условии простого нагружения.

Метод переменных параметров упругости был сформулирован в общем виде И. А. Биргером, который использовал уравнения упруго-пластического деформирования в форме уравнений упругости, но с переменными параметрами связи между вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций [2]

$$\begin{aligned} e_{xx} &= \frac{1}{E^*} [\sigma_{xx} - \mu^* (\sigma_{yy} + \sigma_{zz})]; \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G^*} \tau_{xy} (xyz), \end{aligned} \quad (1.21)$$

где (xyz) — знак круговой перестановки символов.

Переменные параметры упругости:

$$E^* = E \frac{3\varphi}{2(1+\mu) + (1-2\mu)\varphi}; \quad (1.22)$$

$$\mu^* = \frac{(1+\mu) - (1+2\mu)\varphi}{2(1+\mu) + (1-2\mu)\varphi}; \quad (1.23)$$

$$G^* = \frac{E^*}{2(1+\mu^*)} = G(\varphi); \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)},$$

где E, G, μ — обычные параметры упругости;

$\varphi = \frac{\sigma_I}{\bar{e}_I}$ — функция пластичности, определяющая зависимость параметров упругости от свойств пластического деформирования материала ($\bar{\sigma}_I = \sigma_I/\sigma_T$; $\bar{e}_I = e_I/e_T$).

Для практического использования уравнений можно положить коэффициент Пуассона во всем диапазоне деформирования $\mu = \frac{1}{2}$ и эти уравнения существенно упростятся. Если при этом отнести напряжения и деформации

соответственно к σ_T и e_T , то уравнения (1.21) принимают вид

$$\begin{aligned} \bar{e}_{xx} &= \frac{1}{\varphi} \left[\sigma_{xx} - \frac{1}{2} (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \right]; \\ \bar{\gamma}_{xy} &= \frac{1}{\varphi} \tau_{xy} (xyz). \end{aligned} \quad (1.24)$$

При $\varphi = 1$ уравнения обращаются в обычные уравнения теории упругости.

В случае циклического деформирования для каждого полуцикла можно записать

$$\begin{aligned} \bar{e}_{xx} &= \frac{1}{\varphi^{(k)}} \left[\dot{s}_{xx} - \frac{1}{2} (\dot{s}_{yy} + \dot{s}_{zz}) \right]; \\ \bar{e}_{xy} &= \frac{1}{\varphi^{(k)}} \dot{s}_{xy}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

Уравнения (1.24) и (1.25) совместно с уравнениями равновесия, граничными условиями и уравнениями совместности деформаций позволяют получить решение задачи для однократного и повторного нагружения соответственно. В общем случае задачу решают методом последовательных приближений, причем параметры упругости в каждом приближении вычисляют по напряженно-деформированному состоянию предыдущего приближения.

В большинстве инженерных задач, связанных с расчетом деталей, не удается решить полную систему уравнений.

Уравнения равновесия, граничные условия и уравнения, характеризующие связь между напряжениями и деформациями, обычно удовлетворяют полностью, а уравнения совместности деформаций — приближенно путем введения соответствующих кинематических гипотез. Такие методы широко используют в сопротивлении материалов для решения обширного класса задач. Аналогичные методы можно использовать и при упруго-пластическом деформировании, причем удастся получить решения для того же класса задач, что и при упругом деформировании.

Уравнения совместности деформаций заменяют гипотезой плоских сечений, прямых радиусов, прямых нормалей или другой кинетической гипотезой

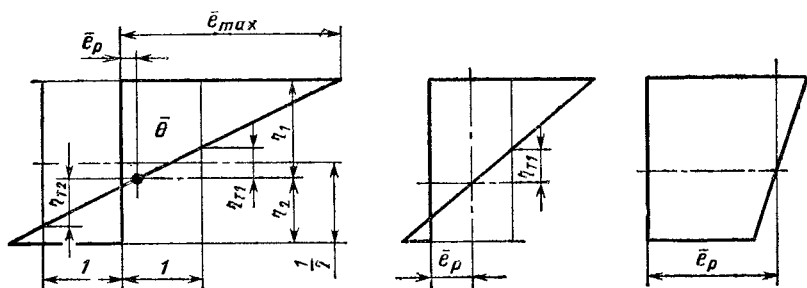


Рис. 11. Схема деформаций при изгибе

в зависимости от типа задачи. Правомочность неточного удовлетворения условий совместности может оцениваться экспериментально. Например, экспериментальная проверка гипотезы плоских сечений при изгибе прямых брусков показывает хорошее соответствие гипотезы эксперименту даже при весьма больших деформациях наружных волокон.

Введение кинематических гипотез позволяет перейти от соотношений между напряжениями и деформациями, связанными функцией пластичности φ в некоторой точке тела, к интегральным соотношениям между внутренними усилиями и соответствующими им перемещениями в некотором сечении тела. Применительно к упруго-пластическому деформированию это означает, что для усилий и перемещений могут быть записаны уравнения с переменными параметрами, характеризующимися некоторыми интегральными функциями пластичности

$$\bar{Q} = \Phi \bar{e}, \quad (1.26)$$

где $\bar{Q}$ — некоторое усилие;

$\bar{e}$ — соответствующая этому усилию обобщенная деформация.

Эти величины отнесены к величинам, соответствующим достижению предела текучести; интегральная функция пластичности Φ зависит как от функции пластичности φ , так и от геометрических особенностей сечения.

При совместном действии изгиба и растяжения уравнения равновесия стержня, сечение которого имеет одну

ось симметрии, совпадающую с плоскостью действия момента, могут быть записаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} M &= \int_F \sigma y dF = \int_y \sigma y b dy; \\ N &= \int_F \sigma dF = \int_y \sigma dy, \end{aligned} \right\} \quad (1.27)$$

где M и N — изгибающий момент и сила в сечении стержня;
 y — ордината точки сечения;
 b — ширина сечения с ординатой.

Переходя к функции пластичности

$\varphi = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{e}}$, запишем

$$\left. \begin{aligned} \frac{M}{b_{\max} \sigma_T} &= \int_F \varphi \bar{e} \beta dy; \\ \frac{N}{b_{\max} \sigma_T} &= \int_F \varphi \bar{e} \beta dy, \end{aligned} \right\} \quad (1.28)$$

где $\beta = \frac{b}{b_{\max}}$ — относительная ширина сечения;
 $b_{\max}$ — максимальная ширина сечения.

Для стержней с прямой осью, используя гипотезу плоских сечений, можно записать деформацию в сечении от растяжения и изгиба стержня как сумму деформаций: постоянной по сечению $\bar{e}$ и линейно зависящей от координаты $\bar{e}_n = \bar{\theta} \eta$ (рис. 11):

$$\bar{e} = \bar{e}_p + \bar{\theta} \eta = \bar{e}_p + \bar{e}_{n \max} \frac{\eta}{\eta_n},$$

где $\eta = \frac{y}{h}$; $\eta_1 = \frac{h_1}{h}$; h_1 — наибольшее расстояние до оси поворота сечения; h — высота сечения.

Подставив выражение деформации в уравнения равновесия (1.28), получим выражения для относительных значений моментов

$$\begin{aligned}\bar{M} &= K_{II} \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi [\bar{e}_p + \bar{\theta} \eta] \beta \eta d\eta = \\ &= K_{II} \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \bar{e}_p \beta \eta d\eta + K_{II} \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \bar{\theta} \eta^2 d\eta; \\ \bar{N} &= K_P \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi [\bar{e}_p + \bar{\theta} \eta] \beta d\eta = \\ &= K_P \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \bar{e}_p \beta d\eta + K_P \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \bar{\theta} \eta d\eta; \quad (1.29)\end{aligned}$$

здесь принято, что диаграммы деформирования при растяжении и сжатии одинаковы; K_{II} и K_P — коэффициенты, зависящие от формы сечения.

Максимальная деформация в сечении (рис. 11)

$$\bar{e}_{\max} = \bar{e}_p + \bar{\theta} \eta_1 = \bar{\theta} (\alpha + \eta_1), \quad (1.30)$$

где

$$\alpha = \frac{\bar{e}_p}{\bar{\theta}}.$$

Ординату η_1 при заданной максимальной деформации можно выбирать произвольно, в частности, из условия

$$\int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi \beta \eta d\eta = 0; \quad (1.31)$$

в этом случае выражения для моментов и сил упрощаются:

$$\left. \begin{aligned}\bar{M} &= K_{II} \bar{\theta} \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \beta \eta^2 d\eta; \\ N &= K_P \bar{e}_p \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \beta d\eta.\end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

Ордината η_1 зависит от соотношения

$$\alpha = \frac{\bar{e}_p}{\bar{\theta}} \text{ и величины максимальной деформации } \bar{e}_{\max} \text{ в сечении и определяется интегрированием уравнения (1.31).}$$

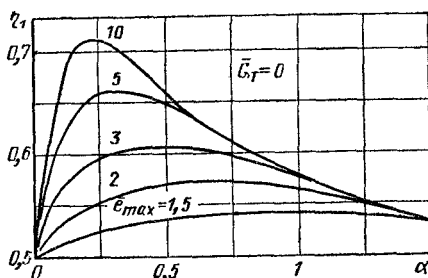


Рис. 12. Зависимость ординаты оси поворота сечения при изгибе от деформации

Значения η_1 в зависимости от этих величин для стержня прямоугольного сечения при линейном упругом деформировании приведены на рис. 12. Определение из уравнения (1.31) осн, вокруг которой поворачивается сечение, связано с увеличением объема вычислений при определении перемещений. Поэтому в ряде случаев, особенно для сечений с двумя осями симметрии, удобно выбирать ось поворота в центре тяжести сечения, полагая $\eta_1 = \frac{1}{2}$ и $\eta_2 = -\frac{1}{2}$, и определять моменты и силы из уравнений

$$(1.29). \text{ В этом случае } \bar{e}_{\max} = \bar{e}_p + \frac{\bar{\theta}}{2}, \text{ причем условно можно считать } \bar{e}_{\max} = \bar{e}_p + \bar{e}_{\max}, \text{ где } \bar{e}_p \text{ — деформация растяжения, } \bar{e}_{\max} \text{ — максимальная деформация изгиба (см. рис. 11). Обозначим } \kappa = \frac{\bar{e}_p}{\bar{e}_{\max}}, \text{ тогда } \bar{e}_{\max} = \bar{e}_{\max} (1 + \kappa).$$

Коэффициенты формы сечения K_{II} и K_P можно определить из условий упругого деформирования ($\varphi = 1$). В этом случае

$$\left. \begin{aligned}\bar{M} &= K_{II} \bar{e}_p \int_{\eta_2}^{\eta_1} \beta \eta d\eta + K_{II} \bar{\theta} \int_{\eta_2}^{\eta_1} \beta \eta^2 d\eta; \\ \bar{N} &= K_P \bar{e}_p \int_{\eta_2}^{\eta_1} \beta d\eta + K_P \bar{\theta} \int_{\eta_2}^{\eta_1} \beta \eta d\eta.\end{aligned} \right\} \quad (1.33)$$

Если ось поворота сечения при изгибе выберем в центре тяжести

сечения, то

$$\int_{\eta_2}^{\eta_1} \beta \eta d\eta = 0$$

и тогда

$$\bar{M} = K_{II} \theta \int_{\eta_2}^{\eta_1} \beta \eta^2 d\eta; \quad \bar{N} = K_p \bar{e}_p \int_{\eta_2}^{\eta_1} \beta d\eta. \quad (1.34)$$

При упругом деформировании

$$\frac{\bar{M}}{\bar{e}_{\text{нmax}}} = 1; \quad \frac{\bar{N}}{\bar{e}_p} = 1 \text{ и}$$

$$K_{II} = \frac{\eta_1}{\int_{-\eta_2}^{\eta_1} \beta \eta^2 d\eta}; \quad K_p = \frac{1}{\int_{-\eta_2}^{\eta_1} \beta d\eta};$$

в этом случае ордината η_1 определяет собой расстояние от наиболее удаленной точки сечения до оси, проходящей через центр тяжести сечения, т. е. до оси, относительно которой происходит поворот.

Ниже приведены значения коэффициентов K_{II} и K_p для некоторых сечений:

	K_{II}	K_p
Двутавр	4,6—4,7	3,2—3,4
Прямоугольник	6	1
Круг	10,2	1,27
Ромб	24	2

Рассмотрим интегрирование уравнений моментов и сил при полигональном упрочнении, когда $\varphi = \frac{a_n}{\bar{e}} + b_n$ для прямоугольного сечения ($\beta = 1$).

При совместном действии изгиба и растяжения в зависимости от соотношения силы и момента возможны следующие случаи расположения области пластичности (рис. 13):

1) в сечении две области пластичности и одна область упругости:

$$\bar{e}_{\text{нmax}}(1 + \kappa) > 1 \text{ и } \bar{e}_{\text{нmax}}(\kappa - 1) < 1;$$

2) в сечении одна область пластичности и одна область упругости:

$$\bar{e}_{\text{нmax}}(1 + \kappa) > 1 \text{ и } -1 < \bar{e}_{\text{нmax}} \times (\kappa - 1) < 1;$$

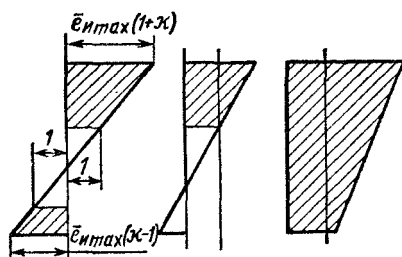


Рис. 13. Расположение областей пластичности

3) область пластичности охватывает все сечение:

$$\bar{e}_{\text{нmax}}(1 + \kappa) > 1 \text{ и } \bar{e}_{\text{нmax}}(\kappa - 1) > 1.$$

Для случая полигонального упрочнения уравнения (1.29) при двух областях пластичности могут быть записаны в виде:

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= K_{II} \left[\sum_n \int_{\eta_r}^{\frac{1}{2}} (a_n + b_n \bar{e}) \eta d\eta + \int_{-\eta_r}^{\eta_r} \bar{e} \eta d\eta - \sum \int_{-\frac{1}{2}}^{-\eta_r} (a_n - b_n \bar{e}) \eta d\eta \right]; \\ \bar{N} &= K_p \left[\sum_n \int_{\eta_r}^{\frac{1}{2}} (a_n + b_n \bar{e}) d\eta + \int_{-\eta_r}^{\eta_r} \bar{e} d\eta - \sum \int_{-\frac{1}{2}}^{-\eta_r} (a_n - b_n \bar{e}) d\eta \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1.35)$$

Первый интеграл соответствует упруго-пластической области с положительными значениями деформаций, второй — упругой области, третий — упруго-пластической области с отрицательными значениями деформаций. В последнем случае диаграмма деформирования при полигональном упрочнении описывается уравнением $\sigma = -a_n + b_n \bar{e}$.

При одной области пластичности

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= K_n \left[\sum_n \int_{\eta_r}^{\frac{1}{2}} (a_n + b_n \bar{e}) \eta d\eta + \int_{-\frac{1}{2}}^{\eta_r} e \eta d\eta \right]; \\ \bar{N} &= K_p \left[\sum_n \int_{\eta_r}^{\frac{1}{2}} (a_n + b_n \bar{e}) d\eta + \int_{-\frac{1}{2}}^{\eta_r} e d\eta \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1.36)$$

При целиком пластичном сечении

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= K_n \sum_n \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (a_n + b_n \bar{e}) \eta d\eta; \\ \bar{N} &= K_p \sum_n \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} (a_n + b_n \bar{e}) d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (1.37)$$

Суммирование ведут по участкам, соответствующим интервалам деформации с одинаковыми параметрами диаграммы. В этих выражениях в пластических областях пределы интегрирования записаны условно для всей области. В действительности на n -м участке суммирования интегрирование производят в пределах от η_{n-1} до η_n .

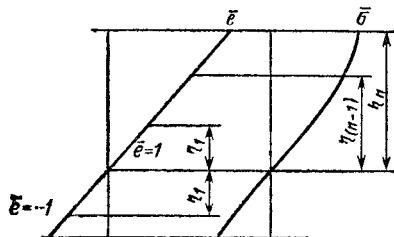


Рис. 14. Схема распределения напряжений при полигональном упрочнении

Распределение напряжений и участки интегрирования для случая двух областей пластичности показаны на рис. 14.

Принимая во внимание уравнение (1.30) и имея в виду соотношение

$$\bar{e}_{\text{нmax}} = \frac{\theta}{2}, \text{ можно записать}$$

$$\bar{e} = \bar{e}_p + \bar{e}_{\text{нmax}} 2\eta.$$

Заменив переменные в уравнениях для усилий, получим выражения, интегрирование которых дает возможность подсчитать значения моментов и сил в зависимости от $\bar{e}_{\text{max}}$:

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= \sum a_n J'_{M_n} + \sum b_n J''_{M_n} + J_{M_n}^{\text{упр}}, \\ \bar{N} &= \sum a_n J'_{N_n} + \sum b_n J''_{N_n} + J_{N_n}^{\text{упр}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.38)$$

Величины интегралов J_M и J_N для значений интервалов деформаций 1; 1,25; 1,5; 2, 3, 4 и 5 и таких же значений $\bar{e}_{\text{max}}$ даны в работе [21]. По ним на основе формул (1.38) можно вычислить значения моментов и усилий при различных отношениях $\frac{\bar{e}_p}{\bar{e}_{\text{нmax}}} = \kappa$

для прямоугольного сечения.

Для линейного упрочнения $a_n = 1 - \bar{G}_r$; $b_n = \bar{G}_r$ и формулы (1.38) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} M &= (1 - \bar{G}_r) \sum_n J'_{M_n} + \bar{G}_r \sum_n J''_{M_n} + J_{M_n}^{\text{упр}}; \\ \bar{N} &= (1 - \bar{G}_r) \sum_n J'_{N_n} + \bar{G}_r \sum_n J''_{N_n} + J_{N_n}^{\text{упр}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

При линейном упрочнении значения моментов и сил можно вычислить по упомянутым выше данным или непосредственным интегрированием уравнений в пределах всего интервала деформаций каждой из областей сечения. После интегрирования уравнений получим:

для случая 1

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= \bar{G}_\tau (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p) + \frac{1 - \bar{G}_\tau}{2} \times \\ &\times \frac{3\bar{e}_{\max} (\bar{e}_{\max} - 2\bar{e}_p) - 1}{(\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p)^2}; \end{aligned} \right\} \quad (1.41)$$

для случая 3

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= \bar{G}_\tau \bar{e}_p + (1 - \bar{G}_\tau); \\ \bar{M} &= \bar{G}_\tau (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p). \end{aligned} \right\} \quad (1.42)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= \bar{G}_\tau \bar{e}_p + \frac{1 - \bar{G}_\tau}{2} \left[\bar{e}_p \frac{1 - \bar{e}_p}{\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p} + \frac{\bar{e}_{\max} - 1}{\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p} + \right. \\ &+ \left. \frac{(1 - \bar{e}_{\max})(1 - 2\bar{e}_p + \bar{e}_{\max})}{2(\bar{e}_{\max} + \bar{e}_p)^2} + \bar{e}_p \right]; \\ \bar{M} &= \bar{G}_\tau (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p) + \frac{1 - \bar{G}_\tau}{2} \times \\ &\times \left[\frac{3}{2} \cdot \frac{[1 + \bar{e}_{\max} - 2\bar{e}_p](\bar{e}_p - 1)(\bar{e}_{\max} - 1)}{(\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p)^2} + \right. \\ &+ \left. \frac{(1 - \bar{e}_p)^3}{(\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p)^2} + (\bar{e}_{\max} + \bar{e}_p) \right]; \end{aligned} \right\} \quad (1.40)$$

для случая 2

$$\bar{N} = \bar{G}_\tau \bar{e}_p + (1 - \bar{G}_\tau) \frac{\bar{e}_p}{\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p}; \quad (1.41)$$

Для круглого сечения при линейном упрочнении

$$\left(\beta = \sqrt{1 - 4\eta^2}; \quad \eta_1 = -\eta_2 = \frac{1}{2} \right).$$

для случая 1

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= \bar{G}_\tau \bar{e}_p + \frac{1 - \bar{G}_\tau}{2} \left\{ (\bar{e}_p - 1) - \frac{4}{3\pi} (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p) (1 - 4\eta_{11}^2)^{3/2} + \right. \\ &+ \frac{4}{\pi} (\bar{e}_p - 1) \left[\eta_{11} (1 - 4\eta_{11}^2)^{1/2} + \frac{1}{2} \arcsin 2\eta_{11} \right] \Big\}; \\ \bar{M} &= \bar{G}_\tau (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p) + \frac{1 - \bar{G}_\tau}{2} \left\{ \frac{16}{3\pi} (1 - \bar{e}_p) (1 - 4\eta_{11}^2)^{3/2} - \right. \\ &- \frac{8}{\pi} (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p) \left[\eta_{11} (1 - 4\eta_{11}^2)^{3/2} - \frac{\pi}{8} - \right. \\ &- \left. \left. \frac{1}{2} \eta_{11} (1 - 4\eta_{11}^2)^{1/2} - \frac{1}{4} \arcsin 2\eta_{11} \right] \right\}; \end{aligned} \right\} \quad (1.43)$$

для случая 2

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= \bar{G}_T \bar{e}_p + \frac{1 - \bar{G}_T}{2} \left\{ -\frac{4}{3\pi} (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p) [(1 - 4\eta_{T1}^2)^{3/2} - (1 - 4\eta_{T2}^2)^{3/2}] + \right. \\ &+ \frac{4}{\pi} (\bar{e}_p - 1) [\eta_{T1} (1 - 4\eta_{T1}^2)^{1/2} + \frac{1}{2} \arcsin 2\eta_{T1}] + \\ &+ \frac{4}{\pi} (\bar{e}_p - 1) [\eta_{T2} (1 - 4\eta_{T2}^2)^{1/2} + \frac{1}{2} \arcsin 2\eta_{T2}] \left. \right\}; \\ \bar{M} &= \bar{G}_T (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p) + \frac{1 - \bar{G}_T}{2} \left\{ \frac{16}{3\pi} (1 - \bar{e}_p) \times \right. \\ &\times [(1 - 4\eta_{T1}^2)^{3/2} + (1 - 4\eta_{T2}^2)^{3/2}] - \frac{8}{\pi} (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p) \times \\ &\times [\eta_{T1} (1 - 4\eta_{T1}^2)^{3/2} + \eta_{T2} (1 - 4\eta_{T2}^2)^{3/2} - \frac{1}{2} \eta_{T1} (1 - 4\eta_{T1}^2)^{1/2} - \\ &- \frac{1}{2} \eta_{T2} (1 - 4\eta_{T2}^2)^{1/2} - \frac{1}{4} \arcsin 2\eta_{T1} - \frac{1}{4} \arcsin 2\eta_{T2}] \left. \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (1.44)$$

для случая 3

$$\left. \begin{aligned} \bar{N} &= \bar{G}_T \bar{e}_p + (1 - \bar{G}_T); \\ \bar{M} &= \bar{G}_T (\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p). \end{aligned} \right\} \quad (1.45)$$

Из полученных уравнений могут быть найдены усилия $\bar{N}$ и $\bar{M}$, если иметь в виду, что

$$\left. \begin{aligned} \eta_{T1} &= \frac{1 - \bar{e}_p}{\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p} \cdot \frac{1}{2} \quad \text{и} \\ \eta_{T2} &= \frac{1 + \bar{e}_p}{\bar{e}_{\max} - \bar{e}_p} \cdot \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.46)$$

Соотношения усилий для этого случая приведены на рис. 15.

При изгибе без растяжения $\bar{e}_p = 0$; $\bar{N} = 0$ и уравнения (1.29) принимают вид

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= K_{II} \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \frac{\eta^2}{\eta_1} \bar{e}_{\max} \beta \, d\eta; \\ \bar{N} &= K_p \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \frac{\eta}{\eta_1} \bar{e}_{\max} \beta \, d\eta = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.47)$$

Если сечение имеет одну ось симметрии, то положение нейтральной оси зависит от степени пластического деформирования, пределы интегрирования меняются и определяются из уравнений равновесия. В этом случае положение нейтральной оси находят по второму уравнению (1.47). У сечений с двумя осями симметрии нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения, и второе уравнение (1.47) удовлетворяется тождественно. В этом случае

$$\eta_1 = \frac{1}{2}; \quad \eta_2 = -\frac{1}{2} \quad \text{и} \quad \bar{M} = \bar{e}_{\max} K_{II} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \varphi \eta^2 \beta \, d\eta. \quad (1.48)$$

Для прямоугольного сечения при погонном упрочнении момент можно определить по уравнениям (1.38) при значениях $\kappa = 0$. В случае линейного упрочнения

$$\begin{aligned} \bar{M} &= \bar{G}_T \bar{e}_{\max} + \frac{3}{2} (1 - \bar{G}_T) - \\ &- \frac{1}{2} (1 - \bar{G}_T) \frac{1}{\bar{e}_{\max}^3}. \end{aligned} \quad (1.49)$$

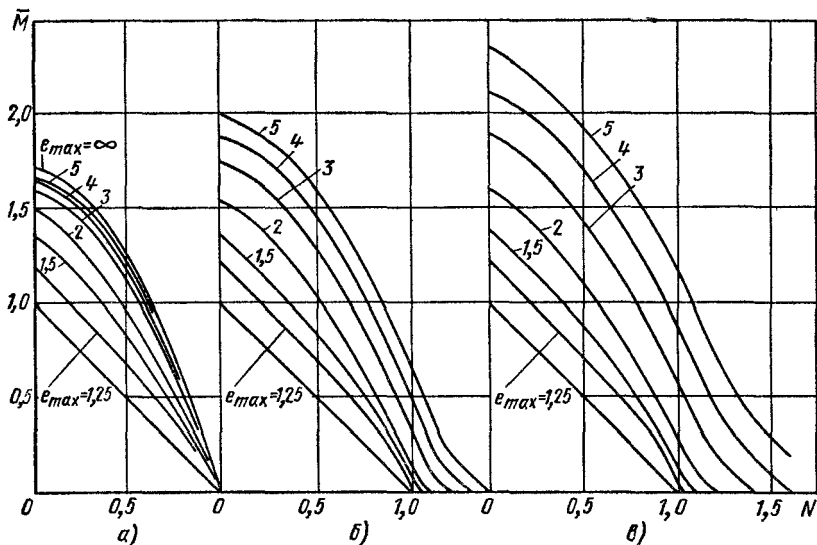


Рис. 15. Зависимость сил и моментов при совместном действии растяжения и изгиба для стержня круглого сечения:

а — $G_T = 0$; б — $G_T = 0,1$; в — $G_T = 0,2$

Для круглого сечения при линейном упрочнении и $\kappa = 0$

$$M = \bar{G}_T \bar{e}_{\max} + \frac{4}{\pi} (1 - \bar{G}_T) \times \left\{ \frac{1}{3\bar{e}_{\max}^3} (\bar{e}_{\max}^3 - 1)^{3/2} + \frac{1}{2\bar{e}_{\max}} \times (\bar{e}_{\max}^3 - 1)^{1/2} + \bar{e}_{\max} \frac{1}{2} \arcsin \frac{1}{\bar{e}_{\max}} \right\}. \quad (1.50)$$

На рис. 3 гл. 11 приведены графики моментов для прямоугольного и круглого сечений по параметру $\bar{G}_T$.

Аналогично определяют моменты в зависимости от деформации наружного волокна и для других симметричных сечений.

Для сечений с одной осью симметрии из уравнения

$$\int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi \frac{\eta}{\eta_1} \beta d\eta = 0$$

определяют ординаты нейтральной оси.

Для трапециевидного сечения

$$\beta = -(1 - \alpha) \eta + (1 - \alpha) \eta_1 + \alpha.$$

Из уравнения

$$-\int_{(1-\eta_1)}^{\eta_1} \varphi [(1 - \alpha) (\eta_1 - \eta) + \alpha] \times \frac{\eta}{\eta_1} d\eta = 0$$

можно определить η_1 в зависимости от $\bar{e}_{\max}$; здесь $\alpha = \frac{b_1}{b_2}$ — отношение сторон трапеции.

Предполагая линейное упрочнение, после интегрирования получим уравнение для определения координаты нейтральной оси:

при одной области пластичности

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \bar{G}_T}{6} (1 - \alpha) \eta_1^3 \frac{(1 - \bar{e}_{\max})^3}{\bar{e}_{\max}^3} - \\ & - \frac{1 - \bar{G}_T}{2} \alpha \eta_2^3 \frac{(1 - \bar{e}_{\max})^2}{\bar{e}_{\max}^2} + \frac{1 + \alpha}{2} \times \\ & \times \eta_1 - \frac{2 + \alpha}{6} = 0; \end{aligned} \quad (1.51)$$

при двух областях пластичности

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \bar{G}_T}{3} (1 - \alpha) \eta_1^4 \frac{4 - 3\bar{e}_{\max}^2}{\bar{e}_{\max}^3} + 2 (1 - \bar{G}_T) \alpha \eta_1^2 \frac{1}{\bar{e}_{\max}} - \\ & - \frac{1 - \alpha}{2} \eta_1 \frac{(1 - \bar{G}_T) - \bar{G}_T \bar{e}_{\max}}{\bar{e}_{\max}} - \bar{G}_T \frac{2 + \alpha}{6} = 0. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Уравнения (1.51) и (1.52) при выбранных значениях $\bar{e}_{\max}$ легко решаются относительно η_1 , причем при $\eta_1 > \frac{\bar{e}_{\max}}{\bar{e}_{\max} + 1}$ существует одна область пластичности, при $\eta_1 < \frac{\bar{e}_{\max}}{\bar{e}_{\max} + 1}$ — две области.

Следует отметить, что в предельном случае изгиба несимметричного сечения ($\bar{e}_{\max} \rightarrow \infty$) при отсутствии упрочнения ($\bar{G}_T = 0$) нейтральная ось делит

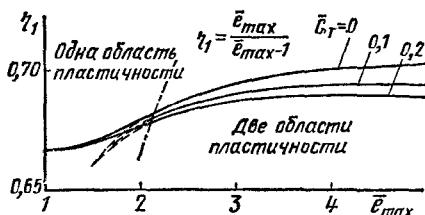


Рис. 16. Зависимость ординаты нейтральной оси от степени деформирования при изгибе стержня треугольного сечения

площадь сечения на две равные части, а при наличии упрочнения совпадает с центром тяжести сечения.

Результаты решения уравнений (1.51) и (1.52) для треугольного сечения ($\alpha = 0$) приведены на рис. 16.

Для вычисления зависимости момента от деформации может быть использовано первое из уравнений (1.47)

$$\bar{M} = K_{\text{и}} \bar{e}_{\text{и max}} \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi \frac{\eta^2}{\eta_1} \beta d\eta,$$

и в случае трапециевидного сечения

$$\bar{M} = \frac{12(2 + \alpha)}{(1 + \alpha)^2 + 2\alpha} \cdot \frac{\bar{e}_{\text{и max}}}{\eta_1} \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi [(1 - \alpha) \eta_1 - (1 - \alpha) \eta + \alpha] \eta^2 d\eta. \quad (1.53)$$

Для одной области пластичности $\left(\eta_1 > \frac{\bar{e}_{\max}}{\bar{e}_{\max} + 1} \right)$

$$\begin{aligned} \bar{M} = & \frac{12(2 + \alpha) \bar{e}_{\text{и max}}}{2\alpha + (1 + \alpha)^2} \left\{ \frac{1 - \bar{G}_T}{2} (1 - \alpha) \frac{\eta_1^4}{\bar{e}_{\max}^4} - \frac{1 - \bar{G}_T}{2} \times \right. \\ & \times [(1 - \alpha) \eta_1 + \alpha] \frac{\eta_1^3}{\bar{e}_{\max}^3} \left(\frac{1}{3\bar{e}_{\max}^2} - 1 \right) - \frac{1 - \bar{G}_T}{3} (1 - \alpha) \frac{\eta_1^4}{\bar{e}_{\max}^4} + \\ & + \frac{\bar{G}_T}{3} [(1 - \alpha) \eta_1 + \alpha] \eta_1^3 + [(1 - \alpha) \eta_1 + \alpha] \frac{\eta_1^2}{3} + \\ & \left. + \frac{1 - \alpha}{2} \eta_1^4 - \bar{G}_T \frac{1 - \alpha}{4} \eta_1^4 \right\} \frac{1}{\eta_1}. \end{aligned} \quad (1.54)$$

Для двух областей пластичности

$$\left(\eta_1 < \frac{\bar{e}_{\max}}{\bar{e}_{\max} + 1} \right)$$

$$\bar{M} = \frac{12(2+\alpha)\bar{e}_{\max}}{2\alpha + (1+\alpha)^2} \left\{ \frac{1 - \bar{G}_T}{3} [(1 - \alpha)\eta_1 + \alpha] \frac{\eta_1^3}{\bar{e}_{\max}^3} + \frac{1 - \bar{G}_T}{2} \cdot \frac{\eta_1}{\bar{e}_{\max}} \times \right.$$

$$\times [(1 - \alpha)\eta_1 + \alpha] (\eta_1^2 + \eta_2^2) -$$

$$- \frac{1 - \bar{G}_T}{3} (1 - \alpha) \frac{\eta_1}{\bar{e}_{\max}} (\eta_1^3 - \eta_2^3) +$$

$$+ \bar{G}_T [(1 - \alpha)\eta_1 + \alpha] \cdot \frac{\eta_1^3 + \eta_2^3}{3} -$$

$$- \bar{G}_T \frac{1 - \alpha}{4} (\eta_1^4 - \eta_2^4) \left. \right\} \frac{1}{\eta_1}. \quad (1.55)$$

В результате совместного решения уравнений (1.51), (1.52) (1.54) и (1.55) получаем решение задачи. Графики $\bar{M}$ от $\bar{e}_{\max}$ от треугольного сечения ($\alpha = 0$) приведены на рис. 17.

При совместном действии растяжения и изгиба деформирование характеризуется двумя интегральными функциями пластичности: функцией Φ_n , устанавливающей связь между изгибающим моментом и деформацией изгиба, и функцией Φ_p , устанавливающей связь между продольным усилием и деформацией растяжения (сжатия).

Учитывая уравнения (1.38), запишем

$$\Phi_n = \frac{\bar{M}}{\bar{e}_{\max}} =$$

$$= K_n \int_{\eta_2}^{\eta_1} \varphi \left[\frac{\bar{e}_0}{\bar{e}_{\max}} \beta \eta + \frac{\beta}{\eta_1} \eta^2 \right] d\eta;$$

$$\Phi_p = \frac{\bar{N}}{\bar{e}_n} =$$

$$= K_p \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi \left[\beta + \frac{\bar{e}_{\max}}{\bar{e}_p} \frac{\beta}{\eta_1} \eta \right] d\eta. \quad (1.56)$$

Для случая чистого изгиба

$$\Phi_n = K_n \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi \frac{\eta^2}{\eta_1} \beta d\eta. \quad (1.57)$$

При полигональном упрочнении

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= \frac{1 + \kappa}{\bar{e}_{\max}} \left[\sum_n a_n J'_M + \right. \\ &\quad \left. + \sum b_n J''_M + J_M^{\text{упр}} \right]; \\ \Phi_p &= \frac{1 + \kappa}{\bar{e}_{\max} \kappa} \left[\sum_n a_n J'_N + \right. \\ &\quad \left. + \sum b_n J''_N + J_N^{\text{упр}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1.58)$$

Для прямоугольного сечения могут быть использованы данные работы [21] применительно к разным значениям

параметра $\kappa = \frac{\bar{e}_p}{\bar{e}_{\max}}$.

В случае линейного упрочнения

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= \frac{1 + \kappa}{\bar{e}_{\max}} \left[(1 - \bar{G}_T) \sum J'_M + \right. \\ &\quad \left. + \bar{G}_T \sum J''_M + J_M^{\text{упр}} \right]; \\ \Phi_p &= \frac{1 + \kappa}{\kappa \bar{e}_{\max}} \left[(1 - \bar{G}_T) \sum J'_N + \right. \\ &\quad \left. + \bar{G}_T \sum J''_N + J_N^{\text{упр}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1.59)$$

На рис. 6 гл. 11 даны значения функций Φ_n и Φ_p при значении $\bar{G}_T$ для прямоугольного и круглого сечений.

Значения интегральной функции пластичности Φ_n при чистом изгибе опре-

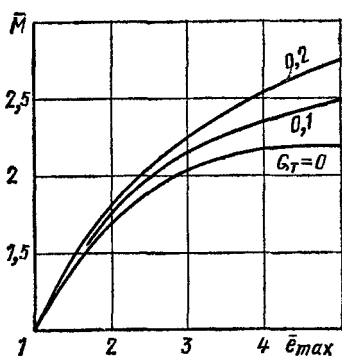


Рис. 17. Величины изгибающего момента для треугольного сечения

деляются из выражения для моментов

$$\Phi_{\text{и}} = \frac{M}{\bar{e}_{\text{и max}}};$$

графики этих функций для прямоугольного и круглого сечений при линейном упрочнении $\bar{G}_T = 0; 0,1$ и $0,2$ показаны на рис. 4 гл. 11.

Выше были приведены уравнения для усилий в сечении стержня и для интегральных функций пластичности, построенные по параметру отношений

деформаций $\kappa = \frac{\bar{e}_p}{\bar{e}_{\text{и max}}}$. В ряде случаев

нужно получить зависимости усилий и интегральных функций пластичности по параметру отношения усилий $\lambda = \frac{\bar{N}}{\bar{M}}$. Такие зависимости могут быть

получены перестроением, если известна связь параметров κ и λ или если построен график зависимости между усилиями $\bar{M}$ и $\bar{N}$ по параметру $\bar{e}_{\text{и max}}$, где λ изображается лучом, выходящим из начала координат. На рис. 18 и 19 приведены для прямоугольного и круглого сечений зависимости λ от κ при значениях модуля упрочнения $\bar{G}_T = 0; 0,1$.

Напряжения в сечении стержня при совместном действии изгиба и растяжения легко могут быть определены из уравнения

$$\sigma = \varphi(\bar{e}_{\text{и}} + \bar{e}_p). \quad (1.60)$$

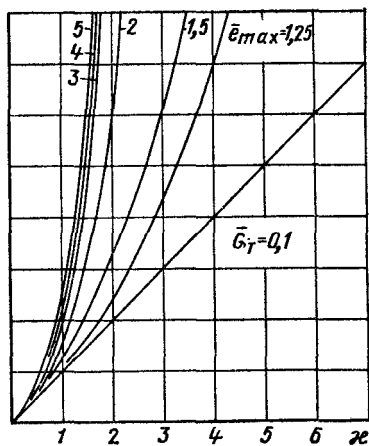
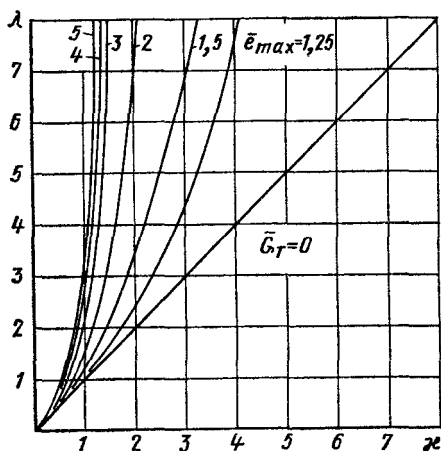


Рис. 18. Зависимость параметров

$$\lambda = \frac{\bar{N}}{\bar{M}} \text{ от } \kappa = \frac{\bar{e}_p}{\bar{e}_{\text{и max}}}$$

для прямоугольного сечения при $\bar{G}_T = 0$ и $\bar{G}_T = 0,1$

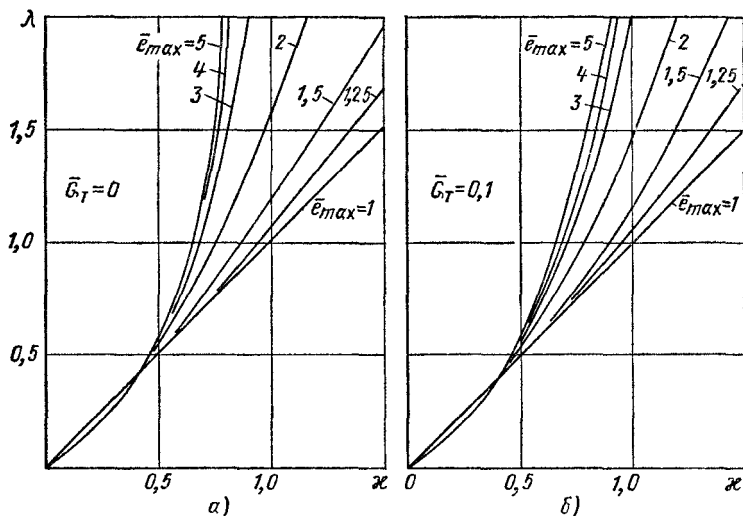


Рис. 19. Зависимость параметров λ от κ для круглого сечения при $\bar{G}_T = 0$ и $\bar{G}_T = 0,1$

Максимальные напряжения в сечении

$$\bar{\sigma}_{\max} = \frac{\bar{N}}{\Phi_{\Pi}} \varphi_e + \frac{\bar{N}}{\Phi_p} \varphi_e; \quad (1.61)$$

здесь φ_e — функция пластичности, соответствующая максимальной деформации.

Распределение напряжений в сечении

$$\bar{\sigma} = \bar{M} \frac{\eta}{\eta_{\Pi}} \cdot \frac{\varphi}{\Phi_{\Pi}} + \bar{N} \frac{\varphi}{\Phi_p}, \quad (1.62)$$

здесь функция φ определяется для деформации

$$\bar{e} = \bar{e}_{\Pi \max} \frac{\eta}{\eta_{\Pi}} + \bar{e}_p = \bar{e}_{\max} \frac{\eta_{\Pi} + \kappa}{1 + \kappa} \quad (1.63)$$

в точке сечения с ординатой η .

Если задано соотношение усилий $\lambda = \frac{\bar{N}}{\bar{M}}$, можно воспользоваться гра-

фиками $M = f(\bar{e}_{\max})$, построенными по параметру λ , из условия $\kappa = \lambda \frac{\Phi_{\Pi}}{\Phi_p}$:

$$\bar{e} = \bar{e}_{\max} \frac{\frac{\eta}{\eta_{\Pi}} + \lambda \frac{\Phi_{\Pi}}{\Phi_p}}{1 + \lambda \frac{\Phi_{\Pi}}{\Phi_p}}; \quad (1.64)$$

в этом случае функции пластичности определяются для максимальной деформации $e_{\max}$ при заданном соотношении усилий λ .

Для стержней с кривой осью также могут быть использованы уравнения равновесия (1.29), эти уравнения преобразуются, если использовать гипотезу плоских сечений для кривых брусев. На основании этой гипотезы перемещение произвольной точки может быть выражено как результат двух перемещений: поворота вокруг некоторой оси, отстоящей от центра кривизны на расстоянии r , и плоскопараллельного перемещения (рис. 20):

$$dw_0 + y d\theta = d\bar{w}.$$

Деформация некоторого исходного элемента бруса $ds = (r + y) d\varphi$ при этом составит

$$e = \frac{dw_0}{d\varphi} \cdot \frac{1}{r+y} - \frac{d\theta}{d\varphi} \cdot \frac{y}{r+y}. \quad (1.65)$$

С другой стороны, эти перемещения могут быть представлены как результат поворота сечения на угол $d\psi$ вокруг центра кривизны и на угол $d\theta$, вокруг оси, отстоящей от центра кривизны на расстоянии r . Тогда

$$e = \frac{d\psi}{d\varphi} - \frac{d\theta}{d\varphi} \cdot \frac{y}{r+y}. \quad (1.66)$$

Из рис. 20 следует $d\theta' = d\theta + d\psi$, а $r d\psi = dw_0$. Вводя обозначения $\frac{1}{e_r} \cdot \frac{d\psi}{d\varphi} = e_p$ и $\frac{1}{e_r} \cdot \frac{d\theta}{d\varphi} = \bar{\theta}$, можно записать в относительных координатах выражение для деформации

$$\begin{aligned} \bar{e} &= \bar{e}_p - (\bar{\theta} + \bar{e}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} = \\ &= (\bar{\theta} + \bar{e}_p) \left(\alpha - \frac{\eta}{\rho + \eta} \right), \end{aligned} \quad (1.67)$$

где $\alpha = \frac{\bar{e}_p}{\bar{\theta} + \bar{e}_p}$.

Здесь и далее все радиусы и высоты сечений отнесены к внутреннему радиусу бруса: $\rho = \frac{r}{R_2}$ и $\eta = \frac{y}{R_2}$.

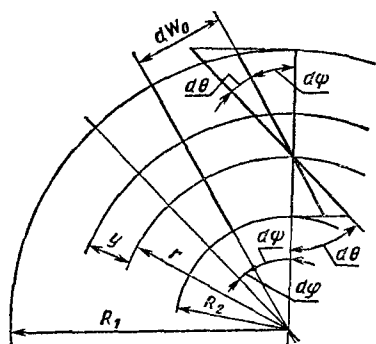


Рис. 20. Схема деформирования при изгибе кривого бруса

Теперь уравнения равновесия запишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_H}{\sigma_1 b_{\max} R_2^2} &= \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi \left[\bar{e}_p - \right. \\ &\quad \left. - (\bar{\theta} + \bar{e}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \beta \eta d\eta; \\ \frac{N}{\sigma_1 b_{\max} R_2^2} &= \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi \left[\bar{e}_p - \right. \\ &\quad \left. - (\bar{\theta} + \bar{e}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \beta d\eta, \end{aligned} \right\} \quad (1.68)$$

где M_H — момент относительно центра поворота;

$\beta = \frac{b}{b_{\max}}$ — относительная ширина сечения.

Положение радиуса оси поворота ρ , который может быть назван радиусом нейтральной оси, определяют из условия

$$\int_{-\eta_2}^{\eta_1} \varphi \frac{\eta}{\rho + \eta} \beta d\eta = 0, \quad (1.69)$$

при выполнении этого условия решения уравнений равновесия несколько упрощаются.

Как известно, при деформировании кривых брусев в пределах упругости нейтральная ось смещается относительно центра тяжести в сторону центра кривизны на постоянную величину; при деформировании за пределом упругости положение нейтральной оси зависит от изменения параметров упругости по сечению: при пластическом изгибе радиус нейтральной оси зависит от характера диаграммы и степени деформирования. Даже для простейшего случая идеальной пластичности после интегрирования условия (1.69) получается трансцендентное уравнение относительно ρ ; его решение весьма громоздко и может быть найдено графически или путем последовательных

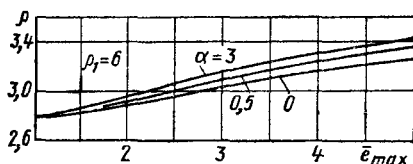


Рис. 21. Значения радиусов нейтральной оси в зависимости от деформации в сечении при $\rho_1 = 6$

приближений. Значения радиусов нейтральной оси в зависимости от максимальной деформации в сечении $\bar{\epsilon}_{\max}$ при $\rho_1 = 6$ для различных α и $\bar{G}_T = 0$ приведены на рис. 21.

Необходимость решения трансцендентных уравнений делают определение ρ достаточно сложным, особенно для случая полигонального упрочнения.

Удобнее для вычислений полагать радиус оси поворота постоянным и не зависящим от деформации, в этом случае условие (1.69) не соблюдается, и уравнения равновесия несколько усложняются. В качестве оси поворота сечения может быть принята любая ось, при этом при одних и тех же усилиях и деформациях $\bar{\epsilon}_{\max}$ величины $\bar{\epsilon}_p$ и $\bar{\delta}$ различные и зависят от расстояния оси до центра кривизны бруса (см. рис. 20). Такой осью при чистом изгибе может быть выбрана ось, проходящая через точку на нейтральной оси бруса в области упругости. Радиус нейтральной оси в этом случае определяют из уравнения (1.69) при $\varphi = 1$.

При интегрировании уравнений равновесия (1.68) необходимо знать границы зон упругих и упруго-пластических деформаций.

При одинаковых знаках деформаций $\bar{\epsilon}_p$ и $(\bar{\delta} + \bar{\epsilon}_p)$ возможны три варианта областей пластичности: одна область со стороны малого радиуса $1 > -\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}(\bar{\delta} + \bar{\epsilon}_p) + \bar{\epsilon}_p > -1$; $(\bar{\delta} + \bar{\epsilon}_p) \times (\rho - 1) > 1$, две области пластичности $(-\frac{\rho_1 - \rho}{\rho}(\bar{\delta} + \bar{\epsilon}_p) + \bar{\epsilon}_p < -1$; $(\bar{\delta} + \bar{\epsilon}_p) \times (\rho - 1) > 1$) и целиком пластичное сечение $(-\frac{\rho_1 - \rho}{\rho_1}(\bar{\delta} - \bar{\epsilon}_p) + \bar{\epsilon}_p > 1)$.

В этом случае максимальная деформация возникает всегда со стороны малого радиуса бруса и составляет $\bar{\epsilon}_{\max} = (\bar{\delta} + \bar{\epsilon}_p)(\alpha + \rho - 1)$.

Расстояние зон пластичности от нейтральной оси можно определить, положив деформацию на границе упругой и упруго-пластической зон равной деформации при пределе текучести.

Для области пластичности, примыкающей к малому радиусу бруса $\eta_{12} = \rho \frac{\bar{\epsilon}_p - 1}{1 + \bar{\theta}}$; для области пластичности, примыкающей к большому радиусу бруса, $\eta_{12} = \rho \frac{1 + \bar{\epsilon}_p}{\bar{\theta} - 1}$.

При разных знаках деформаций возможны четыре варианта областей пластичности: одна область со стороны большого или малого радиуса бруса, две области пластичности и целиком пластическое сечение.

Рассмотрим деформирование бруса прямоугольного сечения при полигональном упрочнении. В этом случае радиус центра поворота $\rho = \frac{\rho_1 - 1}{\ln \rho_1}$ и уравнения равновесия имеют вид: при одной области пластичности

$$\begin{aligned} \frac{M_H}{\sigma_1 b R_2^2} = \sum_n \int_{\eta_{11}}^{\eta_1} \left(\frac{a_n}{\bar{\epsilon}} + b_n \right) \left[\bar{\epsilon}_p - (\bar{\delta} + \bar{\epsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \eta d\eta + \\ + \int_{-\eta_2}^{\eta_{12}} \left[\bar{\epsilon}_p - (\bar{\delta} + \bar{\epsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \eta d\eta; \end{aligned} \quad (1.70)$$

$$\frac{N}{\sigma_1 b R_2} = \sum_n \int_{\eta_{11}}^{\eta_1} \left(\frac{a_n}{\bar{\varepsilon}} + b_n \right) \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{1}{\rho + \eta} \right] d\eta +$$

$$+ \int_{-\eta_2}^{\eta_{11}} \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] d\eta;$$

при двух областях пластичности

$$\frac{M_n}{\sigma_1 b R_2^2} = \sum_n \int_{\eta_{11}}^{\eta_1} \left(\frac{a_n}{\bar{\varepsilon}} + b_n \right) \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \eta d\eta +$$

$$+ \int_{-\eta_{12}}^{\eta_{11}} \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \eta d\eta - \sum_n \int_{-\eta_2}^{-\eta_{12}} \left(\frac{a_n}{\bar{\varepsilon}} - b_n \right) \times$$

$$\times \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \eta d\eta; \quad (1.71)$$

$$\frac{N}{\sigma_1 b R_2} = \sum_n \int_{\eta_{11}}^{\eta_1} \left(\frac{a_n}{\bar{\varepsilon}} + b_n \right) \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] d\eta +$$

$$+ \int_{-\eta_{12}}^{\eta_{11}} \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] d\eta - \sum_n \int_{-\eta_2}^{-\eta_{12}} \left(\frac{a_n}{\bar{\varepsilon}} - b_n \right) \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \eta d\eta;$$

при целиком пластичном сечении

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_n}{\sigma_1 b R_2^2} &= \sum_n \int_{\eta_2}^{\eta_1} \left(\frac{a_n}{\bar{\varepsilon}} + b_n \right) \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] \eta d\eta; \\ \frac{N}{\sigma_1 b R_2} &= \sum_n \int_{-\eta_2}^{\eta_1} \left(\frac{a_n}{\bar{\varepsilon}} + b_n \right) \left[\bar{\varepsilon}_p - (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p) \frac{\eta}{\rho + \eta} \right] d\eta; \end{aligned} \right\} \quad (1.72)$$

суммирование ведется по участкам, соответствующим интервалам деформации с одинаковыми параметрами диаграммы a_n и b_n .

В пластической области с отрицательными значениями деформаций диаграмма деформирования при полиго-

нальном упрочнении описывается уравнением $\sigma = -a_n + b_n \bar{\varepsilon}$.

Приведенные выше уравнения удобно интегрировать в деформациях. После замены переменных на основе уравнения $\bar{\varepsilon} = \left(\alpha - \frac{\eta}{\rho + \eta} \right) (\bar{\theta} + \bar{\varepsilon}_p)$ и ин-

тегрирования получим выражения, позволяющие подсчитать значения моментов и сил для различных α в зависимости от $e_{\max}$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{M}{\sigma_{\tau b R_2^3} &= \sum a_n J'_{M_n} + \\ &+ \sum b_n J''_{M_n} + J_M^{\text{упр}}; \\ \frac{N}{\sigma_{\tau b R_2} &= \sum a_n J'_{N_n} + \\ &+ \sum b_n J''_{N_n} + J_N^{\text{упр}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.73)$$

Значения интегралов J_M и J_N для интервалов деформации 1; 1,25; 1,5; 2; 3; 4 и 5 и для таких же значений $\bar{e}_{\max}$ при различных $\alpha = \frac{\bar{e}_p}{\theta + \bar{e}_p}$ приведены в работе [21].

В случае линейного упрочнения $a_n = 1 - \bar{G}_\tau$; $b_n = \bar{G}_\tau$; формулы для подсчета моментов относительно нейтральной оси и сил принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{M}_n}{\sigma_{\tau b R_2^3} &= (1 - \bar{G}_\tau) \sum J'_M + \\ &+ \bar{G}_\tau \sum J''_M + J_M^{\text{упр}}; \\ \frac{\bar{N}}{\sigma_{\tau b R_2} &= (1 - \bar{G}_\tau) \sum J'_N + \\ &+ \bar{G}_\tau \sum J''_N + J_N^{\text{упр}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.74)$$

Аналогичные уравнения могут быть получены и для других форм сечения, в частности, представляет интерес трапециевидное сечение (близкое по форме к сечению крюка) с отношением сторон $\frac{b_1}{b_2} = 4$ и $\rho_1 = 3$. При вычислении

моментов внешних сил относительно центра тяжести выражения для M_n следует пересчитать, учитывая момент от продольной силы относительно нейтральной оси:

$$\frac{M}{\sigma_{\tau b R_2^3} = \frac{M_n}{\sigma_{\tau b R_2^3} - \frac{N (\rho_0 - \rho)}{\sigma_{\tau b R_2^3}}. \quad (1.75)$$

Это выражение преобразуем, используя таблицы работы [21] и формулы (1.74)

$$\begin{aligned} \frac{M}{\sigma_{\tau b R_2^3} &= \sum a_n [J'_M - J'_N (\rho_0 - \rho)] + \\ &+ \sum b_n [J''_M - J''_N (\rho_0 - \rho)] + \\ &+ J_M^{\text{упр}} - J_N^{\text{упр}} (\rho_0 - \rho). \end{aligned} \quad (1.76)$$

Введем относительные значения моментов $\bar{M} = \frac{M}{M_\tau}$ и сил $\bar{N} = \frac{N}{N_\tau}$, где $M_\tau = \frac{\sigma_{\tau b} (\rho_1 - 1) (\rho_0 - \rho) R_2^3}{\rho - 1}$ и $N_\tau = \sigma_{\tau b} (\rho_1 - 1) R_2$ — момент и сила, соответствующие пределу текучести в наиболее напряженном волокне бруса. Отсюда

$$M = M_n - \bar{N} (\rho - 1) R_2. \quad (1.77)$$

На основании приведенных выше уравнений могут быть построены графики предельных (по деформациям) значений $\bar{M}$ и $\bar{N}$; для кривых брусков прямоугольного сечения при линейном упрочнении $G_\tau = 0; 0,1$ и $0,2$ и $\rho_1 = 3; 4; 5; 6; 8$ и 10 ; такие графики показаны на рис. 11, гл. 11.

Интегральные функции пластичности могут быть определены как отношения

$$\Phi_n = \frac{M}{\bar{e}_{\max}} \text{ и } \Phi_p = \frac{\bar{N}}{\bar{e}_p}; \text{ здесь принято } \bar{e}_{\max} = (\theta + \bar{e}_p) (\rho - 1).$$

Эти функции вычисляют при известных зависимостях между усилиями и деформациями в сечении по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= \frac{1}{(\theta + \bar{e}_p) (\rho_1 - 1) (\rho_0 - \rho)} \left\{ \sum a_n [J'_M - J'_N (\rho_0 - \rho)] + \right. \\ &+ \sum b_n [J''_M - J''_N (\rho_0 - \rho)] + J_M^{\text{упр}} - J_N^{\text{упр}} (\rho_0 - \rho) \Big\}; \\ \Phi_p &= \frac{1}{\bar{e}_p (\rho_1 - 1)} \left\{ \sum a_n J'_N + \sum b_n J''_N + J_N^{\text{упр}} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (1.78)$$

Для случая полигонального упрочнения могут быть использованы данные работы [21].

Для вычислений необходимо знать значения функций пластичности Φ_{II} и Φ_p и моментов M в зависимости от максимальной деформации $\bar{\epsilon}_{\max}$ по параметру $\lambda = \frac{\bar{N}}{M}$. Такие графики для кривого бруса прямоугольного поперечного сечения при $\rho_1 = 3; 4; 5; 8$ и 10 и линейном упрочнении $G_T = 0$ показаны на рис. 10, 12 гл. 11.

Напряжения в сечении кривых брусьев

$$\bar{\sigma} = \left(\bar{\epsilon}_p - \frac{\bar{\epsilon}_{II\max}}{\rho - 1} \cdot \frac{\eta}{\rho + \eta} \right) \Phi. \quad (1.79)$$

Максимальное напряжение

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{F} \cdot \frac{\Phi_e}{\Phi_p} + \frac{M(\rho - 1)}{F(\rho_0 - \rho)} \cdot \frac{\Phi_e}{\Phi_{II}}. \quad (1.80)$$

Распределение напряжений по сечению

$$\bar{\sigma} = \bar{N} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_p} - M \cdot \frac{\eta}{\rho + \eta} \cdot \frac{1}{\eta_2} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_{II}}$$

или

$$\sigma = \frac{N}{F} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_p} - \frac{M}{F(\rho_0 - \rho)} \cdot \frac{\eta}{\rho + \eta} \cdot \frac{\Phi}{\Phi_{II}}; \quad (1.81)$$

функция Φ_e определяется по деформации

$$\bar{\epsilon}_{II} = \bar{\epsilon}_{\max} \frac{\frac{\lambda \Phi_{II}}{\Phi_p} - \frac{\eta}{\rho + \eta} \cdot \frac{1}{\eta_2}}{1 + \frac{\lambda \Phi_{II}}{\Phi_p}}, \quad (1.82)$$

соответствующей усилиям в сечении. Графики рис. 11, а (гл. 11) могут быть использованы для получения зависимости деформации от усилия в сечении (например, момента) по параметру λ . Подобные графики для прямоугольного сечения показаны на рис. 14, гл. 11. При известных M и λ по этим графикам определяют $\bar{\epsilon}_{\max}$ и по формуле (1.82) — деформации в сечении. По этим данным определяют Φ_{II} , Φ_p , Φ и напряжения.

Выражения для напряжений, полученные выше, по структуре аналогичны

обычным выражениям сопротивления материалов. Пластическое деформирование учитывается коэффициентами Φ_{II} , Φ_p и Φ_e , зависящими от степени деформирования $\bar{\epsilon}_{\max}$.

Уравнения равновесия стержня круглого сечения, подверженного совместному действию кручения и растяжения, могут быть записаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_K}{2\pi\tau_T} &= \int_r \bar{\tau} r^2 dr; \\ \frac{N}{2\pi\sigma_T} &= \int_r \bar{\sigma} r dr. \end{aligned} \right\} \quad (1.83)$$

Используя гипотезу о сохранении прямых радиусов плоского сечения при кручении и растяжении [18] можно написать уравнение для деформации кручения и растяжения:

$$\frac{\bar{\gamma}_{\max}}{\gamma} = \frac{1}{\rho}; \quad \bar{\epsilon}_p = \text{const.}$$

Здесь $\bar{\gamma} = \frac{\gamma}{\gamma_T}$; $\gamma_{\max}$ — максимальная

деформация от кручения, $\bar{\epsilon}_p = \frac{e}{e_T}$;

$\left(\frac{e_T}{\gamma_T} = \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$; $\rho = \frac{r}{R_1}$; R_1 — радиус сечения стержня.

Используя уравнения (1.83) и отно-

сительные усилия $\bar{M}_K = \frac{M_K}{\tau_T W_K}$ и $\bar{N} =$

$= \frac{N}{\sigma_T F}$, получим уравнения равновесия в виде

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_K &= 4\bar{\gamma}_{\max} \int_{\rho_0}^1 \varphi \rho^3 d\rho; \\ \bar{N} &= 2\bar{\epsilon}_p \int_{\rho_0}^1 \varphi \rho d\rho; \end{aligned} \right\} \quad (1.84)$$

здесь

$$\varphi = \frac{\bar{\sigma}_I}{\bar{\epsilon}_I} = \frac{\sqrt{\bar{\sigma}^2 + \bar{\tau}^2}}{\sqrt{\bar{\epsilon}_p^2 + \gamma^2}} \left(\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_T} \text{ и } \right.$$

$$\left. \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_T}; \frac{\sigma_T}{\tau_T} = \sqrt{3} \right).$$

Для полого стержня $\rho_0 = \frac{R_0}{R_1}$, для сплошного стержня $\rho_0 = 0$.

При чистом кручении ($\bar{N} = 0$; $\bar{e}_p = 0$)

$$M_k = 4\bar{\gamma}_{\max} \int_{\rho_0}^1 \varphi \rho^3 d\rho \quad (1.85)$$

и интегральная функция пластичности

$$\Phi_k = 4 \int_{\rho_0}^1 \varphi \rho^3 d\rho. \quad (1.86)$$

В случае полигональной аппроксимации $\varphi = \frac{a_n}{\bar{e}_i} + b_n$; после интегрирования уравнения (1.86) при $\rho_0 = 0$ получаем

$$\Phi_k = J_{\text{упр}} + \sum_n a_n J'_{\text{пл}} + \sum b_n J''_{\text{пл}}, \quad (1.87)$$

где

$$J_{\text{упр}} = \frac{1}{\bar{\gamma}_{\max}^4}; \quad J'_{\text{пл}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\bar{\gamma}_n^3 - \bar{\gamma}_{n-1}^3}{\bar{\gamma}_{\max}^4};$$

$$J''_{\text{пл}} = \frac{\bar{\gamma}_n^4 - \bar{\gamma}_{n-1}^4}{\bar{\gamma}_{\max}^4}.$$

При линейном упрочнении $a_n =$

$$= 1 - \bar{G}_T \text{ и } b_n = \bar{G}_T \text{ и}$$

$$\Phi_k = J_{\text{упр}} + (1 - \bar{G}_T) \sum_n J'_{\text{пл}} + \bar{G}_T \sum J''_{\text{пл}}.$$

Значения функций $J_{\text{упр}}$, $J'_{\text{пл}}$, $J''_{\text{пл}}$ приведены в работе [21]. Графики крутящих моментов $M_k = \Phi_k \bar{\gamma}_{\max}$ и интегральной функции пластичности, вычисленных для значений $\bar{G}_T = 0$; 0,1 и 0,2, показаны на рис. 16 и 17 гл. 11.

При интегрировании уравнений

$$(1.84) \text{ вводят параметр } \kappa = \frac{\bar{e}_p}{\bar{\gamma}_{\max}}; \text{ имея}$$

$$\text{в виду, что } \rho = \frac{\sqrt{\bar{e}_i^2 - \bar{e}_p^2}}{\bar{\gamma}_{\max}} \text{ и } \rho_0 = 0,$$

преобразуем уравнения (1.84) для случая полигональной аппроксимации:

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_k + \frac{4}{\bar{\gamma}_{\max}^3} \left[\int_{\bar{e}_p}^1 \bar{e}_i (\bar{e}_i^2 - \bar{e}_p^2) d\bar{e}_i + \right. \\ \left. + \sum_n a_n \int_{\bar{e}_{n-1}}^{\bar{e}_n} (\bar{e}_i^2 - \bar{e}_p^2) d\bar{e}_i + \right. \\ \left. + \sum_n b_n \int_{\bar{e}_{n-1}}^{\bar{e}_n} \bar{e}_i (\bar{e}_i^2 - \bar{e}_p^2) d\bar{e}_i \right]; \\ \bar{N} = \frac{2\bar{e}_p}{\bar{\gamma}_{\max}} \left[\int_{\bar{e}_p}^1 \bar{e}_i d\bar{e}_i + \right. \\ \left. + \sum_n a_n \int_{\bar{e}_{n-1}}^{\bar{e}_n} d\bar{e}_i + \right. \\ \left. + \sum_n b_n \int_{\bar{e}_{n-1}}^{\bar{e}_n} \bar{e}_i d\bar{e}_i \right]; \end{aligned} \right\} \quad (1.88)$$

при $\bar{e}_p \geq 1$ первые члены этих выражений обращаются в нуль.

Выражая деформации растяжения и сдвига через параметр κ и интенсивность деформаций, т. е. $\bar{e}_p =$

$$= \frac{\kappa}{\sqrt{1 + \kappa^2}} \bar{e}_{\text{imax}}; \quad \bar{\gamma}_{\max} = \frac{1}{\sqrt{1 + \kappa^2}} \bar{e}_{\text{imax}} \text{ после интегрирования получим}$$

$$\left. \begin{aligned} M_k = J_M^{\text{упр}} + \sum_n a_n J'_{M\text{пл}} + \\ + \sum_n b_n J''_{M\text{пл}}; \\ \bar{N} = J_N^{\text{упр}} + \sum_n a_n J'_{N\text{пл}} + \\ + \sum_n b_n J''_{N\text{пл}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.89)$$

Значения $J_M^{упр}$; $J_N^{упр}$; $J'_{Mпл}$, $J''_{Mпл}$, $J'_{Nпл}$ и $J''_{Nпл}$ для $\bar{e}_i = 1; 1,25; 1,5; 2; 3; 4; 5$ по параметру κ приведены в работе [21].

Интегральные функции пластичности $\Phi_k = \frac{M_k}{\gamma_{max}}$ и $\Phi_p = \frac{N}{\bar{e}_p}$ могут быть определены с помощью выражений (1.89).

При линейном упрочнении

$$M_k = J_M^{упр} + (1 - G_\tau) \sum J'_{Mпл} +$$

$$+ \bar{G}_\tau \sum J''_{Mпл};$$

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{\left(\frac{N}{F}\right)^2 \left(\frac{\Phi_p}{\Phi_k}\right)^2 + 3 \left(\frac{M_k \rho}{W_k}\right)^2 \left(\frac{\Phi_p}{\Phi_k}\right)^2}. \quad (1.92)$$

$$\bar{N} = J_N^{упр} +$$

$$+ (1 - \bar{G}_\tau) \sum J'_{Nпл} + \bar{G}_\tau \sum J''_{Nпл}.$$

Приведенные выражения для крутящего момента и продольной силы дают зависимость M_k и N от деформации $\bar{e}_{imax}$ по параметру отношения деформации $\kappa = \frac{\bar{e}_p}{\gamma_{max}}$. В ряде случаев эти зависимости удобно представлять по

параметру отношения усилий $\lambda = \frac{\bar{N}}{M_k}$.

Для этого, используя уравнения (1.88), строят график зависимости между моментом и силой и по нему для заданного значения параметра λ получают необходимые зависимости. Такие зависимости для сплошного стержня ($\rho_0 = 0$) показаны на рис. 18 гл. 11 для моментов и на рис. 19 гл. 11 для интегральных функций пластичности при упрочнении $G_\tau = 0; 0,1$ и $0,2$. Зависимость между параметрами λ и κ приведена на рис. 20, гл. 11 при $\bar{G}_\tau = 0; 0,1$ и $0,2$.

Интенсивность напряжений в сечении стержня при совместном действии растяжения и кручения определяют по уравнению

$$\sigma_i = \varphi \sqrt{\bar{e}_p^2 + \gamma^2}, \quad (1.90)$$

где φ — функция пластичности, соответствующая деформации в данной точке

$$\text{где } \bar{e}_i = \sqrt{\bar{e}_p^2 + \gamma^2}.$$

Интенсивность максимального напряжения в сечении

$$\sigma_{imax} = \varphi \sqrt{\left(\frac{M_k}{\Phi_k}\right)^2 + \left(\frac{N}{\Phi_p}\right)^2}. \quad (1.91)$$

Распределение интенсивностей напряжений в сечении

Распределение нормальных и касательных напряжений

$$\bar{\sigma} = \frac{N}{F} \cdot \frac{\Phi_p}{\Phi_k} \text{ и } \bar{\tau} = \frac{M_k}{W_k} \cdot \frac{\Phi_p}{\Phi_k}; \quad (1.93)$$

в этих выражениях интегральные функции Φ_k и Φ_p определяют для деформации $\bar{e}_{imax}$, так же как и функцию φ_e на крайнем волокне, а функцию φ для деформации $\bar{e}_i = \bar{e}_{imax} \frac{\sqrt{\kappa^2 + \rho^2}}{\sqrt{\kappa^2 + 1}}$.

При известном соотношении усилий λ параметр κ можно определить по графикам на рис. 19. В первом приближении без больших погрешностей можно принять $\bar{e}_i = \bar{e}_{imax} \frac{\sqrt{\kappa^2 + \rho^2}}{\sqrt{1 + \kappa^2}}$.

Уравнения равновесия круглого стержня, подверженного совместному действию изгиба и кручения, можно записать так:

$$\bar{M}_k = \frac{M_k}{\tau_\tau W_k} = \frac{1}{W_k} \int_F \varphi \bar{\gamma} r dF;$$

$$\bar{M}_n = \frac{M_n}{\sigma_\tau W_n} = \frac{1}{W_n} \int_F \varphi \bar{e}_n y dF, \quad (1.94)$$

где

$$\varphi = \frac{\bar{\sigma}_i}{\bar{e}_i} = \frac{\sqrt{\bar{\sigma}^2 + \bar{\tau}^2}}{\sqrt{\bar{e}^2 + \gamma^2}};$$

M_K^H и M_H^K — крутящий и изгибающий моменты при совместном действии кручения и изгиба.

Если считать справедливой гипотезу плоских сечений, то можно записать

$$\frac{\bar{\epsilon}_H}{\bar{\epsilon}_{\max}} = \frac{y}{R_1} = \eta; \quad \frac{\bar{\gamma}}{\gamma_{\max}} = \frac{r}{R_1} = \rho. \quad (1.95)$$

На основе этих соотношений

$$\bar{\epsilon}_i^2 = \bar{\epsilon}_{i\max}^2 [\kappa^2 \xi^2 + (1 + \kappa^2) \eta^2], \quad (1.96)$$

где

$$\kappa = \frac{\bar{\gamma}_{\max}}{\bar{\epsilon}_{i\max}} \quad \text{и} \quad \xi = \sqrt{\rho^2 - \eta^2}.$$

На границе упругой и пластической областей $\bar{\epsilon}_i = 1$ и уравнение границы имеет вид

$$\kappa^2 \xi_T^2 + (1 + \kappa^2) \eta_T^2 = \frac{1}{\bar{\epsilon}_{i\max}^2}. \quad (1.97)$$

$$\left. \begin{aligned} M_H^K &= \frac{4}{\pi} \int_{\xi} \int_{\eta} \frac{\bar{\epsilon}_H \eta \, d\eta \, d\xi}{V \bar{\epsilon}_H^2 + \bar{\gamma}^2} = \frac{4}{\pi} \int_{\xi} \int_{\eta} \frac{\eta^2 \, d\eta \, d\xi}{V \kappa^2 \xi^2 + (1 + \kappa^2) \eta^2}; \\ M_K^H &= \frac{2}{\pi} \int_{\xi} \int_{\eta} \frac{\bar{\gamma} \rho \, d\eta \, d\xi}{V \bar{\epsilon}_H^2 + \bar{\gamma}^2} = \frac{2}{\pi} \int_{\xi} \int_{\eta} \frac{\kappa \rho^2 \, d\eta \, d\xi}{V \kappa^2 \xi^2 + (1 + \kappa^2) \eta^2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.98)$$

Интегрирование уравнений равновесия с пределами, определяемыми уравнением границы (1.97), приводит к весьма сложным вычислениям. Используя допущения, можно найти приближенное инженерное решение, не требующее сложных вычислений.

Следует особо подчеркнуть, что гипотеза плоских сечений и прямых радиусов при совместном упруго-пластическом изгибе и кручении несправедлива [15], так как в процессе деформирования граница пластической области не остается окружностью. Лишь при весьма большой деформации, когда упругая область становится достаточно малой,

а пластическая область близка к кругу, эти допущения более достоверны. Точных решений рассматриваемой задачи до настоящего времени не получено, поэтому приходится использовать приближенные решения.

Рассмотрим два крайних случая деформирования: упругое деформирование стержня и пластическое деформирование с образованием целиком пластического сечения в идеально пластическом стержне.

При упругом деформировании в предельном случае, когда впервые достигается предел текучести в крайнем волокне,

$$\bar{\epsilon}_i = \sqrt{\bar{\epsilon}_{\max}^2 + \gamma_{\max}^2} = 1;$$

$$\bar{M}_H^K = \bar{\epsilon}_{\max};$$

$$\bar{M}_K^H = \gamma_{\max}; \quad M_{H\Gamma}^2 + M_{K\Gamma}^2 = 1.$$

т. е. предельная кривая (при $\bar{\epsilon}_i = 1$) окружность.

При целиком пластичном сечении идеально пластического стержня ($G_T = 0$) $\bar{\epsilon}_i \rightarrow \infty$; $\eta_T = \xi_T = 0$ и уравнения равновесия принимают вид

Для удобства интегрирования эти уравнения запишем в иной форме, через полные эллиптические интегралы, используя зависимости $\eta = \rho \cos \varphi$; $\xi = \rho \sin \varphi$ и обозначая $k^2 = \frac{1}{1 + \kappa^2}$,

$$\begin{aligned} \bar{M}_H^K &= \frac{16}{\pi} \cdot \frac{1}{V 1 + \kappa^2} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^2 \varphi \, d\varphi}{V 1 + k^2 \sin^2 \varphi} = \\ &= \frac{16}{\pi} \cdot \frac{1}{V 1 + \kappa^2} \cdot \frac{1}{k^2} \left[E \left(k, \frac{\pi}{2} \right) - \right. \\ &\quad \left. - k'^2 F \left(k, \frac{\pi}{2} \right) \right]; \end{aligned} \quad (1.99)$$

$$\bar{M}_k^n = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1+k^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{8}{3\pi} \cdot \frac{\kappa}{\sqrt{1+\kappa^2}} F\left(k, \frac{\pi}{2}\right), \quad (1.100)$$

где $k' = \sqrt{1-k^2}$; $E\left(k, \frac{\pi}{2}\right)$ и $F\left(k, \frac{\pi}{2}\right)$ — полные эллиптические интегралы первого и второго рода.

Аналогичные выражения были получены в работе [17].

Предельная кривая для моментов $\bar{M}_i$ и $\bar{M}_k$ соответствующих полному исчерпанию несущей способности, вычисляется по уравнениям этих моментов при варьировании параметра $k^2 = \frac{1}{1+\kappa^2}$ (кривая 1, рис. 22).

Она близка к эллипсу 2, определяемому по уравнению

$$\frac{\bar{M}_{i\infty}^{\kappa^2}}{\bar{M}_{i\infty}^2} + \frac{\bar{M}_{k\infty}^{\kappa^2}}{\bar{M}_{k\infty}^2} = 1, \quad (1.101)$$

где индекс ∞ означает, что деформации $\bar{\epsilon}_{i\max}$, $\bar{\epsilon}_{i\max}$ и $\gamma_{\max}$ стремятся к бесконечности; $\bar{M}_{i\infty} = \frac{16}{3\pi}$ и $\bar{M}_{k\infty} = \frac{4}{3}$ — изгибающий и крутящий моменты при действии только изгиба или только кручения ($\bar{G}_T = 0$). Если за предельную кривую принять эллипс 2, то предель-

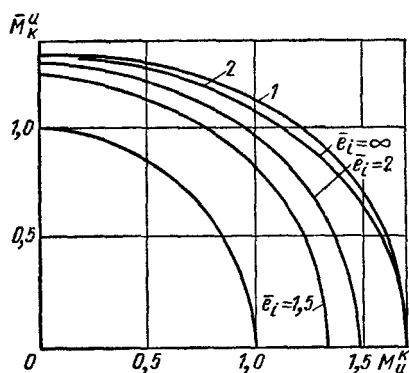


Рис. 22. Предельные кривые при совместном действии изгиба и кручения: 1 — по формулам (1.99) и (1.100); 2 — эллипс по уравнению (1.101)

ные моменты окажутся несколько меньше моментов, полученных при точном решении (кривая 1).

Для любых значений деформаций приближенно принимаем, что предельные (по деформациям) кривые также близки к эллипсам и занимают промежуточное положение между окружностью $\bar{M}_{i\kappa}^{\kappa^2} + \bar{M}_{k\kappa}^{\kappa^2} = 1$ и эллипсом, определяемым по уравнению (1.101). Уравнение эллипсов для предельных деформаций $\bar{\epsilon}_{i\max} = \sqrt{\bar{\epsilon}_p^2 + \gamma_{\max}^2}$ может быть записано в виде

$$\frac{\bar{M}_i^{\kappa^2}}{\bar{M}_i^2} + \frac{\bar{M}_k^{\kappa^2}}{\bar{M}_k^2} = 1, \quad (1.102)$$

где $\bar{M}_i$ — момент только от изгиба для деформации $\bar{\epsilon}_{i\max} = \bar{\epsilon}_{i\max}$; $\bar{M}_k$ — момент только от кручения для деформации $\bar{\epsilon}_{i\max} = \gamma_{\max}$.

Из уравнения (1.102) можно получить зависимость момента (изгибающего или крутящего) от деформации

$$\bar{M}_i^{\kappa} = \frac{\bar{M}_i \bar{M}_k}{\sqrt{\lambda^2 \bar{M}_i^2 + \bar{M}_k^2}}, \quad (1.103)$$

где $\lambda = \frac{\bar{M}_k^n}{\bar{M}_i^n}$ — параметр нагружения.

Значения изгибающих моментов $\bar{M}_i^{\kappa}$ для различных деформаций $\bar{\epsilon}_{i\max}$ и λ приведены на рис. 21, гл. 11.

Графики крутящих моментов в зависимости от $\bar{\epsilon}_{i\max}$ для модулей линейного упрочнения $\bar{G}_T = 0; 0,1$ и $0,2$ показаны на рис. 22, гл. 11.

Для случая линейного упрочнения сопоставление с результатами работ [14], полученными при интегрировании уравнений (1.94), дано на рис. 23. Различие в решениях оказалось несущественным.

Интегральные функции пластичности при совместном действии изгиба и кручения

$$\Phi_{\text{и}}^{\kappa} = \frac{M_{\text{и}}^{\kappa}}{\bar{e}_{\text{и max}}}; \quad (1.104)$$

$$\Phi_{\kappa}^{\text{и}} = \frac{M_{\kappa}^{\text{и}}}{\bar{\gamma}_{\text{max}}} \quad (1.105)$$

легко определяются, если известна зависимость $\bar{e}_{\text{и max}}$ и $\bar{\gamma}_{\text{max}}$ от $\bar{e}_{\text{и max}}$; при этом для вычислений удобно определять функции пластичности по параметру $\lambda = \frac{M_{\kappa}^{\text{и}}}{M_{\text{и}}^{\kappa}}$. Из уравнений (1.99) и (1.100) для весьма больших деформаций при $\bar{G}_{\text{т}} = 0$ получим

$$\lambda = \frac{M_{\kappa}^{\text{и}}}{M_{\text{и}}^{\kappa}} = \kappa \frac{F\left(k, \frac{\pi}{2}\right)}{2(1+\kappa^2) \left[E\left(k, \frac{\pi}{2}\right) - k'^2 F\left(k, \frac{\pi}{2}\right) \right]}. \quad (1.106)$$

Зависимость параметра нагружения λ от параметра деформирования κ для предельного случая показана на рис. 24, из которой видно, что приближенно можно принять $\lambda = \kappa$. При весьма малых пластических деформациях это соотношение выдерживается с большей точностью, так как при $\bar{e}_{\text{и}} = 1$ это соотношение становится точным.

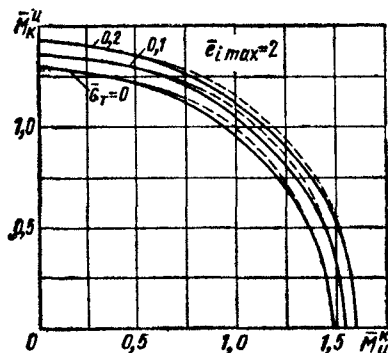


Рис. 23. Сопоставление решений по уравнению (1.102) — сплошные линии и по работе [14] — штриховые линии

Приняв для приближенного решения $\lambda = \kappa$, найдем

$$\bar{e}_{\text{и max}} = \bar{e}_{\text{и max}} \frac{1}{\sqrt{1+\lambda^2}}$$

и

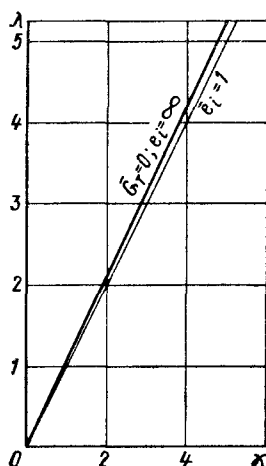
$$\bar{\gamma}_{\text{max}} = \bar{e}_{\text{и max}} \frac{\lambda}{\sqrt{1+\lambda^2}}. \quad (1.107)$$

Интегральные функции пластичности можно получить из приближенной эллиптической зависимости (1.101) и уравнений (1.107). Функция пластичности

$$\Phi_{\text{и}}^{\kappa} = \frac{M_{\text{и}} M_{\kappa} \sqrt{1+\lambda^2}}{\bar{e}_{\text{и max}} \sqrt{\lambda^2 M_{\text{и}}^2 + M_{\kappa}^2}} = \frac{\Phi_{\text{и}} \Phi_{\kappa} \sqrt{1+\lambda^2}}{\sqrt{\lambda^2 \Phi_{\text{и}}^2 + \Phi_{\kappa}^2}}, \quad (1.108)$$

где $\Phi_{\text{и}}$ и Φ_{κ} — интегральные функции пластичности при действии только изгиба или только кручения для деформации

$$\bar{e}_{\text{и max}} = \bar{e}_{\text{и max}} \quad \text{и} \quad \bar{\gamma}_{\text{max}} = \bar{e}_{\text{и max}}.$$



24. Зависимость параметров λ и κ для предельного случая

Аналогично

$$\Phi_{\kappa}^{\text{и}} = \frac{M_{\kappa}}{M_{\text{и}}} \times \frac{\bar{\varepsilon}_{\text{и max}}}{\bar{\gamma}_{\text{max}}} \times \frac{\Phi_{\text{и}} \Phi_{\kappa}}{\sqrt{\lambda^2 \Phi_{\text{и}}^2 + \Phi_{\kappa}^2}}, \quad (1.109)$$

но

$$\frac{M_{\kappa}}{M_{\text{и}}} \cdot \frac{\bar{\varepsilon}_{\text{и max}}}{\bar{\gamma}_{\text{max}}} = \frac{\lambda}{\kappa} \approx 1$$

и, следовательно,

$$\Phi_{\kappa}^{\text{и}} = \Phi_{\text{и}}^{\kappa} = \Phi_{\text{и}\kappa}.$$

Графики интегральной функции пластичности $\Phi_{\text{и}\kappa}$ в зависимости от $\bar{\varepsilon}_{\text{и max}}$ по параметру λ при упрочнении $G_{\tau} = 0$; 0,1 и 0,2 приведены на рис. 23, гл. 11.

Напряжения в сечении стержня при совместном действии изгиба и кручения определяются из уравнения

$$\bar{\sigma}_i = \varphi \sqrt{\bar{\varepsilon}_{\text{и}}^2 + \bar{\gamma}^2}, \quad (1.110)$$

где φ — функция пластичности, соответствующая деформации в данной точке $\bar{\varepsilon}_i = \sqrt{\bar{\varepsilon}_{\text{и}}^2 + \bar{\gamma}^2}$.

Максимальное напряжение в сечении

$$\bar{\sigma}_{i \text{ max}} = \varphi \sqrt{\left(\frac{M_{\text{и}}}{\Phi_{\text{и}\kappa}}\right)^2 + \left(\frac{M_{\kappa}}{\Phi_{\text{и}\kappa}}\right)^2}. \quad (1.111)$$

Распределение интенсивностей напряжений в сечении

$$\sigma_i = \sqrt{\left(\frac{M_{\text{и}} \eta}{W_{\text{и}}}\right)^2 \left(\frac{\varphi}{\Phi_{\text{и}\kappa}}\right)^2 + 3 \left(\frac{M_{\kappa} \rho}{W_{\kappa}}\right)^2 \left(\frac{\varphi}{\Phi_{\text{и}\kappa}}\right)^2}. \quad (1.112)$$

Нормальное напряжение

$$\sigma = \frac{M_{\text{и}}}{W_{\text{и}}} \cdot \frac{\varphi}{\Phi_{\text{и}\kappa}} \eta. \quad (1.113)$$

Касательное напряжение

$$\tau = \frac{M_{\kappa} \rho}{W_{\kappa}} \cdot \frac{\varphi}{\Phi_{\text{и}\kappa}}. \quad (1.114)$$

В этих выражениях интегральную функцию Φ определяют для максимальной деформации $\bar{\varepsilon}_{i \text{ max}}$, а функцию φ —

для деформации $\bar{\varepsilon}_i = \sqrt{\bar{\varepsilon}_{\text{и max}}^2 + \gamma_{\text{и max}}^2}$ или, после преобразований,

$$\bar{\varepsilon}_i = \bar{\varepsilon}_{i \text{ max}} \frac{\sqrt{\eta^2 + \lambda^2 \rho^2}}{\sqrt{1 + \lambda^2}}. \quad (1.115)$$

Если изгибающие моменты лежат в различных плоскостях, то результирующий момент определяют по формуле $M_{\text{и}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$.

Перемещения в стержнях можно определить на основании обобщения формул строительной механики для случая упруго-пластического деформирования. Для нелинейной связи между обобщенными силами и перемещениями энергетические теоремы, используемые для определения обобщенных перемещений, были разработаны Л. М. Качановым [10].

При расчетах удобно использовать выражение для перемещений в форме обобщенных уравнений Мора — Максвелла

$$\Delta = \int \frac{MM^0}{EJ\Phi_{\text{и}}} dx + \int \frac{NN^0}{EF\Phi_{\rho}} dx, \quad (1.116)$$

в которых выражение для жесткости сечения умножается на соответствующую интегральной функции пластичности.

В относительных координатах

$$\frac{\Delta}{\varepsilon_{\text{т}}} = \frac{1}{n_1} \int \frac{M^0 M}{\Phi_{\text{и}}} dx + \int \frac{N^0 \bar{N}}{\Phi_{\rho}} dx, \quad (1.117)$$

где M^0 и N^0 — момент и усилие от единичной силы, приложенной в месте

отыскания перемещения в направлении, совпадающем с направлением перемещения.

Для случая изгиба и растяжения кривого бруса дополнительная работа усилий на соответствующих перемещениях составит (см. рис. 20)

$$R = \int_s \left[e_{\rho} - \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} (\theta + e_{\rho}) \right] N dS + \int_{\varphi} (\theta + e_{\rho}) M d\varphi - \int_{\varphi} e_{\rho} M d\varphi. \quad (1.118)$$

Первый член этого выражения характеризует работу силы на перемещение точки, соответствующей центру тяжести сечения бруса; это перемещение зависит от поворота сечения. Второй член соответствует работе момента на повороте сечения, однако поскольку за счет только момента M этот поворот осуществляется на величину θ , приходится добавлять дополнительный третий член. Это делается для удобства использования суммы $(\theta + e_p)$, которая входит в выражение для деформации $e_{\text{втах}} = (\bar{\theta} + e_p) (\rho - 1)$ и функции пластичности $\Phi_{\text{и}} = \frac{M}{(\bar{\theta} - \bar{e}_p) (\rho - 1)}$.

Если ось поворота совпадает с осью, проходящей через центр тяжести, то выражение для работы упрощается

$$R = \int_s e_p N ds + \int_{\varphi} \theta M d\varphi,$$

но при этом существенно затрудняется определение функции пластичности $\Phi_{\text{и}}$ и Φ_p , и в результате вычисление перемещений оказывается громоздким.

Перемещение в кривом брусе под действием некоторой силы при использовании обобщенных уравнений Мора—Максвелла

$$\begin{aligned} \Delta = & \int_s \frac{M^0 M}{ES \Phi_{\text{и}}} \cdot \frac{ds}{R_0} + \frac{N^0 N}{EF \Phi_p} ds - \\ & - \int_s \frac{MM^0}{EF \Phi_p} \cdot \frac{ds}{R_0} - \\ & - \int_s \frac{N^0 M (\rho_0 - \rho)}{ES \Phi_{\text{и}}} \cdot \frac{ds}{R_0}, \end{aligned} \quad (1.119)$$

или в относительных координатах

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{e_{\tau}} = & \frac{1}{R_2} \int \frac{M_0 M}{(\rho - 1) \Phi_{\text{и}}} \cdot \frac{ds}{R_0} + \\ & + \int \frac{N^0 N}{\Phi_p} ds - \int \frac{M^0 N}{\Phi_p} \cdot \frac{ds}{R_0} - \\ & - \frac{1}{R_2} \int \frac{N^0 M}{\Phi_{\text{и}}} \cdot \frac{\rho_0 - \rho}{\rho - 1} \cdot \frac{ds}{R_0}. \end{aligned} \quad (1.120)$$

При заданных внешних силах перемещения вычисляют по приведенным выше формулам, причем функции пластичности $\Phi_{\text{и}}$ и Φ_p определяют по деформациям $e_{\text{тах}}$, соответствующим заданным усилиям в сечении.

Перемещения при кручении и кручении с растяжением можно найти из обобщенных уравнений Мора—Максвелла аналогично тому, как это было сделано при изгибе стержней.

В этом случае перемещение

$$\Delta = \int_l \frac{M^0 \bar{M}_k}{G J_k \Phi_k} dx + \int_l \frac{N^0 N}{EF \Phi_p} dx \quad (1.121)$$

или в относительных координатах

$$\frac{\Delta}{e_{\tau}} = V \bar{3} \int \frac{M^0 \bar{M}_k}{R_1 \Phi_k} dx + \int \frac{N^0 N}{\Phi_p} dx. \quad (1.122)$$

Для случая кручения или кручения с растяжением обычно характерно постоянство момента и силы на отдельных участках стержня, поэтому, например, угол закручивания стержня

$$\frac{\Delta}{\gamma_{\tau}} = \sum_{i=1}^n \frac{M_{kj}}{\Phi_{kj}} \cdot \frac{2l_i}{d_j}. \quad (1.123)$$

Из обобщенного уравнения Мора—Максвелла перемещение при совместном изгибе и кручении

$$\Delta = \int_l \frac{M_{\text{и}}^0 M_{\text{и}}}{E J \Phi} dx + \int_l \frac{M_k^0 M_k}{G J_k \Phi} dx \quad (1.124)$$

или в относительных координатах

$$\frac{\Delta}{e_{\tau}} = \int_l \frac{M_{\text{и}}^0 \bar{M}_{\text{и}}}{R_1 \Phi_{\text{и}}} dx + V \bar{3} \int_l \frac{M_k^0 \bar{M}_k}{R_1 \Phi_k} dx. \quad (1.125)$$

При заданных перемещениях Δ , соответствующих определенной схеме нагружения, уравнения (1.116) или (1.117) могут быть преобразованы так, что из них можно определить усилия в некотором сечении

$$M^{(a)} = \frac{\Delta}{\int_l \frac{M^0 M^*}{F J \Phi_{\text{и}}} dx + \frac{N^{(a)}}{M^{(a)}} \int_l \frac{N^0 N^*}{EF \Phi_p} dx}, \quad (1.126)$$

где $M^* = \frac{M}{M^{(a)}}$ — изгибающий момент

в текущем сечении, отнесенный к моменту в некотором сечении (a) ;

N^* — усилие, отнесенное к усилию $N^{(a)}$.

Следует иметь в виду, что $\bar{N}$ и $\bar{M}$ пропорциональны.

При заданной схеме нагружения M^* и N^* вполне определены. Сечение (a) может быть выбрано произвольно, однако удобнее выбирать некоторое характерное для данной задачи сечение, например, то, где ожидаются наибольшие деформации.

В уравнении (1.126) неизвестными являются момент $M^{(a)}$ и функции $\Phi_{\text{и}}$ и $\Phi_{\text{р}}$, определяемые по деформациям, соответствующим моментам $M = M^* M^{(a)}$. В общем случае это уравнение нужно решать методом последовательных приближений. Однако последовательные

откуда

$$e_{\text{max}}^{(a)} = \frac{M^{(a)}}{E^{(a)} W^{(a)} \Phi_{\text{и}}^{(a)}} \times \left(1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_{\text{и}}^{(a)}}{\Phi_{\text{р}}^{(a)}} \right), \quad (1.127)$$

где $\Phi_{\text{и}}^{(a)}$ и $\Phi_{\text{р}}^{(a)}$ — интегральные функции пластичности для сечения (a) при деформации $\bar{e}_{\text{max}}^{(a)}$; $\lambda^{(a)} = \frac{\bar{N}^{(a)}}{\bar{M}^{(a)}}$ — параметр, зависящий от соотношения продольного усилия и изгибающего момента в сечении (a) .

Подставив значение момента $M^{(a)}$ по формуле (1.126) в уравнение (1.127), получим выражение для деформации в некотором сечении (a) через заданное перемещение

$$e_{\text{max}}^{(a)} = \Delta \frac{1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_{\text{и}}^{(a)}}{\Phi_{\text{р}}^{(a)}}}{E^{(a)} W^{(a)} \Phi_{\text{и}}^{(a)}} \left[\int_l \frac{M^0 M^*}{E J \Phi_{\text{и}}} dx + \frac{N^{(a)}}{M^{(a)}} \int_l \frac{N^0 N^*}{E F \Phi_{\text{р}}} dx \right]. \quad (1.128)$$

приближения при решении уравнения (1.126) могут расходиться. Определение момента $M^{(a)}$ соответствует решению задачи с переменными параметрами упругости в напряжениях. В этом случае процесс последовательных приближений сходится значительно хуже, чем при решении в деформациях.

Для построения решения в деформациях преобразуем уравнение (1.126), имея в виду, что для сечения (a)

$$\bar{e}_{\text{max}}^{(a)} = \bar{e}_{\text{и max}}^{(a)} + \bar{e}_{\text{р}}^{(a)} = \frac{\bar{M}^{(a)}}{\Phi_{\text{и}}^{(a)}} + \frac{\bar{N}^{(a)}}{\Phi_{\text{р}}^{(a)}} = \frac{\bar{M}^{(a)}}{\Phi_{\text{и}}^{(a)}} \left(1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_{\text{и}}^{(a)}}{\Phi_{\text{р}}^{(a)}} \right),$$

Это уравнение решают методом последовательных приближений, причем деформация в текущем сечении стержня

$$e_{\text{max}} = \frac{M^* M^{(a)}}{E W \Phi_{\text{и}}} \left[1 + \lambda \frac{\Phi_{\text{и}}}{\Phi_{\text{р}}} \right], \quad (1.129)$$

или, подставив значение момента $M^{(a)}$ из формулы (1.127), получим

$$e_{\text{max}} = e_{\text{max}}^{(a)} M^* \frac{E^{(a)} W^{(a)} \Phi_{\text{и}}^{(a)}}{E W \Phi_{\text{и}}} \times \frac{1 + \lambda \frac{\Phi_{\text{и}}}{\Phi_{\text{р}}}}{1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_{\text{и}}^{(a)}}{\Phi_{\text{р}}^{(a)}}}. \quad (1.130)$$

Задавшись в исходном приближении $e_{\max}$, определяют по графикам интегральные функции Φ_{Π} и Φ_p и по формулам (1.128) и (1.129) вычисляют новое значение $e_{\max}$. Далее процесс повторяют.

Задачу для кривого бруса при заданных перемещениях можно решить аналогично задаче для стержней, у которых кривизна оси может не приниматься во внимание.

Преобразуем уравнение (1.119)

$$\Delta = M^{(a)} \int_s \frac{M^0 - N^0(R_0 - r)}{ES\Phi_{\Pi}} M^* \frac{ds}{R_0} - \\ - N^{(a)} \int_s \frac{M^0 - N^0 R_0}{EF\Phi_p} N^* \frac{ds}{R_0};$$

отсюда, имея в виду, что $\frac{N^{(a)}}{M^{(a)}} =$
 $= \lambda^{(a)} \frac{\rho^{(a)} - 1}{\rho_0^a - \rho^{(a)}} \cdot \frac{1}{R_2}$, получим

$$M^{(a)} = \frac{\Delta}{\int_s \frac{M^0 - N^0(R_0 - r)}{ES\Phi_{\Pi}} M^* \frac{ds}{R_0} + \lambda^{(a)} \frac{\rho^{(a)} - 1}{\rho_0^a - \rho^{(a)}} \cdot \frac{1}{R_2} \int_s \frac{M^0 - N^0 R_0}{EF\Phi_p} N^* \frac{ds}{R}} \quad (1.131)$$

Из выражений, приведенных выше, аналогично уравнению (1.127) можно записать

$$e_{\max}^{(a)} = M^{(a)} \frac{\rho^{(a)} - 1}{E^{(a)} S^{(a)} \Phi_{\Pi}^{(a)}} \left[1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_{\Pi}^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}} \right]. \quad (1.132)$$

Подставив в выражение (1.132) значение момента $M^{(a)}$ по формуле (1.131), получим

$$e_{\max}^{(a)} = \frac{\Delta \left[1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_{\Pi}^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}} \right] \frac{\rho_y^{(a)} - 1}{S^{(a)} \Phi_{\Pi}^{(a)} E^{(a)}}}{\int_s M^* \frac{M^0 - N^0(R_0 - r)}{ES\Phi_{\Pi}} \cdot \frac{ds}{R_0} + \lambda^{(a)} \frac{\rho^{(a)} - 1}{\rho_0^a - \rho^{(a)}} \cdot \frac{1}{R_2} \int_s N^* \frac{M^0 - N^0 R_0}{EF\Phi_p} \cdot \frac{ds}{R_0}} \quad (1.133)$$

Это уравнение решают методом последовательных приближений, причем деформация в текущем сечении бруса

$$e_{\max} = M^* e_{\max}^{(a)} \frac{S^{(a)} \Phi_{\Pi}^{(a)}}{S \Phi_{\Pi}} \cdot \frac{1 + \lambda \frac{\Phi_{\Pi}}{\Phi_p}}{1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_{\Pi}^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}} \quad (1.134)$$

Метод решения статически неопределимых стержневых систем может быть разработан на основе рассмотренной выше методики определения внешних нагрузок по заданному перемещению. При этом можно использовать метод сил, положив в основу схему, принятую при решении задач в упругом случае.

При этом статически определяя

система получается из заданной статически неопределимой путем отбрасывания лишних связей, заменяемых дей-

ствием неизвестных усилий. Затем составляют уравнения, выражающие условия равенства нулю перемещений

вдоль отброшенных связей под действием нагрузки и неизвестных усилий. Система из n уравнений содержит n неизвестных (по числу лишних связей)

$$\sum_{k=1}^n \Delta_{ik} + \Delta_{i0} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n). \quad (1.135)$$

В этой системе канонических уравнений Δ_{ik} — перемещение в направлении i -й отброшенной связи, вызванное силой, действующей в направлении k -го неизвестного усилия; Δ_{i0} — перемещение в направлении i -й отброшенной связи, вызванное внешней нагрузкой.

В случае упруго-пластического деформирования из уравнения (1.121) следует

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{ik} &= \int_l \frac{M_i^0 M_k}{EJ\Phi_{ii}} dx + \\ &+ \int_l \frac{N_i^0 N_k}{EF\Phi_p} dx; \\ \Delta_{i0} &= \int_l \frac{M_i^0 M_Q}{EJ\Phi_{ii}} dx + \\ &+ \int_l \frac{N_i^0 N_Q}{EF\Phi_p} dx. \end{aligned} \right\} \quad (1.136)$$

При решении системы (1.136) в деформациях эти уравнения преобразуют к виду

$$\Delta_{ik} = e_{\max}^{(a)} \left[\frac{EW^{(a)}\Phi_{ii}^{(a)}}{1 + \lambda_k^{(a)} \frac{\Phi_{ii}^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}} \int \frac{M_i^0 M_k^*}{EJ\Phi_{ii}} dx + \frac{EF^{(a)}\Phi_{ii}^{(a)}\lambda_k^{(a)}}{1 + \lambda_k^{(a)} \frac{\Phi_{ii}^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}} \int_l \frac{N_i^0 N_k^*}{EF\Phi_p} dx \right] = e_{\max k}^{(a)} \delta_{ik} \quad (1.137)$$

Суммарная деформация в некотором сечении, складывающаяся из деформаций от n неизвестных усилий и внешних нагрузок

$$e_{\max} = \sum_{k=1}^n e_{\max k} + \frac{M_Q}{EW\Phi_{ii}} + \frac{N_Q}{EF\Phi_p}, \quad (1.138)$$

$$\text{где } e_{\max k} = e_{\max k}^{(a)} M_k^* \frac{W^{(a)}\Phi_{ii}^{(a)}}{W\Phi_{ii}} \times \\ \times \frac{1 + \lambda_k \frac{\Phi_{ii}^1}{\Phi_p}}{1 + \lambda_k^{(a)} \frac{\Phi_{ii}^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}}.$$

Используя это выражение, систему уравнений можно записать в виде преобразованных канонических уравнений

$$\sum_{k=1}^n e_{ik}^{(a)} \delta_{ik} + \Delta_{i0} = 0. \quad (1.139)$$

Эти уравнения решают относительно деформаций от неизвестных сил в некотором сечении (a) . Система канонических уравнений при упруго-пластическом деформировании является нелинейной; коэффициенты уравнений зависят от деформации, так как содержат выражения, в которые входят функции пластичности сечения. В соответствии с этим систему решают методом последовательных приближений, в каждом приближении коэффициенты уравнений δ_{ik} предполагают постоянными и определяют для деформаций, полученных из предыдущего приближения.

Как показывают вычисления для ряда стержневых систем, процесс последовательных приближений сходится: решение преобразованных канони-

ческих уравнений соответствует решению задачи пластичности методом переменных параметров упругости в деформациях.

Рассмотрим структуру нелинейных членов δ_{ik} . Из уравнения (1.137) следует, что в общем случае совместного действия изгиба и растяжения

$$\int_0^l \frac{N_k^0 N_i^*}{EF\Phi_p} dx = \frac{1}{N_i^0} \left(\int_0^l \frac{N_k^0 N_i^0}{EF\Phi_p} dx \right) \quad (k \neq i)$$

$$\delta_{ik} = \frac{EW^{(a)}\Phi_n^{(a)}}{1 + \lambda_k^{(a)} \frac{\Phi_n^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}} \int_0^l \frac{M_i^0 M_k^*}{EJ\Phi_n} dx + \frac{EF^{(a)}\Phi_n^{(a)}\lambda_k^{(a)}}{1 + \lambda_k^{(a)} \frac{\Phi_n^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}} \int_0^l \frac{N_i^0 N_k^*}{EF\Phi_p} dx. \quad (1.140)$$

Матрица $\|\delta_{ik}\|$ не симметричная, так как $\delta_{ik} \neq \delta_{ki}$ (при $i \neq k$), поскольку $M_i^0 \neq M_k^*$; $M_k^0 \neq M_i^*$ и $N_i^0 \neq N_k^*$; $N_k^0 \neq N_i^*$. M^0 — момент от единичной силы, а M^* — момент от неизвестного усилия в сечении, где устранены лишние связи, отнесенные к моменту от того же усилия в некотором произвольном сечении (а). Поэтому M^0 пропорционален M^* , причем коэффициент пропорциональности — момент от единичной силы в сечении (а), т. е. $M^* = \frac{M^0}{M^0(a)}$; тогда $M_i^* = \frac{M_i^0}{M_i^0(a)}$; $M_k^* = \frac{M_k^0}{M_k^0(a)}$ и аналогично $N_i^* = \frac{N_i^0}{N_i^0(a)}$; $N_k^* = \frac{N_k^0}{N_k^0(a)}$.

Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{M_i^0 M_k^*}{EJ\Phi_n} dx &= \frac{1}{M_k^0(a)} \int_0^l \frac{M_i^0 M_k^0}{EJ\Phi_n} dx; \\ \int_0^l \frac{M_k^0 M_i^*}{EJ\Phi_n} dx &= \\ &= \frac{1}{M_i^0(a)} \int_0^l \frac{M_k^0 M_i^0}{EJ\Phi_n} dx; \quad (1.141) \\ \int_0^l \frac{N_i^0 N_k^*}{EF\Phi_p} dx &= \frac{1}{N_k^0(a)} \int_0^l \frac{N_i^0 N_k^0}{EF\Phi_p} dx; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{M_i^0 M_i^*}{EJ\Phi_n} dx &= \frac{1}{M_i^0(a)} \int_0^l \frac{M_i^0{}^2}{EJ\Phi_n} dx; \\ \int_0^l \frac{N_i^0 N_i^*}{EF\Phi_p} dx &= \frac{1}{N_i^0(a)} \int_0^l \frac{N_i^0{}^2}{EF\Phi_p} dx \quad (k=i) \end{aligned}$$

Поэтому, если ввести обозначения

$$\begin{aligned} \delta_{iki} &= \frac{EW^{(a)}\Phi_n^{(a)}}{1 + \lambda_n^{(a)} \frac{\Phi_n^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}} \int_0^l \frac{M_i^0 M_k^0}{EJ\Phi_n} dx; \\ \delta_{ikp} &= \frac{EF^{(a)}\Phi_n^{(a)}\lambda_k^{(a)}}{1 + \lambda_k^{(a)} \frac{\Phi_n^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}} \int_0^l \frac{N_i^0 N_k^0}{EF\Phi_p} dx, \end{aligned}$$

можно записать

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ik} &= \frac{1}{M_k^0(a)} \delta_{iki} + \frac{1}{N_k^0(a)} \delta_{ikp}; \\ \delta_{ki} &= \frac{1}{M_i^0(a)} \delta_{kii} + \frac{1}{N_i^0(a)} \delta_{kip}, \end{aligned} \right\} \quad (1.142)$$

где $\delta_{iki} = \delta_{kii}$; $\delta_{ikp} = \delta_{kip}$.

Таким образом, δ_{ik} и δ_{ki} , не обладая свойством симметрии, представляют собой линейные комбинации одних и тех же членов. Это обстоятельство облегчает решение канонической системы (1.139).

Определитель системы (1.139) без учета влияния продольных сил на деформацию (т. е. $\delta_{ikp} = \delta_{kip} = 0$)

$$|D| = \frac{1}{M_1^0(a) M_2^0(a) \dots M_m^0(a) \dots M_{n-1}^0(a) M_n^0(a)} |\delta_{iki}|. \quad (1.143)$$

Заменив в определителе δ_{ikn} столбец $k = m$ на Δ_{ia} получим

$$|D_m| = \frac{1}{M_1^0(a) M_2^0(a) \dots M_{m-1}^0(a) M_{m+1}^0(a) \dots M_{n-1}^0(a) M_n^0(a)} |\delta_{imn}|; \quad (1.144)$$

отсюда

$$e_m^{(a)} = \frac{|D_m|}{|D|} = \frac{|\delta_{imn}|}{|\delta_{ikn}|} M_m^0(a). \quad (1.145)$$

Для случая кривого бруса используют те же канонические уравнения (1.139), что и для стержней с прямой осью. При этом

$$\Delta_{ik} = \int \frac{M_i^0 - N_i^0 (R_0 - r)}{ES\Phi_n} M_k \frac{ds}{R_0} - \int \frac{M_i^0 - N_i^0 R_0}{EF\Phi_p} N_k \frac{ds}{R_0}; \quad (1.146)$$

$$\Delta_{iQ} = \int \frac{M_i^0 - N_i^0 (R_0 - r)}{ES\Phi_n} M_Q \frac{ds}{R_0} - \int \frac{M_i^0 - N_i^0 R_0}{EF\Phi_p} N_Q \frac{ds}{R_0}.$$

Систему канонических уравнений с членами (1.146) следует также решать в деформациях. Выразим значение момента в некотором сечении (a) через деформацию

$$M_k^{(a)} = \frac{E^{(a)} S^{(a)} \Phi_n^{(a)}}{\left[1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_n^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}} \right] (\rho_n^{(a)} - 1)} e_{\max k}^{(a)}. \quad (1.147)$$

Тогда

$$\Delta_k^{(a)} = e_{\max k}^{(a)} \left\{ \frac{E^{(a)} S^{(a)} \Phi_n^{(a)}}{\left[1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_n^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}} \right] (\rho_n^{(a)} - 1)} \int \frac{M_i^0 N_i^0 (R_0 - r)}{ES\Phi_n} \times \right. \\ \left. \times M_k^* \frac{ds}{R_0} - \frac{E^{(a)} F^{(a)} \Phi_n^{(a)} \lambda^{(a)}}{1 + \lambda^{(a)} \frac{\Phi_n^{(a)}}{\Phi_p^{(a)}}} \int \frac{M_i^0 - N_i^0 R_0}{EF\Phi_p} N_k^* \frac{ds}{R_0} \right\} = e_{\max}^{(a)} \delta_{ik}. \quad (1.148)$$

Система канонических уравнений при решении в деформациях принимает вид

$$\sum_{k=1}^n e_{\max k}^{(a)} \delta_{ik} + \Delta_{iQ} = 0 (i = 1, 2, 3, \dots, n).$$

Так как уравнения метода сил в упругой и упруго-пластической областях аналогичны, ряд приемов и упрощений, детально разработанных для случая упругого деформирования, может быть использован и при решении для упруго-пластических деформаций.

На примере расчета статически неопределимых систем проявляется формальная аналогия между решением задач упругости и решением задач пластичности методом переменных параметров упругости для стержней. В характеристику жесткости сечения стержня в упругом случае вносят поправку с помощью интегральной функции пластичности при упруго-пластическом деформировании; задачу решают в деформациях, а не в напряжениях (усилиях), если приходится находить решение методом последовательных приближений. Например, теорему о трех моментах для многопролетных неразрезных балок при упруго-пластическом деформировании по ана-

логии можно записать следующим образом:

$$M_{n-1}e_n \int_0^1 \frac{(1-\xi)\xi d\xi}{EJ_n\Phi_{nn}} + M_n \left[e_n \int_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{EJ_n\Phi_{nn}} + e_{n+1} \int_0^1 \frac{(1-\xi)^2 d\xi}{EJ_{n+1}\Phi_{n+1}} + \right. \\ \left. + M_{n+1}e_{n+1} \int_0^1 \frac{(1-\xi)\xi d\xi}{EJ_{n+1}\Phi_{n+1}} = e_n \int_0^1 \frac{M_{Qn}\xi d\xi}{FJ_n\Phi_{nn}} + e_{n+1} \int_0^1 \frac{M_{Qn+1}(1-\xi) d\xi}{EJ_{n+1}\Phi_{n+1}} \right]. \quad (1.149)$$

Для улучшения сходимости результатов последовательных приближений неизвестные моменты на опорах следует выразить через деформации на опорах:

$$M_{n-1} = e_{n-1}EW_{n-1}\Phi_{n-1};$$

$$M_n = e_nEW_n\Phi_{nn};$$

$$M_{n+1} = e_{n+1}EW_{n+1}\Phi_{n+1}.$$

Рассмотрим расчеты некоторых деталей.

Определим раскрытие зева крюка при подъеме груза. Основные размеры крюков механизмов с машинным приводом, необходимые для расчета, приведены в табл. 2 [22].

Для всех крюков в опасном сечении (А—А, рис. 25) параметры сечения

примерно одинаковы: $\alpha = 0,4$ и $\rho_1 = 3$, т. е. одним расчетом можно охватить все типоразмеры крюков. Материал крюка — сталь 20, $\bar{G}_T = 0$. Принимаем эти относительные параметры для всего контура крюка. Раскрытие зева крюка определяется прогибом в месте приложения силы и углом поворота этого сечения

$$\Delta\alpha = L\theta + f \cos \alpha.$$

Момент от внешней силы $M = PR_0 \sin \varphi$, продольное усилие $N = P \sin \varphi$, при определении прогиба момент от единичной силы $M^0 = R_0 \sin \varphi$, продольное усилие $N^0 \sin \varphi$. Интегрирование уравнений перемеще-

Таблица 2

Основные размеры крюков

Грузо-подъемность в т	R_2	h	R_1	$\frac{R_1}{R_2} = \rho_1$	b_2	b_1	$\alpha = \frac{b_1}{b_2}$	a	$\frac{a}{R_2}$
0,25	15,0	27	42,0	2,80	18	7	0,39	24	1,60
0,50	20,0	35	55,0	2,75	22	9	0,41	32	1,60
1,00	25,0	42	67,0	2,68	28	11	0,39	40	1,60
1,50	30,0	55	85,0	2,83	35	14	0,40	48	1,60
2,00	35,0	70	105,0	3,00	45	18	0,40	56	1,60
3,00	40,0	85	125,0	3,12	55	22	0,40	65	1,62
5,00	47,5	100	147,5	3,10	65	26	0,40	75	1,58
7,50	55,0	115	170,0	3,08	75	30	0,40	85	1,45
10	65,0	135	200,0	3,08	90	36	0,40	100	1,54
15	75,0	160	235,0	3,12	105	42	0,40	120	1,60
20	87,5	185	272,5	3,10	120	48	0,40	140	1,60
25	100,0	210	310,0	3,10	135	54	0,40	160	1,60
30	112,5	235	347,5	3,08	155	62	0,40	180	1,60
40	125,0	265	390,0	3,12	175	70	0,40	200	1,60
50	137,5	295	432,5	3,13	195	78	0,40	220	1,60
60	150,0	325	475,0	3,16	215	86	0,40	240	1,60
75	165,0	360	525,0	3,18	240	96	0,40	260	1,58

Принимаем для всех типоразмеров $\rho_1 = 3$ и $\alpha = 0,4$; $\frac{a}{R_2} = 1,6$.

При этом $\rho_0 = 1,857$; $\rho_y = 1,685$; $S_y = 0,241b_2R_2^2$; $F = 0,7b_2R_2$.

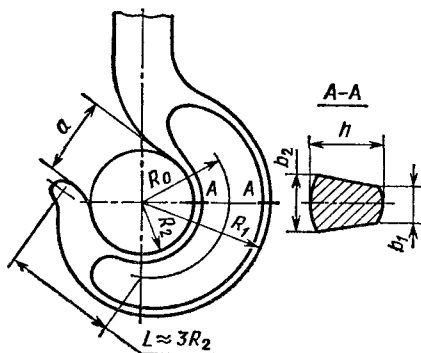


Рис. 25. Эскиз крюка

ний ведут численно для кругового контура:

$$\Delta = \int_0^\pi \frac{M^0}{h_2} \cdot \frac{\bar{M}}{\Phi_n} d\varphi + \int_0^\pi N^0 R_0 \frac{\bar{N}}{\Phi_p} d\varphi - \int_0^\pi M^0 \frac{\bar{N}}{\Phi_p} d\varphi - \int_0^\pi \frac{N^0 (R_0 - r)}{h_2} \cdot \frac{\bar{M}}{\Phi_n} d\varphi.$$

Значения деформаций $\bar{\epsilon}_{\max}$ и функций Φ_n и Φ_p определяют по графикам рис. 14 и 15, гл. 11, построенным для кривого бруса трапециевидного сечения при $\alpha = \frac{b_1}{b_2} = 0,4$ и $\rho = 3$. Графики раскрытия зева крюка Δ/Δ_c и деформации крайнего волокна $\epsilon_{\max}$ в зависимости от нагрузки P/P_T показаны на рис. 26. Рост перемещений отстает от роста деформаций в сечении, при увеличении нагрузки вдвое относительное раскрытие зева составляет всего около 2%.

Для случая толстостенной трубы, подвергнутой действию давления p , несущая способность (при плоской деформации) определяется предельной нагрузкой [9]

$$|p_0 - p_1| = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{\epsilon_i}^{\epsilon_{i0}} \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} d\epsilon_i,$$

где индексы 0 и 1 относятся соответственно к внутреннему и наружному контурам трубы.

При линейном упрочнении это уравнение может быть проинтегрировано и относительное давление составит:

$$\frac{|p_0 - p_1|}{|p_0 - p_1|_T} = \bar{\epsilon}_{i0} - (1 - \bar{G}_T) \times \times \left[\frac{\bar{\epsilon}_{i0} - 1}{1 - \alpha^2} - \frac{|\ln \bar{\epsilon}_{i0}|}{1 - \alpha^2} \right]$$

(при $\bar{\epsilon}_{i1} = \bar{\epsilon}_{i0}$ $\alpha^2 \leq 1$);

$$\frac{|p_0 - p_1|}{|p_0 - p_1|_T} = \bar{G}_T \bar{\epsilon}_{i0} + \frac{1 - \bar{G}_T}{1 - \alpha^2} 2 \ln \left(\frac{1}{\alpha} \right)$$

при ($\bar{\epsilon}_{i1} = \bar{\epsilon}_{i0}$ $\alpha^2 > 1$).

В этих выражениях

$$\bar{\epsilon}_{i1} = \frac{\epsilon_{i1}}{\epsilon_T}; \quad \bar{\epsilon}_{i0} = \frac{\epsilon_{i0}}{\epsilon_T}; \quad \alpha = \frac{R_1}{R_0};$$

$$|p_0 - p_1|_T = \frac{1 - \alpha^2}{\sqrt{3}} \sigma_T -$$

предельная нагрузка, соответствующая достижению предела текучести в трубе.

Графики значений $\left| \frac{p_0 - p_1}{p_0 - p_1} \right|_T$ в зависимости от отношения внутреннего радиуса трубы к наружному приведены на рис. 24 гл. 11.

Если несущая способность трубы определяется перемещением внутреннего или наружного контура, для определения относительного давления можно использовать эти графики, имея

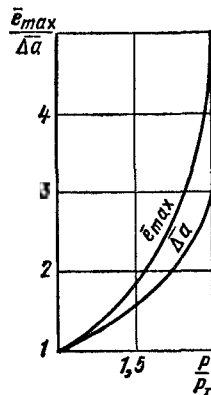


Рис. 26. Зависимость величин раскрытия зева крюка и деформации наружного волокна от нагрузки

в виду зависимости перемещений:

$$\bar{u}_0 = \frac{u_0}{u_\tau} = \bar{e}_{i0};$$

$$\bar{u}_1 = \frac{u_1}{u_\tau} = \bar{e}_{i1},$$

где $u_\tau = \frac{\sqrt{3}}{2} e_\tau R_0$ — перемещение внутреннего контура при достижении на этом контуре предела текучести.

Растяжение и изгиб круговых пластин. Уравнение равновесия диска при осесимметричном растяжении силами, лежащими в его плоскости, может быть записано следующим образом:

$$\frac{d}{dr}(rN_r) - N_\theta = Nr,$$

где N_r — радиальное усилие, N_θ — окружное усилие на некотором текущем радиусе r (отнесенные к единице длины); N — внешняя радиальная удельная нагрузка.

Если считать, что при действии сил в плоскости диска напряжения в его сечении распределены по толщине h равномерно, то уравнение равновесия в напряжениях имеет вид

$$\frac{d}{dr}(r h \sigma_r) - \sigma_\theta h = Nr. \quad (1.150)$$

Наиболее распространенным является случай нагружения диска объемными центробежными силами, когда

$$N = -\frac{\gamma}{g} \omega^2 h r.$$

Уравнение совместности деформаций

$$\frac{d}{dr}(r e_\theta) - e_r = 0.$$

Используя уравнения связи напряжений и деформаций, можно записать

в относительных координатах

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r &= \frac{2}{3} \varphi(2\bar{e}_r + \bar{e}_\theta); \\ \bar{\sigma}_\theta &= \frac{2}{3} \varphi(2\bar{e}_\theta + \bar{e}_r), \end{aligned} \quad (1.151)$$

где функция пластичности φ определяется для интенсивности деформаций

$$\bar{e}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\bar{e}_\theta^2 + \bar{e}_r \bar{e}_\theta + \bar{e}_r^2}. \quad (1.152)$$

Сведем систему дифференциальных уравнений к интегральному уравнению и решим его методом последовательных приближений.

Запишем уравнение (1.150) в виде, удобном для дальнейших преобразований, введя относительные координаты:

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa}{d\rho} \cdot \frac{1}{\kappa} (\rho \bar{\sigma}_r) + \rho \frac{d\bar{\sigma}_r}{d\rho} + (\sigma_r - \sigma_\theta) + \\ + \frac{\gamma}{g} \omega^2 \rho^2 \frac{R_0^2}{\sigma_\tau} = 0, \end{aligned} \quad (1.153)$$

где $\rho = \frac{r}{R_0}$; $\kappa = \frac{h}{h_0}$, где R_0 — внутренний радиус диска; h_0 — толщина диска на этом радиусе; $\bar{\sigma}_r = \frac{\sigma_r}{\sigma_\tau}$; $\bar{\sigma}_\theta = \frac{\sigma_\theta}{\sigma_\tau}$.

После преобразований получим

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\rho} \left[\rho^{\frac{1}{2}} \varphi(2\bar{e}_r + \bar{e}_\theta) \right] - \frac{3}{2} \cdot \frac{\varphi e_\theta}{\rho^2} + \\ + \frac{\rho^{\frac{1}{2}}}{\kappa} \cdot \frac{d\kappa}{d\rho} [\varphi(2\bar{e}_r + \bar{e}_\theta)] + \\ + \frac{3}{2} \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{\omega^2 R_0^2}{\sigma_\tau} \rho^{\frac{3}{2}} = 0. \end{aligned} \quad (1.154)$$

Проинтегрировав это уравнение от внутреннего контура, получим интегральное уравнение для радиальных деформаций

$$\begin{aligned} \bar{e}_r = \frac{1}{2\rho^{\frac{1}{2}} \varphi} \left[\frac{3}{2} \int_1^\rho \frac{1 - \frac{d\kappa}{d\rho} \cdot \frac{\rho}{\kappa} \cdot \frac{2}{3}}{\rho^{\frac{1}{2}}} \bar{e}_\theta d\rho - 2 \int_1^\rho \varphi \frac{d\kappa}{d\rho} \cdot \frac{\rho}{\kappa} \bar{e}_r d\rho - \right. \\ \left. - \frac{3}{2} \cdot \frac{\gamma}{g} \frac{\omega^2 R_0^2}{\sigma_\tau} \int_1^\rho \rho^{\frac{3}{2}} d\rho \right] - \frac{e_\theta}{2} + \frac{\varphi_0(2\bar{e}_{r0} + \bar{e}_{\theta0})}{2\rho^{\frac{1}{2}} \varphi}. \end{aligned} \quad (1.155)$$

Из уравнения (1.151) получим интегральное уравнение для тангенциальных деформаций:

$$\bar{e}_\theta = \frac{1}{\rho} \int_1^\rho \bar{e}_r d\rho + \frac{\bar{e}_{\theta 0}}{\rho}. \quad (1.156)$$

Уравнения (1.156) и (1.155) можно свести к нормальному интегральному уравнению, если задать деформации или напряжения на одном из контуров:

Запишем уравнения для $\bar{e}_r$ и $\bar{e}_\theta$ следующим образом:

$$\bar{e}_r = J_r(\rho_1 \bar{e}_r) - \bar{e}_{\theta 0} A(\rho) + \bar{\sigma}_{R_0} B(\rho); \quad (1.158)$$

$$\bar{e}_\theta = J_\theta(\rho_1 \bar{e}_r) - \bar{e}_{\theta 0} C(\rho) + \bar{\sigma}_{R_0} D(\rho). \quad (1.159)$$

Учитывая уравнения (1.158) и (1.152), запишем для наружного контура выражение для радиального напряжения

$$\bar{\sigma}_{R_1} = \frac{2}{3} \varphi_1 \{2J_r(\rho_1, \bar{e}_r) + J_\theta(\rho_1, \bar{e}_r) +$$

$$\begin{aligned} \bar{e}_r = & \frac{1}{\varphi \rho^2} \left[\frac{3}{4} \int_1^\rho \frac{\varphi \left[1 - \frac{d\kappa}{d\rho} \cdot \frac{\rho}{\kappa} \cdot \frac{2}{3} \right]}{\rho^{\frac{3}{2}}} \int_1^\rho \bar{e}_r d\rho d\rho - \int_1^\rho \frac{\varphi \frac{d\kappa}{d\rho} \cdot \frac{\rho}{\kappa}}{\rho^{\frac{1}{2}}} \bar{e}_r d\rho - \right. \\ & \left. - 0,3 \frac{\gamma}{g} \frac{\omega^2 R_0}{\sigma_1} \left(\rho^{\frac{5}{2}} - 1 \right) \right] - \frac{1}{2\rho} \int_1^\rho \bar{e}_r d\rho + \bar{e}_{\theta 0} \left[\frac{3}{4} \int_1^\rho \frac{\varphi \left[1 - \frac{d\kappa}{d\rho} \cdot \frac{\rho}{\kappa} \cdot \frac{2}{3} \right]}{\rho^{\frac{1}{2}}} d\rho - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2\rho} \right] + \frac{3}{4} \cdot \frac{\bar{\sigma}_{R_0}}{\varphi \rho^{\frac{1}{2}}}. \end{aligned} \quad (1.157)$$

Однако граничные условия задают, как правило, в виде радиальных напряжений на наружном и внутреннем контурах диска. В этом случае можно составить краевое интегральное уравнение, проинтегрировав уравнения (1.155) и (1.156) до наружного контура.

$$\begin{aligned} & + \bar{e}_{\theta 0} [2A(\rho_1) + C(\rho_1)] + \\ & + \sigma_{R_0} [2B(\rho_1) + D(\rho_1)] \}, \end{aligned} \quad (1.160)$$

откуда найдем деформацию на внутреннем контуре

$$\bar{e}_{\theta 0} = \frac{\frac{3}{2} \sigma_{R_1} - [2J_r(\rho_1, \bar{e}_r) + J_\theta(\rho_1, \bar{e}_r)] - \sigma_{R_0} [2B(\rho_1) + D(\rho_1)]}{2A(\rho_1) - C(\rho_1)}. \quad (1.161)$$

Тогда краевые интегральные уравнения для деформаций

$$\begin{aligned} \bar{e}_r = & J_r(\rho, \bar{e}_r) + \\ & + \frac{\frac{3}{2} \cdot \bar{\sigma}_{R_1}}{\varphi_1} - [2J_r(\rho_1, \bar{e}_r) + J_\theta(\rho_1, \bar{e}_r)] - \bar{\sigma}_{R_0} [2B(\rho_1) + D(\rho_1)] \\ & \frac{2A(\rho_1) + C(\rho_1)}{A(\rho) + \bar{\sigma}_{R_0} B(\rho)}; \end{aligned} \quad (1.162)$$

$$\bar{\epsilon}_\theta = J_\theta(\rho, \bar{\epsilon}_r) + \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{\sigma_{R_1}}{\varphi_1} - [2J_r(\rho_1, \bar{\epsilon}_r) + J_\theta(\rho_1, \bar{\epsilon}_r)] - \bar{\sigma}_{R_0} [2B(\rho_1) + D(\rho_1)]}{2A(\rho_1) + C(\rho_1)} \times \\ \times C(\rho) + \bar{\sigma}_{R_0} D(\rho). \quad (1.163)$$

Эти интегральные уравнения решают в деформациях методом последовательных приближений.

Переход от деформаций к напряжениям после получения решения осуществляется по формулам:

$$\bar{\sigma}_t = \frac{2}{3} \left(\bar{\sigma}_{\theta_0} - \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{R_0} \right) \varphi(2\bar{\epsilon}_\theta + \bar{\epsilon}_r) \times \\ \times \varphi_0 \bar{\epsilon}_{\theta_0}; \quad (1.164)$$

$$\bar{\sigma}_r = \frac{2}{3} \left(\bar{\sigma}_{\theta_0} - \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{R_0} \right) \varphi(2\bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_\theta) \varphi_0 \bar{\epsilon}_{\theta_0}.$$

Сходимость последовательных приближений при решении в деформациях вполне удовлетворительная, при решении в напряжениях приближения могут расходиться. Интегральные уравнения при решении в напряжениях аналогичны по структуре уравнениям в деформациях (1.155).

Рассмотрим расчет диска. Распределение напряжений в диске при различной частоте вращения показано на рис. 27 для случая идеальной пластичности ($\bar{G}_T = 0$) при $\rho = 4,6$ и при отсутствии контурных нагрузок ($\sigma_{R_0} = 0$ и $\sigma_{R_1} = 0$).

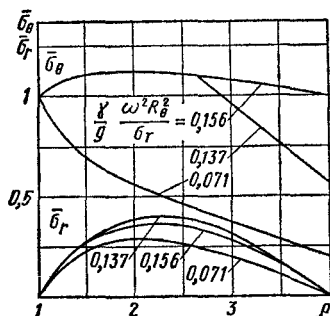


Рис. 27. Распределение напряжений в диске при различной частоте вращения

Уравнение равновесия круговой пластинки при действии осесимметричного изгиба можно записать так

$$\frac{d}{dr}(rM_r) - M_\theta = Qr, \quad (1.165)$$

где M_r — изгибающий момент на единицу длины, действующий в радиальном направлении; M_θ — изгибающий момент в окружном направлении на некотором текущем радиусе r .

Поперечное усилие на единицу длины, действующее на том же радиусе, определяют из выражения

$$Qr = - \sum_i P_i r_i = \int_{R_v}^r q(r) r dr + N_v R_v, \quad (1.166)$$

где P_i — сила, распределенная по окружности радиуса r_i (на единицу длины); $q(r)$ — нагрузка, распределенная по некоторой кольцевой площади; N_v — распределенная по контуру реакция (на единицу длины).

Индекс v относится к наружному или внутреннему контуру пластинки.

Уравнение совместности деформаций

$$\frac{d}{dr}(r\kappa_\theta) - \kappa_r = 0, \quad (1.167)$$

где

$$\kappa_\theta = \frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr}; \quad \kappa_r = \frac{d^2 w}{dr^2},$$

здесь w — прогиб пластинки.

Используя уравнения связи напряжения и деформаций, после преобразований получим в относительных координатах:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r &= \frac{2}{3} \varphi(2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_\theta) \eta; \\ \bar{\sigma}_\theta &= \frac{2}{3} \varphi(2\bar{\kappa}_\theta + \bar{\kappa}_r) \eta, \end{aligned} \right\} \quad (1.168)$$

где

$$\bar{\kappa}_r = \frac{\kappa_r}{\kappa_t}; \quad \bar{\kappa}_t = \frac{2}{h} e_t; \quad \bar{\kappa}_\theta = \frac{\kappa_\theta}{\kappa_t}; \quad \eta = \frac{2z}{h}$$

(h — толщина пластинки); были использованы также соотношения $\bar{e}_r = \bar{e}_{r\max} \eta$ и $\bar{e}_\theta = \bar{e}_{\theta\max} \eta$.

С другой стороны, на основе гипотезы прямых нормалей

Интегральную функцию пластичности Φ_{II} можно выразить через интенсивность деформаций

$$\bar{e}_I = \frac{2}{\sqrt{3}} \eta \times \\ \times \sqrt{\bar{e}_{r\max}^2 + \bar{e}_{r\max} \bar{e}_{\theta\max} + \bar{e}_\theta^2} = \eta \bar{e}_{I\max}. \quad (1.173)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_r &= \frac{6M_r}{\sigma_1 h^2} = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_r \eta d\eta = (2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_\theta) \int_{-1}^1 \varphi \eta^2 d\eta; \\ \bar{M}_\theta &= \frac{6M_\theta}{\sigma_1 h^2} = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_\theta \eta d\eta = (2\bar{\kappa}_\theta + \bar{\kappa}_r) \int_{-1}^1 \varphi \eta^2 d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (1.169)$$

Обозначив интегральную функцию пластичности

$$\Phi_{II} = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \varphi \eta^2 d\eta, \quad (1.170)$$

можно записать уравнения (1.169) в форме, аналогичной уравнениям (1.152) для диска:

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_r &= \frac{2}{3} \Phi_{II} (2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_\theta); \\ \bar{M}_\theta &= \frac{2}{3} \Phi_{II} (2\bar{\kappa}_\theta + \bar{\kappa}_r). \end{aligned} \right\} \quad (1.171)$$

Если перейти к абсолютным значениям усилий, то

По формуле (1.170) с учетом выражения (1.173) найдем

$$\begin{aligned} \Phi_{II} &= \frac{3}{2} 2 \int_0^{\bar{e}_{I\max}} \varphi \frac{\bar{e}_I^3 d\bar{e}_I}{\bar{e}_{I\max}^3} = \\ &= 3 \frac{1}{\bar{e}_{I\max}^3} \int_0^{\bar{e}_{I\max}} \varphi \bar{e}_I^2 d\bar{e}_I. \end{aligned} \quad (1.174)$$

Для случая полигонального упрочнения $\varphi = \frac{a_n}{e_I} + b_n$ и функция пластичности имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi_{II} &= \frac{3}{\bar{e}_{I\max}^3} \left[\int_0^{\bar{e}_{I\max}} \bar{e}_I^2 d\bar{e}_I + \int_1^{\bar{e}_{I\max}} a_n \bar{e}_I d\bar{e}_I + \int_1^{\bar{e}_{I\max}} b_n \bar{e}_I^2 d\bar{e}_I \right] = \\ &= \frac{3}{\bar{e}_{I\max}^3} \left[\frac{1}{3} + \sum_1^k a_n \frac{\bar{e}_n^2 - \bar{e}_{n-1}^2}{2} + \sum_1^k b_n \frac{\bar{e}_n^3 - \bar{e}_{n-1}^3}{3} \right] = \\ &= J_{\text{упр}} + \sum a_n J_n' + \sum b_n J_n''. \end{aligned} \quad (1.175)$$

$$\left. \begin{aligned} M_r &= 2D\Phi_{II} (2\kappa_r + \kappa_\theta); \\ M_\theta &= 2D\Phi_{II} (2\kappa_\theta + \kappa_r), \end{aligned} \right\} \quad (1.172)$$

где $D = \frac{Eh^3}{9}$ — цилиндрическая жесткость при $\mu = 0,5$.

Значения величин J , необходимые для вычисления интегральной функции пластичности, приведены в работе [21].

Для случая линейного упрочнения $\varphi = \frac{1 - \bar{G}_T}{\bar{e}_T} + \bar{G}_T$ и интегральная функ-

ция пластичности (рис. 4, а гл. 11).

$$\Phi_n = \bar{G}_T + \frac{3}{2} \cdot \frac{1 - \bar{G}_T}{\bar{\varepsilon}_{\text{imax}}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - G_T}{\bar{\varepsilon}_{\text{imax}}}^2 \quad (1.176)$$

Система уравнений изгиба круговой пластинки (1.165), (1.167) и (1.168) аналогична системе уравнений растяжения диска (1.150) — (1.152).

В соответствии с этим получим интегральные уравнения для пластинки, аналогичные уравнениям (1.156) и (1.157) для диска:

$$\begin{aligned} \kappa_r = \frac{1}{\rho^2 \Phi_n} & \left[\frac{3}{4} \int_1^{\rho} \frac{\Phi_n \left[1 - \frac{dD}{d\rho} \cdot \frac{\rho}{D} \cdot \frac{2}{3} \right]}{\rho^{\frac{3}{2}}} \int_1^{\rho} \kappa_r \rho d\rho - \right. \\ & - \int_1^{\rho} \frac{\Phi_n \frac{dD}{d\rho} \cdot \frac{\rho}{D}}{\rho^{\frac{3}{2}}} \kappa_r \rho d\rho + \left. \int_1^{\rho} \frac{Q\rho}{2\rho^{\frac{3}{2}} D} d\rho \right] - \frac{1}{2\rho} \int_1^{\rho} \kappa_r \rho d\rho + \\ & + \kappa_{\theta v} \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{\Phi_n \left[1 - \frac{dD}{d\rho} \cdot \frac{\rho}{D} \cdot \frac{2}{3} \right]}{\rho^{\frac{3}{2}}} d\rho - \frac{1}{2\rho} \right] + \frac{1}{4} \cdot \frac{M_{R_v}}{\rho^{\frac{3}{2}} \Phi_n D_v}; \end{aligned} \quad (1.177)$$

$$\kappa_{\theta} = \frac{1}{\rho} \int_1^{\rho} \kappa_r \rho d\rho + \frac{\kappa_{\theta v}}{\rho}, \quad (1.178)$$

где $\rho = \frac{r}{R_v}$, индекс v относится к наружному или внутреннему контуру.

Запишем уравнения для $\kappa_r = \frac{d^2 w}{dr^2}$;

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dr}; \text{ прогиб } w: \\ \frac{d^2 w}{dr^2} = J_r(\rho, \kappa_r) + \left(\frac{dw}{dr} \right)_v A(\rho) + \\ + M_{R_v} B(\rho); \end{aligned} \quad (1.179)$$

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dr} = J_{\theta}(\rho, \kappa_r) + \left(\frac{dw}{dr} \right)_v C(\rho) + \\ + M_{R_v} D(\rho); \end{aligned} \quad (1.180)$$

$$\begin{aligned} w = J_w(\rho, \kappa_r) + \left(\frac{dw}{dr} \right)_v E(\rho) + \\ + M_{R_v} F(\rho) + w_v G(\rho). \end{aligned} \quad (1.181)$$

Система (1.177) и (1.178) в общем случае задания граничных условий приводит к краевому интегральному уравнению, в котором постоянные w_v , $\left(\frac{dw}{dr} \right)_v$ и M_{R_v} определяются из уравнений (1.179) — (1.181).

На рис. 28 приведены зависимости усилий и деформаций от радиуса пла-

стинки постоянной толщины для различных величин распределенной нагрузки $\bar{q} = q/q_T$, где $q_T = \frac{48h^2 \sigma_T}{63R_1^2}$ при $\bar{G}_T = 0$, полученные на основании аналогичных вычислений.

Для случая совместного действия на круговую пластинку осесимметричного растяжения и изгиба можно записать систему уравнений равновесия

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dr}(rM_r) - M_{\theta} &= Qr; \\ \frac{d}{dr}(rN_r) - N_{\theta} &= Nr \end{aligned} \right\} \quad (1.182)$$

и систему уравнений совместности деформаций

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dr}(r\kappa_{\theta}) - \kappa_r &= 0; \\ \frac{d}{dr}(r\epsilon_{\theta}) - \epsilon_r &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.183)$$

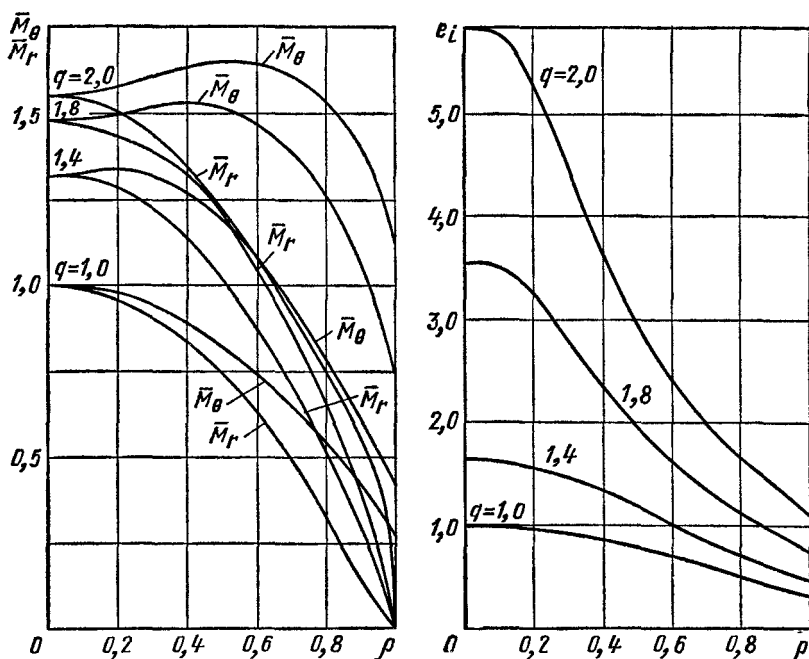


Рис. 28. Зависимости усилий и деформаций от радиуса в круглой равномерно нагруженной пластинке

Суммарная деформация от изгиба и растяжения в некоторой точке пластинки с координатами (z, r)

$$\left. \begin{aligned} e_r &= z\kappa_r + e_{rp} = e_{ri} + e_{rp}; \\ e_\theta &= z\kappa_\theta + e_{\theta p} = e_{\theta i} + e_{\theta p}, \end{aligned} \right\} \quad (1.184)$$

где индексом p обозначены деформации от растяжения усилиями N_r и N_θ , индексом i — деформации от изгиба.

Используя уравнения связи, после преобразований получим в относительных координатах

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r &= \frac{2}{3} \varphi [(2\bar{e}_{rp} + \bar{e}_{\theta p}) + \\ &+ (2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_\theta) \eta]; \\ \bar{\sigma}_\theta &= \frac{2}{3} \varphi [(2\bar{e}_{\theta p} + \bar{e}_{rp}) + \\ &+ (2\bar{\kappa}_\theta + \bar{\kappa}_r) \eta], \end{aligned} \right\} \quad (1.185)$$

где $\bar{\kappa} = \frac{\kappa}{\kappa_r} \left(\kappa_r = \frac{2}{h} e_r \right)$; $\eta = \frac{2z}{h}$ (h — толщина пластинки).

Напряжения и деформации отнесены соответственно к напряжению и деформации предела текучести σ_T и e_T .

Уравнения для усилий в сечении имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{N_r}{\sigma_T} &= \frac{h}{2} \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_r d\eta; \\ \frac{M_r}{\sigma_T} &= \frac{h^2}{4} \int_{-1}^1 \sigma_r \eta d\eta; \\ \frac{N_\theta}{\sigma_T} &= \frac{h}{2} \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_\theta d\eta; \\ \frac{M_\theta}{\sigma_T} &= \frac{h^2}{4} \int_{-1}^1 \bar{\sigma}_\theta \eta d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (1.186)$$

Эти уравнения могут быть преобразованы с учетом выражений (1.185):

$$\bar{N}_r = \frac{N_r}{\sigma_1 h} = \frac{1}{3} \left[(2\bar{\epsilon}_{rp} + \bar{\epsilon}_{\theta p}) \int_{-1}^1 \varphi d\eta + (2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_{\theta}) \int_{-1}^1 \varphi \eta d\eta \right]; \quad (1.187)$$

$$\bar{M}_r = \frac{6M_r}{\sigma_1 h^2} = \left[(2\bar{\epsilon}_{rp} + \bar{\epsilon}_{\theta p}) \int_{-1}^1 \varphi \eta d\eta + (2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_{\theta}) \int_{-1}^1 \varphi \eta^2 d\eta \right].$$

Обозначив интегральные функции пластичности

$$\Phi_n = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \varphi \eta^2 d\eta; \quad \Phi_p = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \varphi d\eta; \quad \Phi_{np} = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \varphi \eta d\eta, \quad (1.188)$$

получим уравнения для выражения усилий через деформации:

$$\left. \begin{aligned} \bar{N}_r &= \frac{2}{3} \left[(2\bar{\epsilon}_{rp} + \bar{\epsilon}_{\theta p}) \Phi_p + \frac{1}{3} (2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_{\theta}) \Phi_{np} \right]; \\ \bar{M}_r &= \frac{2}{3} \left[(2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_{\theta}) \Phi_n + (2\bar{\epsilon}_{\theta p} + \bar{\epsilon}_{rp}) \Phi_{np} \right]; \\ \bar{N}_{\theta} &= \frac{2}{3} \left[(2\bar{\epsilon}_{\theta p} + \bar{\epsilon}_{rp}) \Phi_p + (2\bar{\kappa}_{\theta} + \bar{\kappa}_r) \Phi_{np} \right]; \\ \bar{M}_{\theta} &= \frac{2}{3} \left[(2\bar{\kappa}_{\theta} + \bar{\kappa}_r) \Phi_n + \frac{1}{3} (2\bar{\epsilon}_{\theta p} + \bar{\epsilon}_{rp}) \Phi_{np} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1.189)$$

Интегральные функции пластичности Φ_n , Φ_p и Φ_{np} зависят от интенсивности суммарных деформаций $\bar{e}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\bar{e}_r^2 + \bar{e}_{\theta}^2 + \bar{e}_{rp}^2}$, которую в случае совместного действия на пластинку растяжения и изгиба можно записать в виде

$$\bar{e}_i = \sqrt{\eta^2 \bar{\kappa}_i^2 + \eta \bar{\kappa}_i + \bar{e}_{ip}^2};$$

где

$$\bar{\kappa}_i^2 = \frac{4}{3} (\bar{\kappa}_{\theta}^2 + \bar{\kappa}_r^2 + \bar{\kappa}_{\theta} \bar{\kappa}_r);$$

$$\bar{e}_{ip}^2 = \frac{4}{3} (\bar{\epsilon}_{\theta p}^2 + \bar{\epsilon}_p^2 + \bar{\epsilon}_{rp} \bar{\epsilon}_{\theta p});$$

$$\bar{\kappa}_i = \frac{4}{3} (2\bar{\kappa}_{\theta} \bar{\epsilon}_{\theta p} + 2\bar{\kappa}_r \bar{\epsilon}_{rp} + \bar{\kappa}_{\theta} \bar{\epsilon}_{rp} + \bar{\kappa}_r \bar{\epsilon}_{\theta p});$$

При $\eta = 1$ $e_i = e_{i1}$, отсюда $e_{i1}^2 - \bar{\kappa}_i^2 - \bar{e}_{ip}^2 = \bar{\kappa}_i$ и интенсивность деформаций

$$\bar{e}_i = \sqrt{\eta(\eta-1) \bar{\kappa}_i^2 - (\eta-1) \bar{e}_{ip}^2 + \eta \bar{e}_{i1}^2}.$$

Пользуясь этой формулой, выразим ординату сечения через интенсивность деформаций

$$\eta = \frac{(e_{ip}^2 + \bar{\kappa}_i^2 - e_{i1}^2) + \sqrt{(e_{ip}^2 + \bar{\kappa}_i^2 - e_{i1}^2)^2 - 4\bar{\kappa}_i^2 (\bar{e}_{ip}^2 - \bar{e}_i^2)}}{2\bar{\kappa}_i^2}.$$

Введем параметры деформаций совместного изгиба и растяжения круговых

$$\text{пластин } \lambda = \frac{\bar{\epsilon}_{ip}}{\kappa_{ip}} \text{ и } \mu = \frac{\bar{\kappa}_i}{\bar{\epsilon}_{ii}}$$

Тогда

$$\eta = \frac{-[1 - \mu^2(1 + \lambda^2)] \pm \sqrt{[1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]^2 - 4\mu^2 \left[\mu^2 \lambda^2 - \left(\frac{\bar{\epsilon}_i}{\bar{\epsilon}_{ii}} \right)^2 \right]}}{2\mu^2}; \quad (1.190)$$

$$\bar{\epsilon}_i = \bar{\epsilon}_{ii} \sqrt{\eta(\eta - 1)\mu^2 - (\eta - 1)\mu^2 \lambda^2 + \eta}. \quad (1.191)$$

Границы пластической области определяются из уравнения

$$\eta_{1,2} = \frac{-[1 - \mu^2(1 - \lambda^2)] \pm \sqrt{[1 - \mu^2(1 + \lambda^2)] - 4\mu^2 \left(\mu^2 \lambda^2 - \frac{1}{\bar{\epsilon}_{ii}^2} \right)}}{2\mu^2} \quad (1.192)$$

Рассмотрим изменение областей пластичности по сечению пластины с изменением деформации $\bar{\epsilon}_{ii}$. Сечение пластины, одна из кромок которого условно обозначена 1, вторая — 2, схематически показано на рис. 29, на котором приведены схемы областей пластичности, возникающих при различных соотношениях параметров μ и λ и соответствующих изменению пределов интегрирования при вычислении функций Φ_r , Φ_{pr} и Φ_{ii} . Область пластичности может вначале появиться на одной из кромок; случай одновременного начала пластического деформирования является промежуточным. Этот случай, соответствующий равенству высоты границ пластической области сечения $\eta_{11} = \eta_{12}$,

возможен при $\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$.

При $\mu > \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$ сначала появляется область пластичности, примыкающая к кромке 2, и $\eta_{12} > \eta_{11}$; при $\mu < \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$ имеет место обратный процесс и $\eta_{11} > \eta_{12}$. Линия $\mu = \frac{1}{1 + \lambda^2}$

(линия 3), разграничивающая эти два случая, показана на рис. 30.

Область возможных соотношений μ и λ определяется действительными выражениями деформаций: при $\eta = -1$ ($\bar{\epsilon}_{ii} = \bar{\epsilon}_{i\max}$) уравнение (1.191)

принимает вид

$$\bar{\epsilon}_{12} = \bar{\epsilon}_{ii} \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1}, \quad (1.193)$$

откуда

$$\mu \geq \frac{1}{\sqrt{2(1 + \lambda^2)}}.$$

Граничная линия $\mu = \frac{1}{\sqrt{2(1 + \lambda^2)}}$

(линия 1 нанесена на рис. 30). Область значений параметров деформаций μ и λ , лежащих выше линии 3, соответствует условию $\bar{\epsilon}_{12} > \bar{\epsilon}_{11}$, область значений μ и λ , заключенных между линиями 1 и 3, соответствует условию $\bar{\epsilon}_{11} > \bar{\epsilon}_{12}$.

Вместе с тем, если за параметры деформаций принять $\lambda = \frac{\bar{\epsilon}_{ip}}{\kappa_i}$ и $\mu = \frac{\bar{\kappa}_i}{\bar{\epsilon}_{i\max}}$, где $\bar{\epsilon}_{i\max}$ — большая из величин $\bar{\epsilon}_{11}$ или $\bar{\epsilon}_{12}$, то область возможных соотношений параметров μ и λ ограничивается линиями 1 и 3.

В общем случае при деформировании совместным растяжением и изгибом сначала появляется одна область пластичности вблизи кромки 1 или 2 (рис. 29), затем две области пластичности, сливающиеся при дальнейшем деформировании, так что все сечение оказывается пластичным. Однако этот третий этап не всегда реализуется. Действительно, из уравнения (1.192) следует, что $\eta_{11} = \eta_{12}$ при равенстве нулю подкоренного выражения (если

деформация $\bar{\epsilon}_{i1}$ достаточно велика). В этом случае

$$[1 - \mu^2 (1 + \lambda)^2] [1 - \mu^2 (1 - \lambda)^2] = 0 \quad (1.194)$$

и корень уравнения, соответствующий границе, где сплошное пластическое сечение не реализуется, равен

$$\mu = \frac{1}{1 + \lambda} \quad (\eta_{11} = \eta_{12} \text{ при } \bar{\epsilon}_{i \max} \rightarrow \infty).$$

Это соответствует линии 2 на рис. 30.

При $\mu \leq \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}}$, $\bar{\epsilon}_{i1} \leq \bar{\epsilon}_{i \max}$ может быть выполнено интегрирование выражений для Φ_{ii} , Φ_r и Φ_{ir} , результаты которого в силу симметрии могут быть использованы и для условия $\bar{\epsilon}_{i2} = \bar{\epsilon}_{i \max}$.

При заданном соотношении параметров μ и λ одна область пластичности соответствует деформации

$$1 \leq \bar{\epsilon}_{i \max} \leq \frac{1}{\sqrt{2\mu^2 (1 + \lambda^2) - 1}},$$

две области пластичности — деформации

$$\frac{1}{\sqrt{2\mu^2 (1 + \lambda^2) - 1}} \leq \bar{\epsilon}_{i \max} \leq \frac{2\mu}{\sqrt{4\mu^4 \lambda^2 - [1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]^2}};$$

область сплошной пластичности — деформации

$$\bar{\epsilon}_{i \max} \geq \frac{2\mu}{4\mu^4 \lambda^2 - [1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]^2}.$$

При линейном упрочнении $\varphi = \frac{1 - \bar{G}_T}{\bar{\epsilon}_i} + G_T$ интегральные функции пластичности при одной области пластичности

$$\left. \begin{aligned} \Phi_r &= \bar{G}_T + \frac{1 - \bar{G}_T}{2} (1 + \eta_{11}) + \\ &+ \frac{1 - \bar{G}_T}{2\mu\bar{\epsilon}_{i \max}} \ln \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]}{\frac{2\mu}{\bar{\epsilon}_{i \max}} + 2\mu^2\eta_{11} + [1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]}; \\ \Phi_{ii} &= \bar{G}_T + \frac{1 - \bar{G}_T}{2} (1 + \eta_{11}^2) + \frac{3}{4} \frac{1 - \bar{G}_T}{\mu^2\bar{\epsilon}_{i \max}} \times \\ &\times \left\{ \left(1 - \frac{3[1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]}{2\mu^2} \right) - \eta_{11} - \frac{3[1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]}{2\mu^2} \times \right. \\ &\times \frac{1}{\bar{\epsilon}_{i \max}} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{3[1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]}{4\mu^2} - \mu^2 \lambda^2 \right) \times \\ &\times \ln \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]}{\frac{2\mu}{\bar{\epsilon}_{i \max}} + 2\mu^2\eta_{11} + [1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]} \Bigg\}; \\ \Phi_{ir} &= \frac{1 - \bar{G}_T}{4} (\eta_{11}^2 - 1) + \frac{1 - \bar{G}_T}{2\mu^2\bar{\epsilon}_{i \max}} \left\{ \left(1 - \frac{1}{\bar{\epsilon}_{i \max}^2} \right) - \right. \\ &- \frac{1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)}{2\mu} \ln \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]}{\frac{2\mu}{\bar{\epsilon}_{i \max}} + 2\mu^2\eta_{11} + [1 - \mu^2 (1 + \lambda^2)]} \Bigg\}; \end{aligned} \right\} \quad (1.195)$$

при двух областях пластичности

$$\begin{aligned}
 \Phi_p &= \bar{G}_\tau + \frac{1 - \bar{G}_\tau}{2} (\eta_{\tau_1} - \eta_{\tau_2}) + \frac{1 - \bar{G}_\tau}{2\mu\bar{e}_{i\max}} \times \\
 &\times \ln \frac{\frac{2\mu}{\bar{e}_{i\max}} + 2\mu^2\eta_{\tau_2} + [1 + \mu^2(1 + \lambda^2)]}{\frac{2\mu}{\bar{e}_{i\max}} + 2\mu^2\eta_{\tau_1} + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]} \times \\
 &\times \left\{ \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1} - 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]} \right\}; \\
 \Phi_n &= \bar{G}_\tau + (1 - \bar{G}_\tau) (\eta_{\tau_1}^3 - \eta_{\tau_2}^3) + \frac{3}{4} \times \\
 &\times \frac{1 - \bar{G}_\tau}{\mu^2\bar{e}_{i\max}} \left\{ -\frac{\eta_{\tau_1} - \eta_{\tau_2}}{\bar{e}_{i\max}} + 1 + \right. \\
 &+ \frac{3[1 + \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu^2} \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1} + \\
 &+ \left(1 - \frac{3[1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu^2} \right) + \\
 &+ \left(\frac{3[1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]^2}{4\mu^2} - \mu^2\lambda^2 \right) \frac{1}{\mu} \times \\
 &\times \ln \frac{\frac{2\mu}{\bar{e}_{i\max}} + 2\mu^2\eta_{\tau_2} + [1 - (1 + \lambda^2)\mu^2]}{\frac{2\mu}{\bar{e}_{i\max}} + 2\mu^2\eta_{\tau_1} + [1 - (1 + \lambda^2)\mu^2]} \times \\
 &\times \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1} - 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]} \Bigg\}; \\
 \Phi_{np} &= \frac{1 - \bar{G}_\tau}{4} (\eta_{\tau_1}^2 - \eta_{\tau_2}^2) + \frac{1 - \bar{G}_\tau}{2\mu^2\bar{e}_{i\max}} \times \\
 &\times \left[1 - \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1} - \frac{1 - \mu^2(1 + \lambda^2)}{2\mu} \times \right. \\
 &\times \ln \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{\frac{2\mu}{\bar{e}_{i\max}} + 2\mu^2\eta_{\tau_1} + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]} \times \\
 &\times \left. \frac{2\mu}{\frac{2\mu}{\bar{e}_{i\max}} + 2\mu^2\eta_{\tau_2} + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]} \right];
 \end{aligned} \tag{1.196}$$

при области пластичности, охватывающей все сечение,

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi_p &= \bar{G}_r + \frac{1 - \bar{G}_r}{2\mu \bar{e}_{i \max}} \times \\
 &\times \ln \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1} - 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}; \\
 \Phi_n &= \bar{G}_r + \frac{3}{4} \cdot \frac{1 - \bar{G}_r}{\mu^2 \bar{e}_{i \max}} \left\{ 1 + \frac{3[1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu^2} \times \right. \\
 &\times \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1} + \left(1 - \frac{3[1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu^2} + \right. \\
 &+ \left. \left(\frac{3[1 + \mu^2(1 + \lambda^2)]}{4\mu^2} - \mu^2 \lambda^2 \right) \frac{1}{\mu} \times \right. \\
 &\times \ln \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1} - 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}; \\
 \Phi_{np} &= \frac{1 - \bar{G}_r}{2\mu^2 \bar{e}_{i \max}} \left[(1 - \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1}) - \right. \\
 &- \frac{1 - \mu^2(1 + \lambda^2)}{2\mu} \times \\
 &\times \ln \frac{2\mu + 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]}{2\mu \sqrt{2\mu^2(1 + \lambda^2) - 1} - 2\mu^2 + [1 - \mu^2(1 + \lambda^2)]} \left. \right].
 \end{aligned} \right\} \quad (1.197)$$

Графики интегральных функций пластичности Φ_n , Φ_p и Φ_{np} показаны на рис. 31 для $\mu = 0,5$ и $\lambda = 1,2$. Значения функции Φ_{np} существенно меньше значений функций Φ_n и Φ_p ; это связано с тем, что функция φ при совместном изгибе и растяжении пластинок близка к симметричной.

Если для практических расчетов положить $\Phi_{np} = 0$ независимо от деформации $\bar{e}_{i \max}$ и параметров μ и λ , то уравнения (1.185) существенно упро-

щаются:

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{N}_r &= \frac{2}{3} (2\bar{e}_{rp} + \bar{e}_{\theta p}) \Phi_p; \\
 \bar{N}_{\theta} &= \frac{2}{3} (2\bar{e}_{\theta p} + \bar{e}_{rp}) \Phi_p; \\
 \bar{M}_r &= \frac{2}{3} (2\bar{\kappa}_r + \bar{\kappa}_{\theta}) \Phi_n; \\
 \bar{M}_{\theta} &= \frac{2}{3} (2\bar{\kappa}_{\theta} + \bar{\kappa}_r) \Phi_n.
 \end{aligned} \right\} \quad (1.198)$$

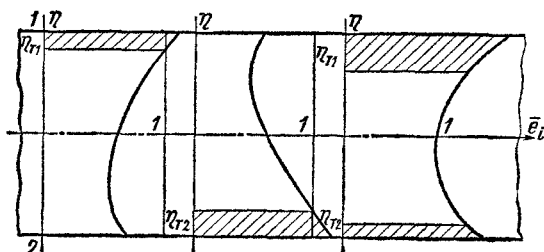


Рис. 29. Схемы областей пластичности в сечении пластины

Эти уравнения аналогичны уравнениям (1.152) и (1.171) для чистого растяжения и чистого изгиба круговой пластинки и совместно с уравнениями (1.182) и (1.183) могут быть преобразованы в систему интегральных уравнений, аналогичных уравнениям (1.162), (1.163) и (1.177), (1.178). Интегральные уравнения для деформаций изгиба $\bar{\epsilon}_\theta$ и $\bar{\epsilon}_r$ и деформаций растяжения $\bar{e}_{\theta p}$ и $\bar{e}_{r p}$ связаны между собой через значения интегральных функций.

Графики функций Φ_n и Φ_p приведены на рис. 26, гл. 11 в зависимости от деформации $\bar{e}_{i \max}$ по параметрам μ и λ для случая идеальной пластичности ($\bar{G}_T = 0$). Для других значений модуля линейного упрочнения $\bar{G}_T$ интегральные функции пластичности могут быть получены из соотношений

$$\left. \begin{aligned} 1 - \Phi_n &= (1 - \bar{G}_T) (1 - \Phi_{n0}); \\ 1 - \Phi_p &= (1 - \bar{G}_T) (1 - \Phi_{p0}) \end{aligned} \right\} \quad (1.199)$$

по этим же графикам для одинаковых значений деформаций $\bar{e}_{i \max}$, индекс 0 означает идеальную пластичность.

Изгиб осесимметричной оболочки. Система дифференциальных уравнений для упруго-пластического деформирования тонкой осесимметричной оболочки может быть записана следующим образом (рис. 32):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(M_\psi r)}{ds} - \frac{1}{2} M_\psi \cos \psi - Qr + \frac{3}{4} \vartheta \Phi_n D \frac{\cos \psi}{r} &= 0; \\ \frac{d(N_\psi r)}{ds} - \frac{1}{2} N_\psi \cos \psi - \frac{Qr}{R_1} + \Phi_p E h \left(w \frac{\sin \psi \cos \psi}{r} - u \frac{\cos^2 \psi}{r} \right) &= 0; \\ \frac{d(Qr)}{ds} + N_\psi \left(\frac{r}{R_1} - \frac{\sin \psi}{2} \right) - \\ - \Phi_p E h \left(w \frac{\sin^2 \psi}{r} - u \frac{\sin \psi \cos \psi}{r} \right) &= pr; \\ \frac{3}{2} \frac{d\vartheta}{ds} \Phi_n D + M_\psi + \vartheta \Phi_n D \frac{\cos \psi}{2r} &= 0; \\ \frac{du}{ds} \Phi_p E h - \frac{3}{4} N_\psi - \Phi_p E h \left[w \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\sin \psi}{2r} \right) - u \frac{\cos \psi}{2r} \right] &= 0; \\ \frac{dw}{ds} - \vartheta + u \frac{1}{R_1} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.200)$$

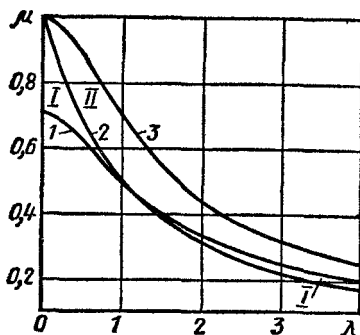


Рис. 30. Область возможных соотношений параметров

где M_φ и N_φ — момент и усилие, действующие в меридиональном направлении; Q — усилие, действующее в направлении нормали; ϑ — изменение угла между нормалью к оболочке и осью вращения в результате деформации; u, w — осевое и радиальное перемещение срединной поверхности оболочки; R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны срединной поверхности; ψ — угол между нормалью к срединной поверхности и осью вращения оболочки; h — толщина оболочки; r — расстояние от срединной поверхности оболочки до оси вращения; s — расстояние, изме-

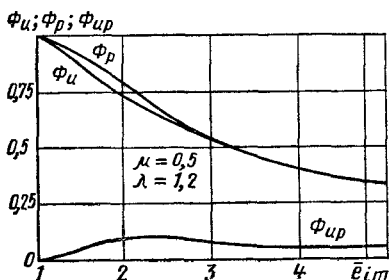


Рис. 31. Значения функций Φ_u , Φ_p и Φ_{up} при $\mu = 0,5$ и $\lambda = 1,2$

ряемое вдоль меридиана оболочки от произвольной точки в направлении интегрирования, D — цилиндрическая жесткость, коэффициент Пуассона $\mu = 0,5$; интегральные функции пластичности

$$\left. \begin{aligned} \Phi_p &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \varphi d\eta; \\ \Phi_u &= \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \varphi (\eta - \Delta\eta_0)^2 d\eta; \\ \Phi_{up} &= 2 \int_{-1}^1 \varphi \eta d\eta \end{aligned} \right\} \quad (1.201)$$

смещение срединной поверхности оболочки в сторону внешней нормали

$$\Delta\eta_0 = \frac{2\Delta y_0}{h} = 2 \frac{\int_{-1}^1 \varphi \eta d\eta}{\int_{-1}^1 \varphi d\eta} = \frac{\Phi_{up}}{\Phi_p};$$

$$\eta = 2 \frac{y}{h}.$$

При приближенных расчетах в силу малости отношения Φ_{up}/Φ_p можно принять $\Delta\eta_0 = 0$ и определить функции Φ_u , Φ_p по рис. 27, гл. 11. Интенсивность деформаций определяется по формуле

$$e_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{e_\psi^2 + e_\theta^2 + e_\varphi^2},$$

где осевая деформация $e_\psi = \frac{du}{ds}$ — $\frac{w}{R_1} \pm y \frac{d\vartheta}{ds}$ и кольцевая деформация

$$e_\theta = \frac{u}{r} \cos \psi - \frac{w}{r} \sin \psi \pm y \frac{\vartheta}{r} \cos \psi.$$

Эту систему уравнений решают методом последовательных приближений на ЭЦВМ, используя в частности метод Рунге-Кутты с последующей ортогонализацией решений [3]. В последовательных приближениях определяют значения интегральных функций пластичности для последовательно вычисляемых значений деформаций.

Для цилиндрических оболочек уравнения (1.200) существенно упрощаются. Уравнение равновесия при отсутствии осевой силы имеет вид:

$$\frac{d}{dx^2} \left(D \frac{d^2 w}{dx^2} \Phi_u \right) + w k \Phi_p + p = 0, \quad (1.202)$$

где $D = \frac{E h^3}{9}$ (цилиндрическая жесткость при $\mu = 0,5$), $k = \frac{E h}{a^2}$, p — нормальное давление.

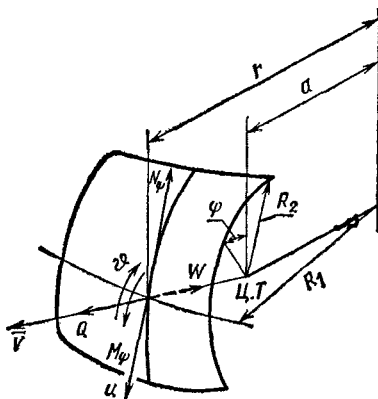


Рис. 32. Схема размеров, перемещений и усилий оболочки вращения

В этом уравнении интегральные функции

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \varphi \eta^2 d\eta; \\ \Phi_p &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \varphi d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (1.203)$$

Относительные усилия через деформации

$$T_y = -\bar{e}_p \Phi_p \quad \text{и} \quad M_x = -\frac{4}{3} \bar{e}_{n \max} \Phi_n, \quad (1.204)$$

где

$$\bar{e}_p = \frac{\omega}{ae_T}; \quad \bar{e}_{n \max} = \frac{d^2 \omega}{dx^2} \cdot \frac{h}{2e_T}.$$

получим

$$\bar{e}_i = \sqrt{\left(\frac{\omega}{ae_T}\right)^2 + \left(\frac{d^2 \omega}{e_T dx^2}\right)^2 \frac{h^2}{4} \eta^2 \frac{4}{3}} \quad (1.206)$$

или

$$\bar{e}_i = \sqrt{\bar{e}_p^2 + \frac{4}{3} \bar{e}_{n \max}^2 \eta^2}. \quad (1.207)$$

Максимальная интенсивность деформаций (при $\eta = 1$)

$$\bar{e}_{i \max} = \sqrt{\bar{e}_p^2 + \bar{e}_{n \max}^2 \frac{4}{3}}. \quad (1.208)$$

Интенсивность деформаций на нейтральной поверхности

$$\bar{e}_{i0} = \bar{e}_p.$$

После преобразований получим выражения для интегральных функций пластичности

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= \frac{3}{(\bar{e}_{i \max}^2 - \bar{e}_{i0}^2)^2} \left[\int_{\bar{e}_{i0}}^{\bar{e}_{i \max}} \bar{e}_i \sqrt{\bar{e}_i^2 - \bar{e}_{i0}^2} d\bar{e}_i + \int_1^{\bar{e}_{i \max}} \varphi \bar{e}_i \sqrt{\bar{e}_i^2 - \bar{e}_{i0}^2} d\bar{e}_{i0} \right]; \\ \Phi_p &= \frac{1}{(\bar{e}_{i \max}^2 - \bar{e}_{i0}^2)^{\frac{1}{2}}} \left[\int_{\bar{e}_{i0}}^{\bar{e}_{i \max}} \frac{\bar{e}_i d\bar{e}_i}{\sqrt{\bar{e}_i^2 - \bar{e}_{i0}^2}} + \int_1^{\bar{e}_{i \max}} \frac{\varphi \bar{e}_i d\bar{e}_i}{\sqrt{\bar{e}_i^2 - \bar{e}_{i0}^2}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1.209)$$

Интегральные функции пластичности удобно выразить через интенсивность деформаций при изгибе цилиндрической оболочки:

$$\bar{e}_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\bar{e}_{xx}^2 + \bar{e}_{xx} \bar{e}_{yy} + \bar{e}_{yy}^2}.$$

Подставив в это уравнение выражения для компонентов деформаций

$$\left. \begin{aligned} \bar{e}_{xx} &= \bar{e}_1 - \left(\frac{d^2 \omega}{dx^2} \cdot \frac{h}{2e_T} \right) \eta; \\ \bar{e}_{yy} &= \bar{e}_2 = -\frac{\omega}{a} \cdot \frac{1}{e_T}; \\ \bar{e}_{zz} &= -(\bar{e}_{xx} + \bar{e}_{yy}), \end{aligned} \right\} \quad (1.205)$$

При $\bar{e}_{i0} > 1$ первый интеграл следует считать равным нулю, а интегрирование второго вести в пределах от $\bar{e}_{i0}$ до $\bar{e}_{i \max}$.

После интегрирования запишем выражения для функций пластичности при изгибе оболочки для полигональной аппроксимации:
при $\bar{e}_{i0} < 1$

$$\begin{aligned} \Phi_n &= \frac{(1 - \bar{e}_{i0}^2)^{\frac{3}{2}}}{(\bar{e}_{i \max}^2 - \bar{e}_{i0}^2)} + \\ &+ \frac{3}{(\bar{e}_{i \max}^2 - \bar{e}_{i0}^2)} \sum (a_n J'_n + b_n J''_n); \end{aligned} \quad (1.210)$$

$$\Phi_p = \frac{\sqrt{1 - \bar{e}_{i_0}^2}}{\sqrt{\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2}} + \frac{1}{\sqrt{\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2}} \sum (a_n J'_p + b_n J''_p);$$

при $\bar{e}_{i_0} \geq 1$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= \frac{3}{(\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2)^{\frac{3}{2}}} \times \\ &\times \sum (a_n J'_n + b_n J''_n); \\ \Phi_p &= \frac{1}{\sqrt{\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2}} \times \\ &\times \sum (a_n J'_p + b_n J''_p). \end{aligned} \right\} \quad (1.211)$$

Функции J_n и J_p зависят лишь от $\bar{e}_i$ и $\bar{e}_{i_0}$, поэтому, вычислив их значения для различных деформаций и экспериментально определив a_n и b_n легко найти Φ_n и Φ_p . Значения функций J_n и J_p для различных $\bar{e}_{i_{\max}}$ и $\bar{e}_{i_0} = 1; 1,25; 1,5; 2; 3; 4; 5$, а так же значения всех других величин, входящих в функции Φ_n и Φ_p , приведенные в работе [22].

В случае линеаризованной диаграммы деформирования для всех участков диаграммы $a_n = 1 - G_T$ и $b_n = \bar{G}_T$. За начальное значение $\bar{e}_i$ принимают $\bar{e}_{i_0}$ (или 1), за конечное значение — $\bar{e}_{i_{\max}}$.

Используя данные работы (21) удобно записать выражения для функций пластичности в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= -\frac{(1 - \bar{e}_{i_0}^2)^{\frac{3}{2}}}{(\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2)^{\frac{3}{2}}} + \\ &+ \frac{3}{(\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2)^{\frac{3}{2}}} \times \\ &\times [(1 - \bar{G}_T) \sum J'_n + \bar{G}_T \sum J''_n] \\ \Phi_p &= \frac{\sqrt{1 - \bar{e}_{i_0}^2}}{\sqrt{\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2}} + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2}} \times \\ &\times [(1 - \bar{G}_T) \sum J'_p + \bar{G}_T \sum J''_p]; \end{aligned} \right\} \quad (1.212)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_n &= \frac{3}{(\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2)^{\frac{3}{2}}} \left[(1 - \right. \\ &- \bar{G}_T) \sum J'_n + \bar{G}_T \sum J''_n \left. \right], \\ \Phi_p &= \frac{1}{\sqrt{\bar{e}_{i_{\max}}^2 - \bar{e}_{i_0}^2}} \left[(1 - \right. \\ &- \bar{G}_T) \sum J'_p + \bar{G}_T \sum J''_p \left. \right]. \end{aligned} \right\} \quad (1.212a)$$

Графики функций Φ_n и Φ_p для модуля упругости $G_T = 0$ показаны на рис. 27, гл. 11.

Дифференциальное уравнение (1.202) является двучленным уравнением четвертого порядка для прогиба. Оно может быть сведено к интегральному уравнению для прогиба последовательным интегрированием.

В результате получим

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[D\Phi_n \frac{d^2 w}{dx^2} \right] &= - \int_{a_v}^x k\Phi_p w \, dx + \\ &+ \int_{a_v}^x p(x) \, dx + \frac{d}{dx} \left[D\Phi_n \frac{d^2 w}{dx^2} \right]_{x=a_v}; \end{aligned}$$

при этом надо иметь в виду, что $\frac{d}{dx} \left[D\Phi_n \frac{d^2 w}{dx^2} \right] = -Q$, где Q — перерезывающая сила в сечении оболочки.

Изгибающий момент в сечении оболочки

$$\begin{aligned} -M_x &= D\Phi_n \frac{d^2 w}{dx^2} = \\ &= - \int_{a_v}^x \int_{a_v}^{x_1} k\Phi_p w \, dx \, dx + \\ &+ \int_{a_v}^x \int_{a_v}^{x_1} p(x) \, dx \, dx - \int_{a_v}^x Q(a_v) \, dx + \\ &+ \left[D\Phi_n \frac{d^2 w}{dx^2} \right]_{x=a_v}, \end{aligned} \quad (1.213)$$

отсюда

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^x \int_{a_v}^{x_1} k\Phi_p w \, dx \, dx +$$

$$+ \frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^x \int_{a_v}^{x_1} p(x) \, dx \, dx -$$

$$- \frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^x Q(a_v) \, dx - \frac{M(a_v)}{D\Phi_{II}}; \quad (1.214)$$

$$\frac{dw}{dx} = - \int_{a_v}^x \frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^{x_1} \int_{a_v}^{x_2} K\Phi_p w \, dx \, dx \, dx +$$

$$+ \int_{a_v}^x \frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^{x_1} \int_{a_v}^{x_2} p(x) \, dx \, dx \, dx -$$

$$- Q(a_v) = \int_{a_v}^x \frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^{x_1} dx \, dx -$$

$$- M(a_v) \int_{a_v}^x \frac{dx}{D\Phi_{II}} + \left(\frac{dw}{dx} \right)_{x=a_v}. \quad (1.215)$$

Интегральное уравнение для прогиба

$$w = - \int_{a_v}^x \int_{a_v}^{x_1} \frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^{x_2} \int_{a_v}^{x_3} K\Phi_p w \, dx \, dx \, dx \, dx +$$

$$+ \int_{a_v}^x \int_{a_v}^{x_1} \frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^{x_2} \int_{a_v}^{x_3} p(x) \, dx \, dx \, dx \, dx - Q(a_v) \int_{a_v}^x \int_{a_v}^{x_1} \frac{1}{D\Phi_{II}} \int_{a_v}^{x_2} dx \, dx \, dx -$$

$$- M(a_v) \int_{a_v}^x \int_{a_v}^{x_1} \frac{dx \, dx}{D\Phi_{II}} + \left(\frac{dw}{dx} \right)_{x=a_v} \int_{a_v}^x dx + w(a_v). \quad (1.216)$$

Интегральное уравнение для прогиба w можно решить методом последовательных приближений, если заданы условия на границах интервала интегрирования. В этом уравнении a_v — (значение границы интервала) равно a или b .

Система уравнений (1.213) — (1.216) дает решение задачи об упруго-пластическом деформировании оболочки. В этой системе геометрические параметры оболочки характеризуются величинами $D = \frac{Eh^3}{9}$ и $k = \frac{Eh}{a^2}$. Уравне-

ние (1.213) можно интегрировать при плавно меняющейся толщине оболочки h , при этом D и K будут функциями длины оболочки; входящая в уравнение нагрузка $p(x)$ может иметь произвольный закон изменения с тем ограничением, что функция нагрузки должна принимать на интервале интегрирования конечное значение и иметь конечное число разрывов первого рода.

При известных значениях w и $\frac{d^2 w}{dx^2}$ по формулам (1.205) легко определить значения напряжений σ_{xx} и σ_{yy} в любом сечении оболочки.

Рассмотрим упруго-пластическое деформирование бесконечной оболочки постоянной толщины под действием сосредоточенной кольцевой силы. При решении этой задачи удобно проследить особенности сходимости процесса последовательных приближений, так как за счет резкого изменения сил и моментов по длине сходимость процесса ухудшается, а точность числен-

ного интегрирования падает, т. е. для расчета этот случай нагружения невыгоден. При решении предполагаем материал идеально пластичным, для которого можно ожидать наилучшей сходимости приближений, поскольку функции Φ_{II} и Φ_p , определяющие не-

линейность уравнения, отличаются от 1 больше, чем в других возможных случаях упрочнения.

Сходимость процесса оказывается весьма медленной, и лишь четвертое приближение может быть признано удовлетворительным, так как перемещения w в третьем и в четвертом приближении различаются примерно на 3%. Для улучшения сходимости процесса вместо простой итерации можно воспользоваться подобной. В этом случае в n -м приближении можно записать

$$w_n = \frac{w_{n-1}}{w_{n-1} - \left\{ -4 \iint \frac{1}{\Phi_{n-1}} \iint \Phi_{n-1} w_{n-1} d\xi^2 + \rightarrow \right.} \\ \left. \rightarrow + \frac{4Q(\xi_T)}{Q_T \bar{w}(\xi_T)} \left[\iint \frac{\xi d\xi^2}{\Phi_{n-1}} - \iint (1 - \xi_T) \frac{d\xi^2}{\Phi_{n-1}} \right] + 2 \iint \frac{d\xi^2}{\Phi_{n+1}} \right\},$$

где $\bar{w}(\xi_T) = \frac{w(\xi_T)}{w_{T(0)}}$. Здесь $w_{T(0)}$ — прогиб в нулевом сечении при достижении в нем предела текучести.

Кроме того, для улучшения сходимости последовательных приближений можно улучшить процесс отысканий параметров упругости, определив значение

$$\left(\frac{d^2 w}{d\xi^2} \right)_{n+1} = \left(\frac{d^2 w}{d\xi^2} \right)_n \frac{\Phi_{n(n)}}{\Phi_{n(n+1)}},$$

а по нему и по ранее определенному значению прогиба w_n получить окончательное значение Φ_n для n -го приближения.

Решение задач о концентрации напряжений при упруго-пластическом деформировании связано с существенными трудностями, поэтому получили распространение приближенные методы, экспериментальные методы (с помощью оптических активных покрытий, метода муара и малобазных тензорезисторов) и методы решения краевых задач (вариационно-разностный различных модификаций и конечных элементов) с помощью ЭЦВМ [4, 11, 14]. Дальнейший прогресс будет, по-видимому, достигнут на пути сочетания расчетных и экспериментальных

методов. Для инженерных расчетов необходимо найти достаточно точный и простой способ вычисления коэффициентов концентрации напряжений и деформаций, позволяющий оценить уровень напряжений в зонах концентрации.

Наибольшее распространение для таких целей получила формула Нейбера $K_\sigma K_\epsilon = \alpha_\sigma^2$, (1.217) выражающая коэффициенты концентрации напряжений $K_{\sigma_{n-1}}$ и деформаций K_ϵ через значение коэффициента концентрации в упругой области α_σ .

Формула Нейбера была получена для случая острого надреза при сдвиге [24]. Распространение ее на все другие случаи концентрации носит приближенный характер.

Изучение этой формулы, проведенное Н. А. Махутовым, показало, что соотношение (1.217) можно уточнить, если учесть зависимость коэффициентов концентрации от уровня номинальных напряжений и степени упруго-пластического упрочнения [12]

$$\frac{K_\sigma K_\epsilon}{\alpha_\sigma^2} = F[\alpha_\sigma \bar{\sigma}_n f(\bar{\sigma}_n \bar{\epsilon}_n)], \quad (1.218)$$

где $\bar{\sigma}_n$, $\bar{\epsilon}_n$ — соответственно номинальные напряжения и деформации, отнесенные к величинам, соответствующим пределу текучести.

На основе обработки ряда теоретических решений и большого экспериментального материала в работе [12] показано, что функция F для степенного упрочнения $\bar{\sigma}_{\max}^m = \bar{\epsilon}_{\max}^m$ имеет вид

$$F = \frac{1}{(\alpha_\sigma \bar{\sigma}_n)^{0,5(1-m)} [1 - (\bar{\sigma}_n - 1/\alpha_\sigma)]}, \quad (1.219)$$

а для линейного упрочнения

$$F = \frac{1}{(\alpha_\sigma \bar{\sigma}_n)^{0,5(1-\bar{\sigma}_T)} [1 - (\bar{\sigma}_n - 1/\alpha_\sigma)]}. \quad (1.220)$$

Зависимости функции F для теплоустойчивой стали ($m = 0,08$) в широком диапазоне значений коэффициента концентрации α_σ и максимальных напряжений приведена на рис. 33. Точками обозначены результаты экспериментов, штриховыми линиями — значения F , вычисленные по уравнению (1.219) при $\bar{\sigma}_n = 0,5$ и $0,55$. Можно отметить, что при значениях максимальных упругих напряжений $\alpha_0 \bar{\sigma}_n$ в диапазоне до 5, что соответствует обычно встречающимся в практике значениям, функция F составляет около 0,7 и выше, при значениях $\bar{\sigma}_n = 1$ функция F не превышает 0,8.

Для случая линейного упрочнения между коэффициентами концентрации напряжений и деформации существует зависимость

$$K_\sigma = \frac{1}{\bar{\sigma}_n} + \frac{\bar{G}_T}{\bar{\sigma}_n} (K_e \bar{\epsilon}_n - 1). \quad (1.221)$$

Используя уравнение (1.221), можно записать значения коэффициентов концентрации в упруго-пластической области в следующем виде:

Зависимость между максимальными деформациями на контуре отверстия и номинальными напряжениями, полученная расчетом и из эксперимента для полосы с отверстием при растяжении показана на рис. 34. Соответствие результатов расчета по точному методу, по приближенному и эксперимента оказалось достаточно хорошим. На этом рисунке верхняя шкала относится к двум верхним кривым, построенным по расчету по приближенным формулам для теплоустойчивой стали двух различных термообработок. Точки соответствуют экспериментальным данным, полученным методами муара ($\blacktriangle$) и сеток (Δ).

Нижняя шкала относится к трем нижним кривым, построенным по приближенным формулам, точки соответствуют результатам точного расчета для трех разных материалов.

Хорошее соответствие результатов наблюдается и при расчете оболочек с неукрепленными отверстиями и патрубками по приближенным формулам и точным методом с помощью ЭВМ (рис. 35) [12].

$$\left. \begin{aligned}
 K_e &= \left[\frac{\alpha_0^2}{\bar{G}_T (\alpha_0 \bar{\sigma}_n)^{0,5} (1 - G_T) [1 - (\bar{\sigma}_n - 1/\alpha_0)]} + \left(\frac{1 - \bar{G}_T}{2 \bar{G}_T \bar{\sigma}_n} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{1 - \bar{G}_T}{2 G_T \bar{\sigma}_n} \\
 \text{при } \bar{\sigma}_n &\leq 1; \\
 K_e &= \left[\frac{\alpha_0^2 \bar{\sigma}_n}{\bar{G}_T (\alpha_0 \bar{\sigma}_n)^{0,5} (1 - G_T) [1 - (\bar{\sigma}_n - 1/\alpha_0)]} + \left(\frac{1 - \bar{G}_T}{2 G_T \bar{\epsilon}_n} \right)^2 \right]^{1/2} - \frac{1 - \bar{G}_T}{2 \bar{G}_T \bar{\epsilon}_n} \\
 \text{при } \bar{\sigma}_n &\geq 1; \\
 K_\sigma &= \left[\frac{\alpha_0^2 G_T}{(\alpha_0 \bar{\sigma}_n)^{0,5} (1 - G_T) [1 - (\bar{\sigma}_n - 1/\alpha_0)]} + \left(\frac{1 - \bar{G}_T}{2 \bar{\sigma}_n} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1 - G_T}{2 \bar{\sigma}_n} \\
 \text{при } \bar{\sigma}_n &\leq 1; \\
 K_\sigma &= \left[\frac{\alpha_0^2 \bar{\epsilon}_n \bar{G}_T}{\bar{\sigma}_n (\alpha_0 \bar{\sigma}_n)^{0,5} (1 - G_T) [1 - (\bar{\sigma}_n - 1/\alpha_0)]} + \left(\frac{1 - \bar{G}_T}{2 \bar{\sigma}_n} \right)^2 \right]^{1/2} + \frac{1 - \bar{G}_T}{2 \bar{\sigma}_n} \\
 \text{при } \bar{\sigma}_n &\geq 1.
 \end{aligned} \right\} (1.222)$$

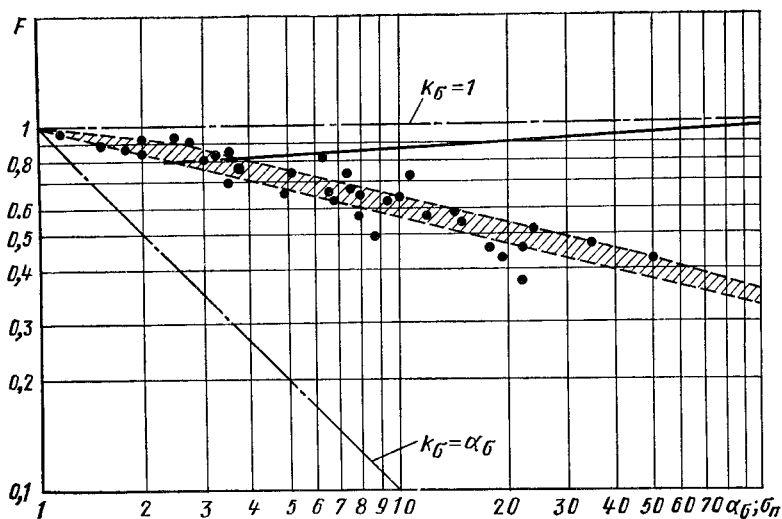


Рис. 33. Функции F для теплоустойчивой стали

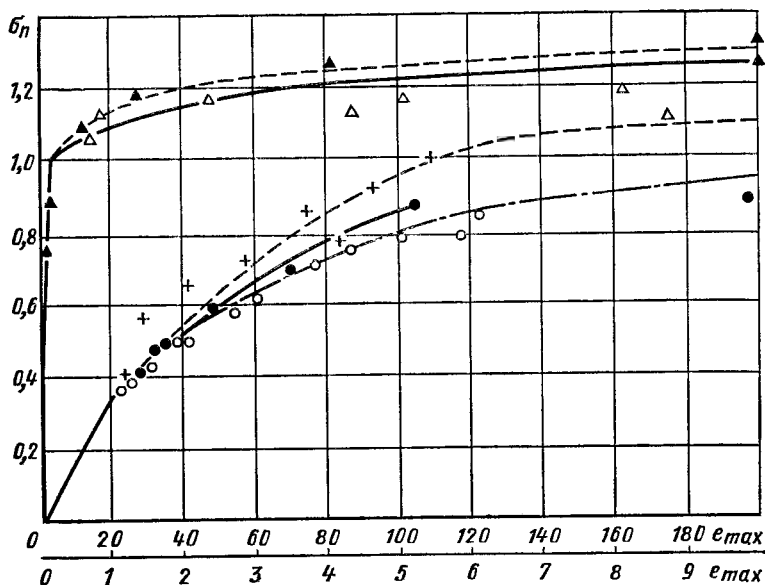


Рис. 34. Сопоставление результатов расчета по приближенным формулам, точного расчета и эксперимента для полосы с отверстием при растяжении

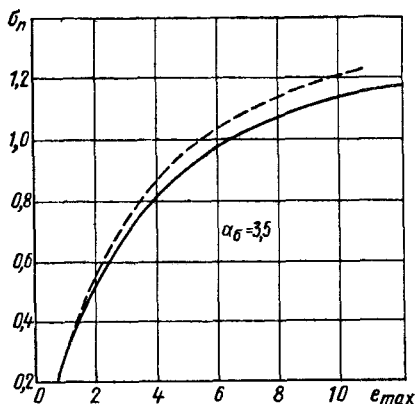


Рис. 35. Сопоставление приближенного решения и точного для оболочек с неподкрепленным отверстием

Приближенные соотношения для задач однократного пластического деформирования. Для линейного упрочнения при достаточно больших деформациях, когда пластическая область в сечении существенно больше упругой и усилие определяется в основном напряжениями в этой области, для рассмотренного выше класса задач связь между усилиями и деформациями в сечении асимптотически стремится к линейной. Для модуля линейного упрочнения $\bar{G}_T \rightarrow 0$; при этом асимптотически достигается предельная нагрузка $\bar{Q}_{пр}$, соответствующая переходу сечения в целиком пластическое состояние, а для других значений модуля G_T — усилие в сечении, соответствующее достижению характерной деформации (рис. 36).

$$\bar{Q} = (1 - G_1) \bar{Q}_{пр} + \bar{G}_1 \bar{\epsilon}. \quad (1.223)$$

Из этого уравнения вытекает выражение для деформаций $\bar{\epsilon}_2$ и усилий $\bar{Q}_2$ при модуле $\bar{G}_T = \bar{G}_{T2}$, определяемых по деформациям и усилиям при модуле

$$\bar{Q}_2 = \bar{Q}_1 \frac{1 - G_{T2}}{1 - \bar{G}_{T1}} - \frac{1 - \bar{G}_{T2}}{1 - \bar{G}_{T2}} \bar{G}_{T1} \bar{\epsilon}_1 + \bar{G}_{T2} \bar{\epsilon}_2. \quad (1.224)$$

Это выражение дает значение усилия для модуля $\bar{G}_{T2}$ при известном решении для модуля $\bar{G}_{T1}$, если предположить, что деформация $\bar{\epsilon}_2$ (для $\bar{G}_{T2}$) задана. При равенстве деформаций $\bar{\epsilon}_1 = \bar{\epsilon}_2$

$$\bar{Q}_2 = \bar{Q}_1 \frac{1 - \bar{G}_{T2}}{1 - \bar{G}_{T1}} + \bar{\epsilon}_1 \frac{\bar{G}_{T2} - \bar{G}_{T1}}{1 - \bar{G}_{T1}}. \quad (1.225)$$

Выражение (1.224) также дает значения деформаций для модуля $\bar{G}_{T2}$, если предположить, что усилие $\bar{Q}_2$ задано и если известно соотношение между усилием и деформацией для модуля упрочнения $\bar{G}_{T1}$.

При равенстве усилий $\bar{Q}_1 = \bar{Q}_2$

$$\bar{\epsilon}_2 = \bar{Q}_1 \frac{\bar{G}_{T2} - \bar{G}_{T1}}{1 - \bar{G}_{T1}} \cdot \frac{1}{\bar{G}_{T2}} + \bar{\epsilon}_1 \frac{1 - \bar{G}_{T2}}{1 - \bar{G}_{T1}} \cdot \frac{\bar{G}_{T1}}{\bar{G}_{T2}}. \quad (1.226)$$

Выражения (1.225) и (1.226) справедливы для предельного случая деформирования, когда пластическая область охватывает все сечение. Предполагается, что эти выражения могут быть использованы в качестве интерполяционных при любой (в том числе малой) степени пластического деформирования и дают соотношения между усилиями и деформациями в сечении для любого модуля линейного упрочнения, если

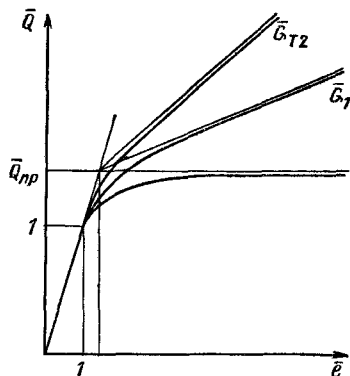


Рис. 36. Зависимости усилий от характерных деформаций

известно это соотношение для некоторого модуля.

В этих выражениях рассматривается усилие в сечении и соответствующая ему характерная деформация, которые связаны между собой через интегральные функции пластичности. При совместном действии изгиба и растяжения, например $M = \Phi_i \bar{e}_{i \max}$, $N = \Phi_r \bar{e}_r$ при изгибе пластинок

$$\bar{M}_r = \Phi_i \frac{2}{3} (2\bar{e}_{r \max} + \bar{e}_{\theta \max});$$

$$\bar{M}_{\theta} = \Phi_i \frac{2}{3} (2\bar{e}_{\theta \max} + \bar{e}_{r \max});$$

$\bar{M}_i = \Phi \bar{e}_{i \max}$ и т. д. Рассмотрим свойства интегральных функций пластичности при линейном упрочнении для того, чтобы оценить возможность перехода от предельных соотношений (1.224) к соотношениям при любой степени пластического деформирования.

Функция пластичности в точке при линейном упрочнении с модулем $\bar{G}_{11}$

$$\varphi_1 = \frac{1 - \bar{G}_{11}}{\bar{e}_i} + \bar{G}_{11}.$$

При одном и том же значении деформации функция пластичности φ_2 при модуле $\bar{G}_{12}$ определяется через функцию φ_1 :

$$\varphi_2 = 1 - \frac{1 - \bar{G}_{12}}{1 - \bar{G}_{11}} (1 - \varphi_1). \quad (1.227)$$

Имея в виду, что интегральные функции пластичности Φ связаны с функцией φ выражениями типа

$$\Phi = K \int \varphi \eta^2 d\eta \quad \text{или} \quad \Phi = K \int \varphi \eta d\eta,$$

можно записать уравнение, аналогичное уравнению (1.227):

$$\Phi_2 = 1 - \frac{1 - \bar{G}_{12}}{1 - \bar{G}_{11}} (1 - \Phi_1); \quad (1.228)$$

причем $\Phi = 1$ при $\varphi = 1$.

Уравнение (1.228) справедливо при условии, что границы пластической области не зависят от модуля линей-

ного упрочнения при одинаковых значениях характерных деформаций. Это уравнение можно непосредственно проверить по данным настоящей главы. Так как для $\bar{G}_{12}$ и $\bar{G}_{11}$ при деформациях $\bar{e}_2 \dots \bar{e}_2$ усилия в сечении $\bar{Q}_2 = \Phi_2 \bar{e}_1$ и $\bar{Q}_1 = \Phi_1 \bar{e}_1$, то из уравнения (1.228) можно получить выражение (1.225), которое, следовательно, справедливо не только для предельного случая, но и для любого значения деформаций.

Соотношения (1.225) и (1.226) можно записать в форме комбинации решения упругой и упруго-пластической задачи:

$$\bar{Q}_2 = \bar{Q}_{\text{упр}} \frac{\bar{G}_{12} - \bar{G}_{11}}{1 - \bar{G}_{11}} + \bar{Q}_1 \frac{1 - \bar{G}_{12}}{1 - \bar{G}_{11}}; \quad (1.229)$$

$$\bar{e}_2 = \bar{e}_{\text{упр}} \frac{\bar{G}_{12} - \bar{G}_{11}}{1 - \bar{G}_{11}} \cdot \frac{1}{\bar{G}_{12}} + \bar{e}_1 \frac{1 - \bar{G}_{12}}{1 - \bar{G}_{11}} \cdot \frac{\bar{G}_{11}}{\bar{G}_{12}} \quad (1.230)$$

в предположении, что тело деформируется упруго усилием и $\bar{Q}_{\text{упр}} = \bar{e}_{\text{упр}}$.

Следует еще раз подчеркнуть, что соотношения (1.225) и (1.229) справедливы, когда при переходе к другому модулю упрочнения сохраняются постоянными все составляющие деформаций, а соотношения (1.226) и (1.230) — когда сохраняются постоянными все составляющие усилий. Например, при совместном действии изгиба и растяжения выражение (1.229) можно использовать для одинаковых $\bar{e}_{i \max}$ (или $\bar{e}_0$)

и $\lambda = \frac{\bar{e}_r}{\bar{e}_{i \max}}$, а выражение (1.230) — для

одинаковых $\bar{M}$ (или $\bar{N}$) и $\lambda = \frac{\bar{N}}{\bar{M}}$; при изгибе пластинок выражение (1.229) — для одинаковых $\bar{e}_{i \max}$ (или $\bar{e}_{r \max}$ и $\bar{e}_{\theta \max}$) и выражение (1.230) — для одинаковых $\bar{M}_i = \sqrt{\bar{M}_r^2 - \bar{M}_r \bar{M}_{\theta} + \bar{M}_{\theta}^2}$ (или $\bar{M}_r$ и $\bar{M}_{\theta}$) и т. д.

Пользуясь уравнениями (1.229) и (1.230) можно выразить остаточные деформации в следующем виде:

в предположении равенства характерных деформаций

$$\bar{\epsilon}_{пл2} = \frac{1 - \bar{G}_{T2}}{1 - \bar{G}_{T1}} \bar{\epsilon}_{пл1} \quad (1.231)$$

и в предположении равенства усилий

$$\bar{\epsilon}_{пл2} = \frac{1 - \bar{G}_{T2}}{1 - \bar{G}_{T1}} \cdot \frac{\bar{G}_{T1}}{\bar{G}_{T2}} \bar{\epsilon}_{пл1}. \quad (1.232)$$

Для приближенного определения напряжений можно использовать уравнение (1.230), подставив его в выражение $\bar{\sigma}_2 = (1 - \bar{G}_{T2}) + \bar{G}_{T2} \bar{\epsilon}_2$ (при линейном упрочнении $\bar{G}_{T2}$). Напряжение при усилии $\bar{Q}$, соответствующее характерной деформации при модуле $\bar{G}_{T2}$, определяется через напряжение $\bar{\sigma}_1$ при упруго-пластическом деформировании с модулем $\bar{G}_{T1}$ и напряжение $\bar{\sigma}_{упр}$ при упругом деформировании:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_2 &= \frac{\bar{G}_{T2} - \bar{G}_{T1}}{1 - \bar{G}_{T1}} \bar{\sigma}_{упр} + \\ &+ \frac{1 - \bar{G}_{T2}}{1 - \bar{G}_{T1}} \bar{\sigma}_1. \end{aligned} \quad (1.233)$$

Рассмотренные выше соотношения (1.225) и (1.226) используют в качестве приближенных формул для определения нагрузок и перемещений.

Для статически определенных задач, когда нагрузки и усилия в сечении пропорциональны, формула (1.226) для перемещений принимает вид

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_2 &= \bar{Q}_1 \frac{\bar{G}_{T2} - \bar{G}_{T1}}{1 - \bar{G}_{T1}} \cdot \frac{1}{\bar{G}_{T2}} + \\ &+ \bar{\Delta}_1 \frac{1 - \bar{G}_{T2}}{1 - \bar{G}_{T1}} \cdot \frac{\bar{G}_{T2}}{\bar{G}_{T1}}. \end{aligned} \quad (1.234)$$

По этой формуле получают завышенные значения нагрузок и заниженные значения перемещений по сравнению с точным решением.

Используя выражения (1.225) для определения зависимости нагрузок от перемещений, можно записать

$$Q_2 = \bar{Q}_1 \frac{1 - \bar{G}_{T2}}{1 - \bar{G}_{T1}} + \bar{\Delta}_1 \frac{\bar{G}_{T2} - \bar{G}_{T1}}{1 - \bar{G}_{T1}}. \quad (1.235)$$

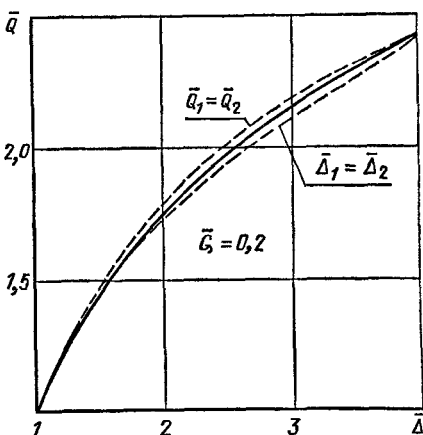


Рис. 37. Сопоставление результатов приближенных решений и точных при изгибе балки

В этом случае, как показывают вычисления, по сравнению с точным решением значения нагрузок оказываются заниженными, а перемещения (при одинаковых нагрузках) — завышенными, при этом погрешность может составлять до 10%. На рис. 37 приведена зависимость, полученная точным решением для изгиба балки на двух опорах силой, приложенной посередине при $\bar{G}_{T2} = 0,2$ (сплошная линия). Эта зависимость сопоставлена с другими, полученными по приближенным формулам (1.234) и (1.235) для того же значения $\bar{G}_{T2}$. Приближенные решения ограничивают точное сверху и снизу.

Для статически неопределимых задач упруго-пластического деформирования внешние нагрузки и усилия в сечении не пропорциональны, поэтому погрешность формулы (1.235) может оказаться больше, если пластическая деформация достаточно развита. На рис. 38 сопоставлены зависимости нагрузок от перемещений на внутреннем контуре, полученные по формулам (1.234) и (1.235), с зависимостями, полученными в результате решения интегральных уравнений диска. Погрешность небольшая, причем формула (1.234) дает завышенные, а формула (1.235) заниженные значения.

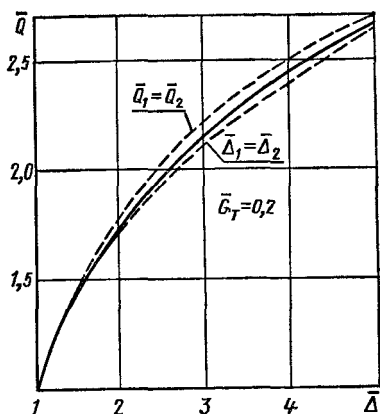


Рис. 38. Сопоставление приближенных решений с точным для диска

ния нагрузок при одинаковом перемещении.

Приближенные зависимости нагрузок (усилий) от перемещений (деформаций), характерных для данной задачи, вытекают из предельных соотношений, свойственных жестко-упрочняющимся телам и распространенных на случай упруго-пластического деформирования при линейном упрочнении. Эти зависимости, учитывая принятые кинематические гипотезы, позволяют получить приближенное решение для модуля упрочнения $\bar{G}_{T2}$ на основе упругого и упруго-пластического решений (для модуля $\bar{G}_{T1}$).

3. Предельные состояния и несущая способность при статическом нагружении

Под статическими нагрузками понимают нагрузки однократные или мало повторяющиеся, когда усталостное разрушение не успевает развиваться. Такие нагрузки, наряду с нагрузками, могущими вызывать усталостное разрушение (обычно меньшими по уровню), действуют в большинстве деталей машин, поэтому расчет несущей способности детали должен складываться из расчета статической или повторно-статической несущей способности и из расчета на выносливость.

Несущую способность высоконапряженных деталей, нагруженных статически, следует рассматривать в связи с влиянием пластических деформаций на напряжения и перемещения, так как в ряде случаев предельное состояние детали может соответствовать наличию в ней пластических деформаций.

К таким деталям в первую очередь относятся быстровращающиеся диски турбин, толстенные резервуары под высоким давлением, трубопроводы и их узлы, подверженные температурным деформациям. В то же время для деталей, нагруженных главным образом переменными напряжениями, преимущественное значение имеет несущая способность по сопротивлению усталости.

К таким деталям относятся быстро-вращающиеся валы, вибрирующие пружины, лопасти турбин и др. Однако и для этих деталей в отдельных случаях, особенно при действии значительных статических составляющих, необходимо учитывать статическую несущую способность.

При действии на деталь статических или кратковременных (не вызывающих разрушения) нагрузок в предельном состоянии должна еще обеспечиваться нормальная работа машины. Нарушение нормальной работы машины может происходить в результате разрушения детали за счет достижения значительных перемещений какого-либо узла, а также в том случае, когда при малых возрастаниях нагрузок резко увеличивается деформация детали. Поэтому несущая способность деталей при действии статических нагрузок соответствует тем их значениям, при которых возникает разрушение детали (несущая способность по разрушению), или возникают перемещения, превышающие предельно допустимые (несущая способность по перемещениям), или резко увеличиваются деформации (несущая способность по деформациям).

Предельно допустимые перемещения детали определяются условиями работы ее в узле. Для валов, например, предельно допустимые углы поворота на опорах могут определяться перекосом колец подшипников качения [1] и защемлением тел качения; углы поворота вала в месте установки зубчатых ко-

лес — степенью неравномерности распределения нагрузок вдоль зубьев, прогибы — сохранением коэффициента перекрытия и минимальных зазоров в зацеплении.

Для вращающихся дисков турбин, посаженных на вал, предельно допустимое перемещение внутреннего контура определяется ослаблением натяга посадки, а внешнего контура (с учетом перемещений лопаток) — уменьшением зазора между корпусом и облопачиванием, для цепей — нарушением зацепления в связи с увеличением шага и т. д. Предельные перемещения некоторых деталей могут определяться также условиями выполнения технологических операций, точностью получаемых деталей, чистотой поверхности и т. п.

Предельно допустимые перемещения определяются в каждом конкретном случае применительно к условиям работы узла и по этим перемещениям вычисляют предельные нагрузки. Для установления связи между предельными нагрузками и перемещениями приходится решать упругую или упруго-пластическую задачу, поскольку статическая несущая способность может ограничиваться упругими перемещениями или перемещениями в упруго-пластической области.

Предельные нагрузки по разрушению определяются, если установлена связь между напряжениями, вызывающими разрушение, и соответствующими нагрузками, с учетом возможного перераспределения напряжений за счет пластического деформирования. Ограничение статической несущей способности по разрушению имеет место для деталей из материалов со значительным упрочнением и ограниченной способностью к пластическому деформированию (например, легированных сталей при низком отпуске).

Исчерпание несущей способности, когда при малом увеличении нагрузки резко возрастает деформация, может ограничивать статическую несущую способность в тех случаях, когда величина перемещений не сказывается существенно на взаимодействии деталей в узле и характерно для материалов с малым упрочнением. Предельные нагрузки в этом случае определяют из

условия перехода сечения детали целиком в пластичное состояние; расчет по исчерпанию статической несущей способности по деформациям широко используют для многих строительных конструкций.

Запас прочности при расчете на статическую несущую способность может быть записан следующим образом:

$$n = \frac{Q_{\text{пред}}}{Q_T} \cdot \frac{Q_T}{Q_{\text{раб}}} = \frac{Q_{\text{пред}}}{Q_T} n_T,$$

где $Q_{\text{пред}}$ — предельная нагрузка, соответствующая предельно допустимым перемещениям, разрушению или исчерпанию несущей способности в зависимости от того, по какому критерию определяется статическая несущая способность; Q_T — нагрузка, соответствующая достижению предела текучести в наиболее напряженных точках детали; n_T — запас прочности при расчете по пределу текучести.

В этом выражении отношение $\frac{Q_{\text{пред}}}{Q_T}$ показывает, насколько отличается запас прочности при расчете на статическую несущую способность от обычно вычисляемого запаса прочности по пределу текучести.

В некоторых случаях, в особенности для деталей из материалов с ограниченной пластичностью, трудно заранее установить, какое из ограничений — по перемещениям или по разрушению — дает меньший запас прочности; в этом случае приходится определить два запаса прочности и выбирать для расчета меньший.

Из изложенного выше видно, что для определения предельных нагрузок необходимо установить зависимость этих нагрузок от перемещений, от напряжений в сечении или от исчерпания несущей способности в сечении. Все это требует решения соответствующих упруго-пластических задач. Такое решение должно быть, с одной стороны, достаточно простым по форме и доступным для проведения инженерных расчетов, а с другой — обеспечивать достаточную точность расчетов.

Для определения предельных нагрузок по разрушению следует установить зависимость между нагрузками на

брус и максимальными напряжениями в его сечении, которые могут вызвать разрушение.

Для определения зависимости между нагрузками и напряжениями можно использовать полученные выше выражения, заменив в них деформации напряжениями

$$\bar{\sigma}_{\max} = (1 - \bar{G}_T) + \bar{G}_T \bar{\epsilon}_{\max}.$$

Если считать, что разрушение вызывают напряжения, достигающие в опасном сечении предела прочности,

то $\sigma_B = \frac{\sigma_B}{\sigma_T}$ и в относительных координатах предельная нагрузка по разрушению может быть получена из графиков предельных нагрузок по деформациям перестроением оси абсцисс по зависимости $\sigma_B = (1 - \bar{G}_T) + \bar{G}_T \bar{\epsilon}_{\max}$.

Если материал разрушается без пластических деформаций, то $\bar{G}_T = 1$ и $\bar{M} = \bar{\sigma}_{вр}$. Если же материал перед разрушением может пластически деформироваться, то за счет перераспределения напряжений предельная нагрузка по разрушению (относительная) несколько увеличивается.

Закономерности изменения несущей способности в процессе развития пла-

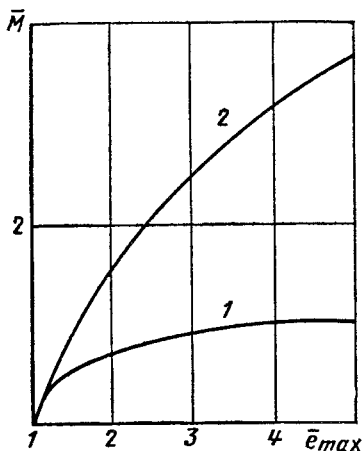


Рис. 39. Кривые предельных нагрузок для прямого (1) и кривого (2) ($\rho = 10$) бруса прямоугольного сечения $\bar{G}_T = 0$

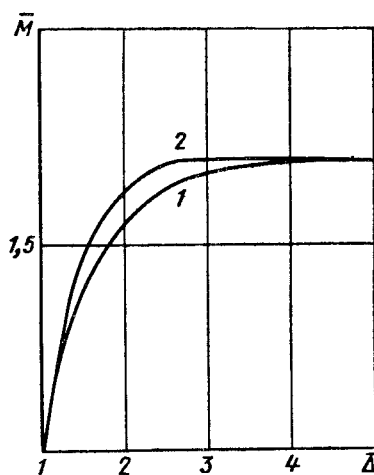


Рис. 40. Кривые предельных нагрузок в зависимости от перемещения для случая изгиба стержней круглого сечения при $\bar{G}_T = 0$:

1 — распределенная нагрузка, балка на двух опорах; 2 — сосредоточенная сила, балка на двух опорах

стических деформаций позволяют охарактеризовать две причины увеличения несущей способности детали при пластическом деформировании материала: за счет перераспределения напряжений по сечению и по длине детали за пределами упругости и за счет упрочнения материала детали в процессе пластического деформирования.

Повышение несущей способности в первом случае связано с более равномерным, чем в упругом случае, распределением напряжений в сечении и усилий по длине детали, за счет чего материал детали используется более полно. В связи с этим наименьшее повышение несущей способности имеет место для деталей, обладающих в упругом случае наиболее равномерным распределением напряжений и усилий. Например, предельная нагрузка для кривого бруса выше, чем для стержня с прямой осью того же поперечного сечения (рис. 39); предельная нагрузка для балки, нагруженной сосредоточенной силой, выше, чем для балки, нагруженной распределенной нагрузкой (рис. 40). В статически не-

определимых стержневых системах повышение предельных нагрузок происходит в результате перераспределения усилий в силовом контуре.

Все сказанное выше относится также и к повышению предельных нагрузок в дисках, пластинках и оболочках.

Помимо перечисленных выше причин, влияющих на повышение предельных нагрузок деталей даже при отсутствии упрочнения, несущая способность деталей из упрочняющегося материала повышается за счет возможного увеличения напряжений по мере деформирования.

Наиболее интенсивно процесс увеличения несущей способности детали протекает в начальной стадии пластического деформирования, когда более интенсивно происходит перераспределение напряжений по ее сечению. По мере роста пластических деформаций (начиная со значений $\bar{\epsilon} = 2 \div 3$) процесс перераспределения напряжений ослабевает, несущая способность детали повышается медленнее и в основном за счет упрочнения материала, поэтому доводить деформацию детали до этих величин нерационально. Необходимо отметить, что при упрочнении $\bar{\epsilon}_T = 0 \div 0,1$ несущая способность детали оказывается практически исчерпанной уже при величине остаточной деформации $e = 0,2\%$, при упрочнении $\bar{\epsilon}_T = 0,15 \div 0,30$ некоторое повышение несущей способности дает увеличение остаточной деформации до $e = 0,3 \div 0,5\%$. Следовательно, предельные нагрузки по деформациям определяются для этих величин остаточных деформаций в зависимости от $\bar{\epsilon}_T$, т. е. от упрочнения.

Закономерность изменения несущей способности детали по перемещениям носит в целом тот же характер, что и закономерность изменения несущей способности по деформациям. Здесь только важно подчеркнуть, что за счет интенсивного перераспределения напряжений по сечению в начальной стадии пластического деформирования резко возрастают предельные нагрузки при весьма малых остаточных перемещениях. Из этого следует, что даже при весьма малых предельно допустимых полных или остаточных перемещениях

повышение допускаемых предельных нагрузок за счет использования пластического деформирования детали может быть существенным (15—50%). Поэтому предельные нагрузки, по которым определяется статическая несущая способность детали, могут соответствовать предельно допустимым перемещениям, разрушению или исчерпанию несущей способности сечения.

В зависимости от условий эксплуатации деталей, механических свойств материала и типа напряженного состояния наблюдаются различные соотношения между предельными нагрузками по разрушению, перемещениям или деформациям и между запасами прочности, определенными по этим нагрузкам.

Несущая способность деталей из пластичных материалов определяется предельными нагрузками по перемещениям или, если величина перемещений на работе детали существенно не сказывается, — предельными нагрузками по деформациям, т. е. для деталей из пластичных материалов нет необходимости определять запас прочности по разрушению при обычных напряженных состояниях и условиях работы.

Несущая способность деталей из хрупких материалов определяется предельными нагрузками по разрушению, если к конструкции детали не предъявляется повышенных требований по жесткости. Следовательно, для деталей из хрупких материалов следует определять запас прочности по разрушению. Для малопластичных материалов (низкоугнупленных высоколегированных сталей), претерпевающих перед разрушением некоторую пластическую деформацию, в ряде случаев приходится определять предельные нагрузки как по перемещениям, так и по разрушению и судить о надежности детали по двум запасам прочности.

На детали машин, помимо характерных для их работы переменных напряжений, могут действовать также однократные или редко повторяемые максимальные перегрузки, которые не могут вызвать усталостного разрушения, но способны статически разрушить или недопустимо деформировать деталь. Поэтому под действующей нагрузкой $Q_{\text{раб}}$ при расчете на статическую прочность

следует понимать нагрузку, соответствующую действию максимальных сил, возникающих в конструкции.

Вместе с тем необходимо отметить, что в ряде случаев приходится определять перемещения детали не только при максимальных, но и при длительно действующих нагрузках. В этом случае, помимо определения запаса прочности (по перемещениям, деформациям или разрушению) от действия статических нагрузок, следует проверять, не превышает ли деформация детали от длительно действующей нагрузки допускаемой величины, выбранной на основе опыта эксплуатации ее в данном типе машины.

Если несущая способность детали ограничивается по перемещениям или деформациям, запас прочности удобно представить в виде

$$n_e = \frac{Q_{пр}}{Q_{раб}} = \frac{Q_{пред}}{Q_t} n_t = \bar{Q}_{пр} n_t,$$

где Q_t — нагрузка, соответствующая достижению в отдельных точках детали напряжения, равного пределу текучести σ_t .

Обычно в упругой области нагрузки и напряжения пропорциональны, поэтому запас прочности по пределу текучести можно записать в виде $n_t = \frac{\sigma_t}{\sigma}$,

где σ — наибольшие приведенные напряжения, соответствующие действующим на деталь нагрузкам.

Если предельно допустимые значения деформаций детали выше значения деформаций, соответствующих достижению предела текучести, то $Q_{пред} > Q_t$ и коэффициент сопротивления в пластической области $\bar{Q}_{пр}$ характеризует возрастание несущей способности благодаря упруго-пластическому перераспределению напряжений в процессе деформирования; это возрастание может быть использовано в соответствии с допустимыми перемещениями, уже превышающими упругие деформации. В случае, когда пластическая или остаточная деформация в детали, не может быть допущена, $Q_{пред} = Q_t$ и $\bar{Q}_{пр} = 1$.

Нагрузка $\bar{Q}_{пр}$ зависит от распределения напряжений за пределами упругости и параметров диаграммы деформирования.

Минимально допустимые значения запасов прочности при расчете на сопротивление пластическим деформациям принимают в зависимости от степени пластичности материала, характеризующейся отношением $\frac{\sigma_t}{\sigma_B}$;

$\frac{\sigma_t}{\sigma_B}$	0,45—0,55	0,55—0,70	0,7—0,9
n	1,2—1,6	1,4—1,8	1,7—2,2

Если действительные нагрузки, усилия или напряжения не могут быть достаточно точно определены расчетом, то запасы прочности следует увеличить на 20—50%.

Для литых деталей $n = 1,6 \div 2,5$. При хрупком и малопластичном состоянии материала несущая способность определяется предельными нагрузками, вызывающими разрушение детали в наиболее напряженных местах. Запас прочности в этом случае составляет

$$n_B = \frac{Q_{разр}}{Q_{раб}}.$$

Разрушающая нагрузка определяется напряженным состоянием детали (с учетом возможного перераспределения напряжений) и механическими характеристиками материала детали по критериям статической прочности.

Минимально допустимые величины запаса прочности по разрушению при хрупком и малопластичном состоянии материалов принимаются в зависимости от их однородности, степени хрупкости, остаточной напряженности и т. д. Степень однородности материала характеризуется показателем m и зависит от распределения дефектов в объеме материала. Для однородных хрупких материалов типа закаленной низкоуглеродистой стали и высокопрочного чугуна показатель степени $m = 20 \div 40$, для модифицированных чугунов, стеклопластмасс, серых чугунов и других менее однородных материалов $m = 10 \div 20$ и для весьма неоднородных материалов типа отбеленного чугуна, керамики и т. п. $m = 2 \div 5$.

Для однородных малопластичных материалов с ударной вязкостью $a_k = 2 \div 3$ кгс·м/см² и $m = 20 \div 40$

запас прочности не должен быть ниже $n_b = 2 \div 3$.

Для неоднородных хрупких материалов ($m = 10 \div 20$, $a_k = 0,5 \div 2$ кгс·м/см²) при умеренных остаточных напряжениях запас прочности должен составлять не менее $n_b = 3 \div 4$. Для весьма неоднородных и хруп-

ких материалов ($m = 2 \div 5$, $a_k < 0,5$ кгс·м/см²), достаточно перенапряженных, $n_b = 4 \div 6$.

При недостаточной достоверности расчетных нагрузок, в особенности при возможном динамическом приложении их, величины запасов прочности следует увеличить в 1,5–2 раза.

Список литературы

1. Бейзельман Р. Д., Цыпкин Б. А. Подшипники качения. Справочник. Изд. 5-е, перераб. и доп. М., «Машиностроение», 1967. 563 с.
2. Биргер И. А. Некоторые общие методы решения задач теории пластичности. — «ПММ», 1951, т. 15, № 6, с. 765–770.
3. Гокун М. В., Рынкин Е. Ю., Шнейдерович Р. М. Расчет тонкостенной оболочки вращения при циклическом упруго-пластическом деформировании. — «Машиноведение», 1971, № 2, с. 61–65.
4. Грубин А. Н., Ляхачев Ю. И. Анализ напряженного состояния, возникающего в стадии больших пластических деформаций при растяжении цилиндрических образцов с кольцевой выточкой. — «ЖТФ», 1955, № 3, с. 512–528.
5. Давиденков Н. Н., Спиридонова Н. И. Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца. — «Заводская лаборатория», 1945, № 6, с. 583–593.
6. Дэвис Е. Рост напряжений с изменением деформаций и зависимость «напряжение — деформация» в пластической области для меди при сложном напряженном состоянии. — В кн.: Теория пластичности. М., Изд. иностр. лит., 1948, с. 336–363.
7. Дэвис Е. Текучесть и разрушение стали со средним содержанием углерода при сложном напряженном состоянии. — В кн.: Теория пластичности. М., Изд. иностр. лит., с. 364–374.
8. Жуков А. М. Механические свойства сплава МА2 при двухосном растяжении. — Изв. АН СССР. ОТН, 1957, № 9, с. 56–65.
9. Ильющин А. А. Пластичность. Ч. 1. Упруго-пластические деформации. М., Гостехиздат, 1948, 376 с.
10. Качанов Л. М. Механика пластических сред. М. — Л., Гостехиздат, 1948, 215 с.
11. Методы измерения полей циклических упруго-пластических деформаций. — «Заводская лаборатория», 1972, № 10, с. 1246–1253. Авт.: Левин О. А., Маху-
- тов Н. А., Новолашин М. А., Шнейдерович Р. М.
12. Махутов Н. А. Концентрация напряжений и деформаций в упруго-пластической области деталей. — «Машиноведение», 1971, № 6, с. 54–60.
13. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагружениях. М., МГУ, 1965, 262 с.
14. Пономарев С. Д. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. В 3-х т. Т. 1–111. М., Машгиз, 1959.
15. Ракович Ю. А. Совместный изгиб и кручение круглого стержня за пределом упругости. — Изв. АН СССР. ОТН, 1959, № 3, с. 158–160.
16. Ратнер С. И. Прочность и пластичность сталей. М., Оборонгиз, 1949, 152 с.
17. Ржаницын А. Р. Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности. М., Стройиздат, 1956, 327 с.
18. Соколовский В. В. Теория пластичности. М., «Высшая школа», 1969, 608 с.
19. Ужик Г. В. Сопротивление отрыву и прочность металлов. М. — Л., Изд-во АН СССР, 1950, 256 с.
20. Фридман Я. Б. Механические свойства металлов. В 2-х кн. М., «Машиностроение», 1974, 830 с.
21. Шнейдерович Р. М. Прочность при статическом и повторностатическом нагружениях. М., «Машиностроение», 1968, 343 с.
22. Машиностроение. Энциклопедический справочник. Т. 9. М., Машгиз, 1949, 1208 с.
23. Янг Ю. И., Чаплинский И. А., О сопротивлении металлов пластическому деформированию. — «ДАН», 1953, Т. 90, № 6, с. 1023–1026.
24. NEUBER H. Theory of stress concentration for shear strains of prismatical bodies with arbitrary nonlinear stress — strain law. — J. of Appl. Mech., 1961, Vol. 28, N 4, p. 544–550.

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И ОСНОВЫ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ МАЛОМ ЧИСЛЕ ЦИКЛОВ НАГРУЖЕНИЯ

1. Сопротивление циклическому пластическому деформированию

Диаграмма циклического деформирования за k полуциклов представляет собой совокупность кривых деформирования каждого k -го полуцикла в координатах $\bar{S} = \frac{S}{\sigma_T}$ и $\bar{\epsilon} = \frac{\epsilon}{\epsilon_T}$ с началом координат в точке, соответствующей началу разгрузки. Здесь σ_T и ϵ_T — напряжения и деформации, соответствующие пределу текучести (пропорциональности). В этих координатах участок, на котором может быть приближенно принята пропорциональная зависимость напряжений и деформаций, соответствует разгрузке и некоторая доля реверсивного нагружения. Начало нелинейного участка кривой деформирования в k -м полуцикле соответствует напряжению и деформации предела текучести (пропорциональности) $\bar{S}_T^{(k)}$, $\bar{\epsilon}_T^{(k)}$, а в координатах $\bar{\sigma} - \bar{e}$ напряжению и деформации $\bar{\sigma}_T^{(k)}$, $\bar{e}_T^{(k)}$. Для перехода от системы координат $\bar{S} - \bar{\epsilon}$ к системе $\bar{\sigma} - \bar{e}$ могут быть использованы выражения

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}^{(k)} &= \bar{\sigma}^{(k-1)} + (-1)^k S^{(k)}; \\ \bar{e}^{(k)} &= \bar{e}^{(k-1)} + (-1)^k \bar{e}^{(k)}, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где $\bar{\sigma}^{(k-1)}$ и $\bar{e}^{(k-1)}$ — конечные значения напряжений и деформаций в $(k-1)$ -м полуцикле.

Диаграмма деформирования при циклическом упруго-пластическом нагружении с постоянной амплитудой нагрузок показана на рис. 1. При исходном нагружении (нулевом полуцикле) до уровня $\bar{\sigma}^{(0)}$, $\bar{e}^{(0)}$ справедлива диаграмма деформирования при однократном нагружении; при последующих разгрузке и нагружении — кривые деформирования в соответствующих полуциклах. В процессе циклического

деформирования возможно изменение ширины петли упруго-пластического гистерезиса $\bar{\delta}$ и накопление суммарной деформации $\bar{\epsilon}_{\text{сум}}^{(k)}$ за счет разницы ширины петель в четном и нечетном полуциклах.

Изучение кривых циклического деформирования можно проводить в двух направлениях: с одной стороны, выявить закон изменения предела текучести (пропорциональности) $\bar{S}_T^{(k)}$ (или $\sigma_T^{(k)}$) при циклическом деформировании, с другой — изменение формы кривых деформирования от цикла к циклу.

Систематическое исследование упруго-пластических циклических свойств и, в особенности, изменения предела текучести было начато Баушингером, описавшим эффект, состоящий в снижении предела текучести при реверсивном нагружении [13]. Эффект Баушингера изучали и другие исследователи; обзор работ дан в книге [8].

На основе серии экспериментов Мазинг предложил зависимость, связывающую предел текучести при реверсировании нагрузки с уровнем предшествующего напряжения [17]

$$\bar{\sigma}_T^{(1)} = \bar{\sigma}^{(0)} - 2,$$

где $\bar{\sigma}_T^{(1)}$ и $\bar{\sigma}^{(0)}$ — предел текучести и напряжение в первом полуцикле; отсюда следует, что $S_T^{(1)} = 2$.

В. В. Москвитин обобщил это уравнение [8]

$$\begin{aligned} \sigma_T^{(1)} &= \bar{\sigma}^{(0)} - m - (2-m) \bar{e}^{(0)}; \\ S_T^{(1)} &= m + (2-m) \bar{e}^{(0)}, \end{aligned}$$

где m — постоянная материала; при $m = 2$ эти зависимости переходят в зависимости Мазинга.

Изучение кривых циклического деформирования осуществляется экспе-

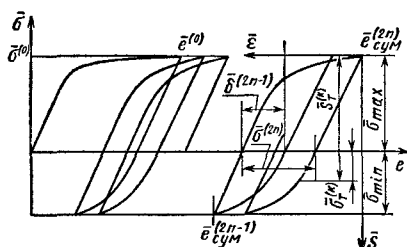


Рис. 1. Диаграммы деформирования при циклическом упругопластическом нагружении

риментально и служит основой для построения механических моделей.

Для первого полуцикла нагружения в работе [17] была предложена зависимость, имеющая в принятых здесь обозначениях следующий вид (принцип Мазинга):

$$\bar{S} = 2f\left(\frac{\bar{\epsilon}}{2}\right), \quad (2.2)$$

где функция $f\left(\frac{\bar{\epsilon}}{2}\right)$ соответствует функции $f(\bar{\epsilon})$ в исходном нагружении. Эта зависимость, вытекающая из принятой в работе [18] для модели поликристаллического материала, является достаточно грубой и не подтверждается последующими работами того же автора и ряда других исследователей.

В развитие уравнения (2.2) в работе [8] была предложена зависимость (в наших обозначениях)

$$\bar{S} = \bar{S}_T^{(k)} f\left(\frac{\bar{\epsilon}}{S_T^{(k)}}\right) \quad (2.3)$$

для случая многократного циклического нагружения (обобщенный принцип Мазинга). Эта зависимость по существу соответствует условию подобия кривой однократного деформирования и кривых циклического деформирования.

Исследование диаграмм циклического деформирования, осуществляемое обычно при мягком нагружении (постоянной амплитуде напряжений), показывает, что величины суммарных деформаций $\bar{\epsilon}^{(k)}$ в четном и нечетном полуциклах, зависящие от числа пред-

шествовавших циклов, определяют характерные свойства кривых деформирования для заданного уровня напряжений и степени асимметрии цикла [11, 13].

В качестве основного параметра, характеризующего пластическую деформацию при циклическом деформировании с постоянной амплитудой напряжений, удобно принять ширину петли деформирования в некотором полуцикле k (остаточная деформация $\delta^{(k)}$ за полуцикл (см. рис. 1) $k=2n$ для четных полуциклов и $k=2n-1$ для нечетных).

Изменение суммарных пластических деформаций в процессе циклического нагружения в зависимости от числа полуциклов для некоторых материалов показано на рис. 2.

Схема на рис. 2, а характерна для циклически упрочняющихся материалов, когда остаточная деформация за полуцикл (ширина петли) с увеличением числа циклов уменьшается, а пла-

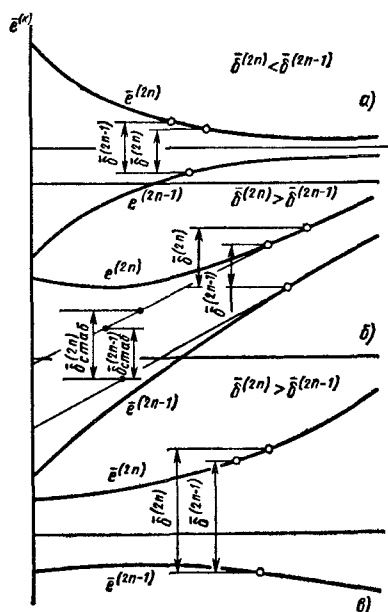


Рис. 2. Схема изменения суммарных деформаций материалов:

а — упрочняющегося; б — стабильного; в — разупрочняющегося

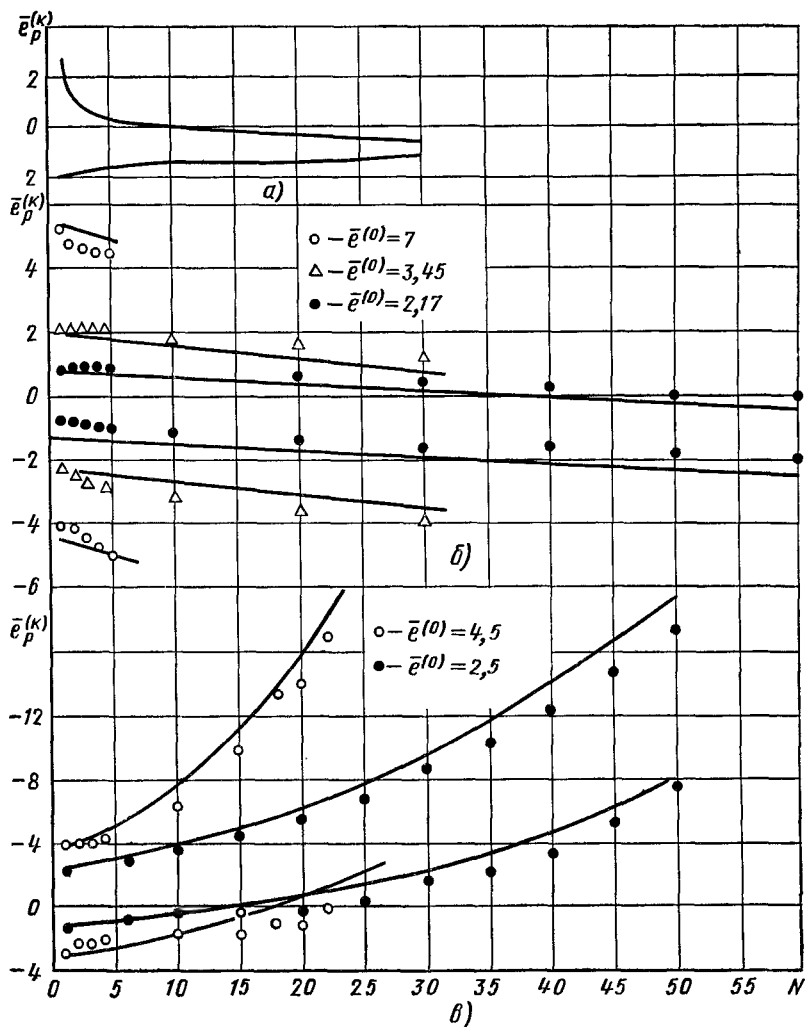


Рис. 3. Графики изменения суммарных деформаций (N — число циклов) для различных значений исходных деформаций:
 а — сплав В96 (естественное старение); б — сплав В95 (естественное старение); в — теплоустойчивая сталь (закалка с отпуском)

стическая деформация, накопленная в процессе циклического деформирования, стремится к некоторой постоянной предельной величине. Проведенные эксперименты показывают, что такая картина сохраняется при различных

значениях параметра асимметрии цикла вплоть до момента образования трещины.

Для циклически стабильных материалов с неизменной шириной петли картина деформирования соответствует

схеме на рис. 2, б, если ширина петель в четном и нечетном полуциклах различна; при этом происходит непрерывное одностороннее накопление деформации $\bar{\epsilon}_{\text{сум}}$ и интенсивность ее роста непосредственно перед разрушением увеличивается. Характер процесса циклического деформирования в этом случае существенно зависит от степени асимметрии цикла. Так, для циклически стабильной углеродистой стали при симметричном цикле рост деформаций не наблюдается, в то же время малая асимметрия вызывает интенсивное накопление деформаций в направлении действия максимального напряжения цикла.

Циклически разупрочняющиеся материалы характеризуются увеличением ширины петли и суммарной деформации, причем деформации могут накапливаться в обоих направлениях действия нагрузки (рис. 2, в).

Для циклически разупрочняющихся материалов накопление деформации также существенно зависит от асимметрии цикла и происходит в направлении действия максимального напряжения.

В качестве иллюстрации к указанным схемам на рис. 3 показаны графики деформаций для циклически упрочняющегося алюминиевого сплава В96, циклически стабильного сплава В95 и циклически разупрочняющейся теплоустойчивой стали.

Такое деление материалов на упрочняющиеся, стабильные и разупрочняющиеся носит условный характер, так как в ряде случаев с числом циклов ширина петли может уменьшаться (упрочнение), а затем оставаться неизменной или даже увеличиваться; с ростом исходной деформации упрочнение может сменяться разупрочнением и т. д. в зависимости от исходных состояний.

Для характеристики деформационных свойств, таким образом, следует использовать величину остаточной деформации за полуцикл $\delta^{(k)}$ (ширина петли), определяющую пластические свойства внутри каждого цикла, и суммарную пластическую деформацию за k полуциклов, характеризующую пластические свойства после достижения соответствующего количества циклов.

Суммарная деформация связана с шириной петли в четном и нечетном полуциклах следующей формулой:

$$\bar{\epsilon}^{(k)} = \bar{\epsilon}^{(0)} + \sum_{n=1}^n \bar{\delta}^{(2n)} - \sum_{n=1}^n \bar{\delta}^{(2n+1)} + (\bar{\sigma}_{\text{max}} + \bar{\sigma}_{\text{min}})(-1)^{(k)}, \quad (2.4)$$

где $\bar{\sigma}_{\text{max}}$ и $\bar{\sigma}_{\text{min}}$ — максимальное и минимальное напряжения цикла.

Суммарная пластическая деформация

$$\bar{\epsilon}_{\text{пл}}^{(k)} = \bar{\epsilon}^{(0)} + \sum_{n=1}^n \delta^{(2n)} - \sum_{n=1}^n \bar{\delta}^{(2n+1)} + \bar{\sigma}_m + \bar{\sigma}_a (-1)^k, \quad (2.5)$$

где $\bar{\sigma}_m$ и $\bar{\sigma}_a$ — соответственно среднее и амплитудное значения напряжения цикла.

Исследования ширины петли показали, что для упрочняющихся материалов хорошо подтверждается экспериментом степенная зависимость для четного и нечетного полуциклов при $\alpha > 0$:

$$\bar{\delta}^{(2n)} = \frac{\bar{\delta}_{\Phi}^{(2)}}{k^{\alpha}} \quad (k=2, 4, 6, \dots);$$

$$\bar{\delta}^{(2n+1)} = \frac{\bar{\delta}_{\Phi}^{(1)}}{k^{\alpha}} \quad (k=1, 3, 5, \dots), \quad (2.6)$$

где $\bar{\delta}^{(1)}$ — ширина петли в первом полуцикле; $\bar{\delta}_{\Phi}^{(2)}$ — фиктивная ширина петли во втором полуцикле (приведенная к первому полуциклу), равная ширине петли во втором полуцикле $\bar{\delta}^{(2)} = \frac{\bar{\delta}_{\Phi}^{(2)}}{2\alpha}$

или $\bar{\delta}^{(2)} = \bar{\delta}_{\Phi}^{(2)} e^{\beta}$. Для упрочняющихся материалов, как правило, $\bar{\delta}_{\Phi}^{(2)} = \bar{\delta}^{(1)}$.

Параметр циклического деформирования α (или β) характеризует изменение ширины петли по числу полуциклов деформирования. Этот параметр в общем случае может зависеть от исходной деформации, однако в первом приближении его можно считать постоянным и равным некоторому среднему значению.

Для материалов, циклически стабилизирующихся, ширина петли в чет-

ном и нечетном полуциклах

$$\bar{\delta}^{(2n)} = \frac{\bar{\delta}_\phi^{(2n)}}{k^\alpha} \quad (k < k_{\text{CT}});$$

$$\bar{\delta}^{(2n)} = \frac{\bar{\delta}_\phi^{(2n)}}{k_{\text{CT}}^\alpha} \quad (k \geq k_{\text{CT}}) \quad (k=2, 4, 6, \dots);$$

$$\bar{\delta}^{(2n+1)} = \frac{\bar{\delta}^{(1)}}{k^\alpha} \quad (k < k_{\text{CT}});$$

$$\bar{\delta}^{(2n+1)} = \frac{\bar{\delta}^{(1)}}{k_{\text{CT}}^\alpha} \quad (k \geq k_{\text{CT}}) \quad (k=1, 3, 5, \dots). \quad (2.7)$$

где k_{CT} — число полуциклов, после которого ширина петли не меняется.

Для циклически разупрочняющихся материалов в четном и нечетном полуциклах

$$\left. \begin{aligned} \bar{\delta}^{(2n)} &= \bar{\delta}_\phi^{(2)} \exp [\beta (k-1)] \quad (k=2, 4, 6, \dots); \\ \bar{\delta}^{(2n+1)} &= \bar{\delta}^{(1)} \exp [\beta (k-1)] \quad (k=1, 3, 5, \dots). \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

Для разупрочняющихся материалов в некоторых случаях хорошо подтверждается экспериментом также степенная зависимость при $\alpha < 0$.

Ширина петли определяется не только числом полуциклов, но и зависит от степени исходного деформирования и от асимметрии цикла.

Для циклически упрочняющихся материалов при симметричном цикле нагружения ширина петли в первом полуцикле определяется выражением

$$\bar{\delta}^{(1)} = \left(\bar{e}^{(0)} - \frac{\bar{S}_r}{2} \right) C,$$

где параметр циклического деформирования C характеризует уровень деформации в первом полуцикле, с которого начинается циклическое деформирование.

Зависимости $\bar{\delta}^{(1)}$ от $\bar{e}^{(0)}$, из которых вытекает записанное выше выражение, для ряда материалов приведены на рис. 4. Для асимметричного цикла нагружения в случае упрочняющегося материала может быть использована аналогичная зависимость, но в этом случае основное влияние на ширину петли оказывает амплитудное значение

напряжений σ_a , а среднее напряжение цикла σ_m существенного значения не имеет. В соответствии с этим может быть записано выражение

$$\bar{\delta}^{(1)} = \left(\bar{e}_a^{(0)} - \frac{\bar{S}_r}{2} \right) C,$$

где $\bar{e}_a^{(0)}$ — деформация по кривой исходного деформирования, соответствующая амплитудному значению напряжений $\bar{\sigma}_a$.

Для циклически разупрочняющихся и стабилизирующихся материалов ширина петли в первом и втором полуциклах при симметричном цикле нагружения зависит от степени исходного деформирования $\bar{e}^{(0)}$ и определяется выражениями

$$\bar{\delta}^{(1)} = C_1 \left(\bar{e}^{(0)} - \frac{\bar{S}_r}{2} \right)$$

и

$$\bar{\delta}_\phi^{(2)} = C_2 \left(\bar{e}^{(0)} - \frac{\bar{S}_r}{2} \right). \quad (2.9)$$

Для случая стабильной петли

$$\bar{e}_{\text{пл}}^{(k)} = \bar{e}^{(0)} + \left(\bar{e}^{(0)} - \frac{\bar{S}_r}{2} \right) (C_2 - C_1) \frac{k}{2} + \bar{\sigma}^{(0)} (-1)^k. \quad (2.10)$$

В выражениях (2.9) и (2.10) параметры C_1 и C_2 характеризуют уровень деформации в первом и втором полуциклах в зависимости от направления деформирования (совпадающего или не совпадающего с исходным направлением — нулевым полуциклом). Иначе говоря, соотношение между параметрами C_1 и C_2 характеризует циклическую анизотропию свойств при $C = C_2$ материал оказывается циклически изотропным и одностороннего накопления пластических деформаций не происходит. Как правило, параметры C_1 и C_2 для упрочняющихся материалов существенно не различаются, и в этом случае можно принять $C \approx C_1 \approx C_2$.

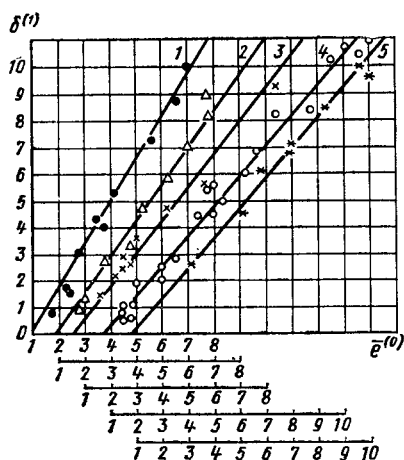


Рис. 4. Зависимость ширины петли $\delta^{(1)}$ от исходной деформации $\bar{\epsilon}^{(0)}$:

1 — сплав В95; 2 — сплав АК8; 3 — теплоустойчивая сталь; 4 — сплав В96; 5 — сталь 12Х18Н9Т

Кривые суммарной пластической деформации циклически разупрочняющегося материала (теплоустойчивая сталь) показаны на рис. 5, из которых следует, что циклическая анизотропия свойств приводит к одностороннему накоплению пластических деформаций.

Для асимметричного цикла нагружения в случае циклически стабилизирующихся и разупрочняющихся материалов, помимо амплитудного значения напряжений σ_a существенное влияние на ширину петли оказывает среднее напряжение цикла σ_m . В этом случае в качестве первого приближения можно использовать величину исходной деформации $\bar{\epsilon}_{пр}^{(0)}$, соответствующей приведенному напряжению $\bar{\sigma}_{пр} = \sigma_a + \chi \sigma_m$ по диаграмме однократно деформирования. Коэффициент χ определяется из данных эксперимента [7].

Тогда ширина петли

$$\begin{aligned} \bar{\delta}^{(1)} &= C_1 \left(\bar{\epsilon}_{пр.1}^{(0)} - \frac{\bar{\sigma}_T}{2} \right); \\ \bar{\delta}^{(2)} &= C_2 \left(\bar{\epsilon}_{пр.2}^{(0)} - \frac{\bar{\sigma}_T}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Графики зависимости ширины петли от приведенной деформации $\bar{\epsilon}_{пр}^{(0)}$ для первого и второго полуциклов при различных значениях коэффициента асимметрии r для материала 30ХГСА (закалка, отпуск $\sigma_b = 133$ кгс/мм²) приведены на рис. 6. Соответствие с уравнениями (2.11) получается удовлетворительное. Для указанной стали $S_T = 1,6$; $\chi_1 = 0,65$; $\chi_2 = 0,7$; $C_1 = 0,86$; $C_2 = 1,19$. Коэффициент χ_1 относится к нечетным полуциклам, коэффициент χ_2 к четным. Уравнения (2.11) справедливы в тех случаях, когда удвоенная амплитуда напряжений превышает предел текучести $\bar{S}_T$, т. е. при значениях коэффициента

асимметрии $r \leq 1 - \frac{\bar{S}_T}{\sigma_{max}}$. С помощью

этих уравнений асимметричный цикл приводится к некоторому условному симметричному циклу с амплитудой $\bar{\sigma}_{пр}$ (в четном и нечетном полуциклах амплитуда $\bar{\sigma}_{пр}$ может быть различной).

Изучение закономерностей изменения ширины петли дает возможность охарактеризовать влияние целого ряда факторов на деформационные свойства материала при циклическом нагружении.

Ширина петли циклического деформирования не определяет форму кривой деформирования в некотором полуцикле. Поэтому необходимо исследовать предел пропорциональности, модуль разгрузки и геометрию кривой циклического деформирования.

Предел пропорциональности при циклическом упруго-пластическом деформировании $\bar{S}_T^{(k)}$ изменяется с ростом числа полуциклов нагружения k и зависит от степени исходного деформирования $\bar{\epsilon}^{(0)}$. При обработке данных эксперимента за предел пропорциональности принималось напряжение, соответствующее 0,01% остаточной деформации.

Модуль разгрузки в процессе циклического деформирования меняется и зависит как от степени исходного деформирования, так и от числа циклов нагружения.

Однако изменение модуля разгрузки по сравнению с модулем упругости при

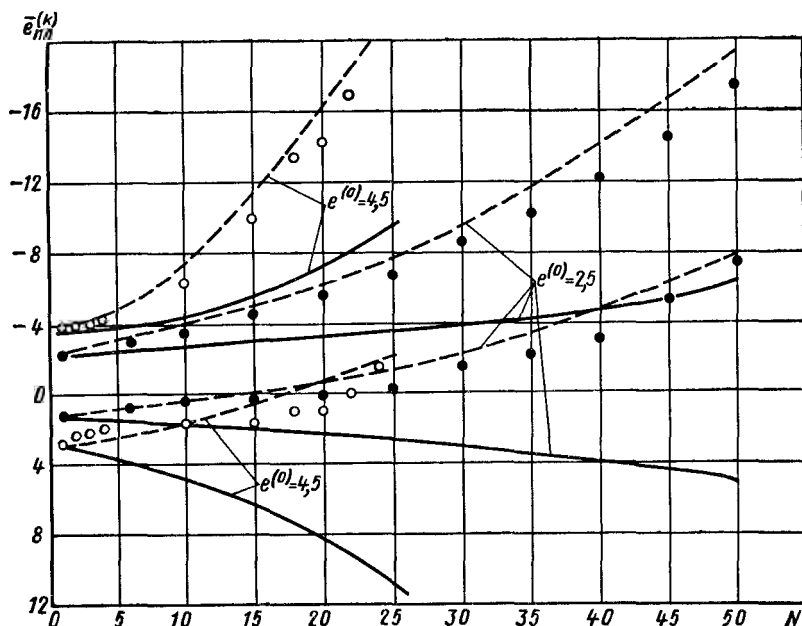


Рис. 5. Суммарные пластические деформации для разупрочняющегося материала (штриховыми линиями обозначены кривые, полученные с учетом циклической анизотропии)

исходном нагружении невелико, и приближенно можно принять, что модуль разгрузки не зависит от степени исходного деформирования и числа циклов и численно равен модулю упругости.

Систематическое исследование свойств диаграмм деформирования конструкционных материалов с контрастными циклическими свойствами показало, что кривые циклического упруго-пластического деформирования по параметру числа полуциклов образуют обобщенную диаграмму циклического деформирования.

На рис. 7 изображена диаграмма циклического деформирования при

асимметричном цикле $\left(r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \right.$

$= \text{const}$) и трех различных уровнях напряжений. Кривая деформирования в k -м полуцикле при $\bar{S}_{\max} = 2 \sigma_a$ и $\bar{S}_{\text{пр}} = 2 \sigma_a r$ приведена на рис. 8 (r — коэффициент приведения).

Рассмотрим в пластической области участки кривых деформирования в каждом полуцикле нагружения в координатах, начало которых каждый раз совмещается с точкой, соответствующей пределу текучести в данном полуцикле (см. рис. 8). Из эксперимента вытекает, что в каждом полуцикле нагружения эти участки кривых деформирования для различных уровней исходных амплитуд приведенных напряжений (деформаций) при совмещении точек A , B , C накладываются друг на друга и образуют единую зависимость между напряжениями и деформациями A , B , C , L , M , N [7].

При этом приведенные напряжения для нечетных полуциклов

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\text{пр.1}}^{(0)'} &= \bar{\sigma}_a' p_1; & \bar{\sigma}_{\text{пр.1}}^{(0)''} &= \bar{\sigma}_a'' p_1; \\ \bar{\sigma}_{\text{пр.1}}^{(0)'''} &= \bar{\sigma}_a''' p_1. \end{aligned}$$

Для четных полуциклов

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\text{пр.2}}^{(0)'} &= \bar{\sigma}_a' p_2; & \bar{\sigma}_{\text{пр.2}}^{(0)''} &= \bar{\sigma}_a'' p_2; \\ \bar{\sigma}_{\text{пр.2}}^{(0)'''} &= \bar{\sigma}_a''' p_2; \text{ и т. д.,} \end{aligned}$$

где

$$\rho_1 = \left(1 + \chi_1 \frac{\sigma_m}{\sigma_a}\right) = 1 + \chi_1 \frac{1+r}{1-r};$$

$$\rho_2 = 1 + \chi_2 \frac{1+r}{1-r}$$

— коэффициенты приведения амплитуд напряжений.

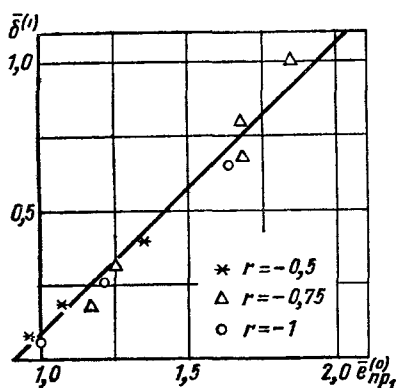
Для симметричного цикла нагружения ($r = -1$) коэффициент приведения $\rho = 1$ и $\bar{\sigma}_{пр} = \bar{\sigma}_a$. Таким образом, все конечные и промежуточные точки участков кривых деформирования в пластической области k -го полуцикла нагружения, полученные при различных уровнях исходных деформаций и различной степени асимметрии цикла r для данного полуцикла нагружения укладываются на одну и ту же кривую.

Экспериментальные кривые пиклического деформирования в координатах $\bar{S} - \bar{\epsilon}$ для ряда полуциклов при $r = -1$ показаны на рис. 9. Максимальный разброс экспериментальных данных по напряжениям составляет

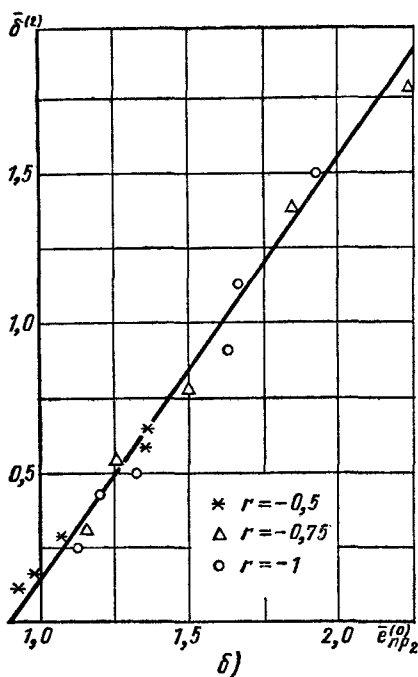
$\pm 5\%$. На рис. 10 показаны участки кривых в пластической области для стали 30ХГС ($\sigma_B = 133$ кгс/мм²) при различных асимметриях цикла.

Следует отметить, что во всех рассмотренных случаях циклического деформирования возможность совмещения участков кривых деформирования в пластической области экспериментально подтверждается при величинах исходных деформаций $\bar{\epsilon}^0 \leq 10 \div 12$. При больших степенях исходного деформирования наблюдаются отклонения от полученных выше закономерностей.

Рассмотрим теперь кривую циклического деформирования, включающую участок упругого деформирования, условно приведенную к симметричному циклу (см. рис. 8). Предел текучести для приведенной кривой равен пределу текучести при симметричном цикле $\bar{S}_T$, и начало координат независимо от степени асимметрии и размаха цикла $\bar{S}_{\max} = \bar{\sigma}_{\min} + \bar{\sigma}_{\max}$ для всех приве-



а)



б)

Рис. 6. Зависимость ширины петли от приведенной деформации $\bar{\epsilon}_{пр}^{(0)}$ при различных степенях асимметрии r : а — для первого полуцикла; б — для второго полуцикла

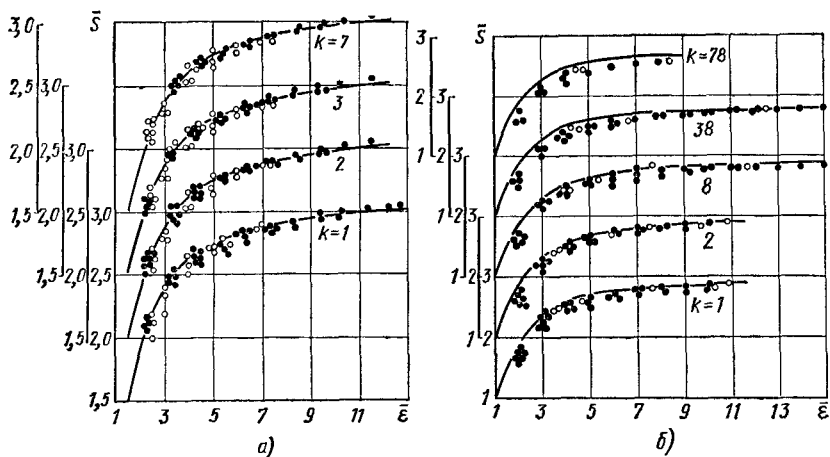


Рис. 9. Экспериментальные данные по текущим (черные точки) и конечным (светлые точки) значениям деформаций:

а — для сплава В95; б — для теплоустойчивой стали

полуцикле разворачивается в семейство кривых, различающихся только в упругой части, с пределами текучести, зависящими от размаха напряжений и равными $\bar{S}_{tr} = \bar{S}_1 - \bar{S}_{max} \times \times (p - 1)$.

Экспериментальные зависимости $\bar{S}_{tr}$ от $\bar{S}_{max}$ для стали 30ХГСА ($\sigma_B = 133$ кгс/мм²) приведены на рис. 11. Соответствие результатов эксперимента и расчета по приведенной выше фор-

муле хорошее. При одной и той же степени асимметрии и различных уровнях размахов напряжений по кривым деформирования в k -м полуцикле строится кривая зависимости размахов напряжений от деформаций, которая может быть названа обобщенной по асимметрии цикла кривой циклического деформирования; на рис. 12 показано построение этой кривой.

Таким образом, в k -м полуцикле при заданной асимметрии цикла деформирования для заданного уровня напряжений σ_{max} , σ_{min} выражается кривой деформирования асимметричного цикла с размахом $\bar{S}_{max}$, а совокупность конечных точек этих кривых для различных e образует обобщенную кривую циклического деформирования, которая и характеризует связь напряжений и деформаций.

Семейство обобщенных кривых деформирования для k -го полуцикла при различных степенях асимметрии r , т. е. для различных значений коэффициентов приведения p , показано на рис. 12. При симметричном цикле ($r = 1$) обобщенная кривая циклического деформирования совпадает с кривыми деформирования на каждом уровне размаха напряжений, а предел

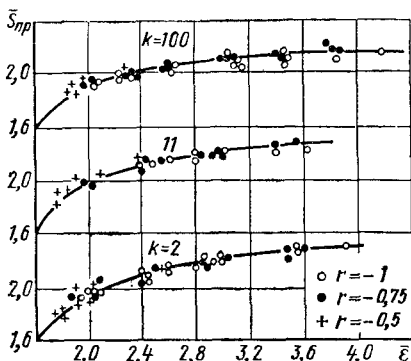


Рис. 10. Участки кривых деформирования в пластической области при различных асимметриях цикла

текущей $\bar{S}_{Tr} = \bar{S}_T$ при всех значениях размаха напряжений.

Семейство обобщенных кривых циклического деформирования для степени асимметрии r , построенное по параметру числа полуциклов k (четных или нечетных), образует обобщенную диаграмму циклического деформирования (рис. 13). При сложном напряженном состоянии эта диаграмма может быть построена в максимальных напряжениях и деформациях сдвига или в октаэдрических напряжениях и деформациях (см. гл. 1).

$$\left. \begin{aligned} \bar{\epsilon} &= S & (\text{при } S \leq S_{Tr}); \\ \bar{\epsilon} &= S + CF(k) \left[f\left(\frac{\bar{S}}{2} p\right) - \frac{\bar{S}_T}{2} \right] & (\text{при } S > S_{Tr}), \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

Приведенные выше диаграммы циклического упруго-пластического деформирования были получены при постоянной амплитуде напряжений. Вместе с тем, весьма распространенными являются испытания при постоянных амплитудах деформаций (жесткое нагружение).

Если при мягком нагружении изменяются деформации от цикла к циклу, то при жестком нагружении изменяются максимальные напряжения за счет перераспределения упругой и пластической частей деформаций.

Для всех исследованных материалов было установлено качественное соответствие между мягким и жестким нагружениями в характере изменения диаграмм циклического деформирования.

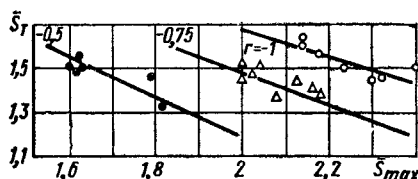


Рис. 11. Зависимости предела текучести s_T от s_{max} для различных коэффициентов асимметрии по эксперименту и расчету

Из проведенных экспериментов можно в первом приближении заключить, что кривые циклического деформирования при мягком нагружении соответствуют кривым при жестком нагружении. На рис. 14 показаны обобщенные диаграммы циклического деформирования при мягком и жестком нагружениях аустенитной стали 12Х18Н9Т и теплоустойчивой стали (черные точки соответствуют мягкому нагружению, а белые — жесткому).

Выражение для кривой деформирования в асимметричном цикле с размахом $\bar{S}_{max}$ имеет вид

где C равно C_1 или C_2 в зависимости от циклических свойств материала (упрочнение или разупрочнение, анизотропия); предел текучести при асимметричном цикле $\bar{S}_{Tr} = \bar{S}_T - S_{max}(p-1)$.

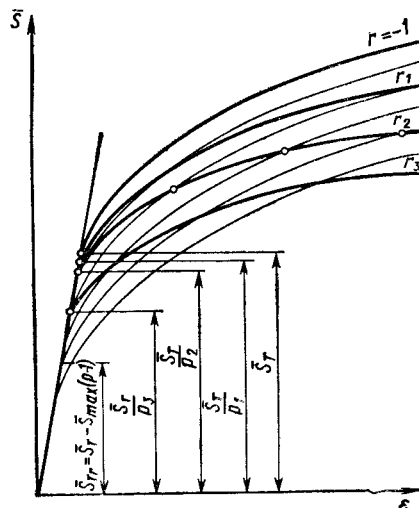


Рис. 12. Обобщенные кривые циклического деформирования при различных степенях асимметрии

В общем случае предел текучести при симметричном цикле S_T параметры функции $F(k) = \alpha$ (или β) параметр C , модуль разгрузки и другие зависят от числа полуциклов и исходной деформации, но если это учитывать при аппроксимации кривых циклического деформирования, то расчет окажется весьма сложным. Вместе с тем, как отмечалось выше, приближенно можно считать параметры циклического деформирования, модуль разгрузки и предел текучести постоянными. Для удобства аппроксимации и последующих расчетов следует также положить предел текучести $S_T = 2$. Тогда выражение для диаграммы деформирования примет вид

$$\bar{\epsilon} = \bar{S} + F_1(\bar{S}_{np}) F(k).$$

Здесь предполагается, что влияние исходного приведенного напряжения и числа полуциклов выражается произведением двух независимых функций

$$F_1(\bar{S}_{np}) = C \left[f\left(\frac{\bar{S}}{2} p\right) - 1 \right]$$

и

$$F(k) = \frac{1}{k^\alpha} \quad (\text{или } e^{\beta(r-1)}).$$

Отсюда выражение для кривой деформирования в асимметричном цикле с размахом $\bar{S}_{\max}$ может быть записано следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\epsilon} &= \bar{S} + CF(k) \left[f\left(\frac{\bar{S}}{2} p\right) - 1 \right] \quad \text{при } \bar{S} > S_{Tr} = 2 - \bar{S}_{\max}(p-1); \\ \bar{\epsilon} &= \bar{S} \quad \text{при } \bar{S} < \bar{S}_{Tr}. \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

Кривая циклического деформирования, помимо параметров C , α (или β) и коэффициента приведения p , определяется еще диаграммой однократного деформирования. Поэтому рассмотрим кривую циклического деформирования при аппроксимации диаграммы однократного деформирования на основе полигональной и линейной зависимости.

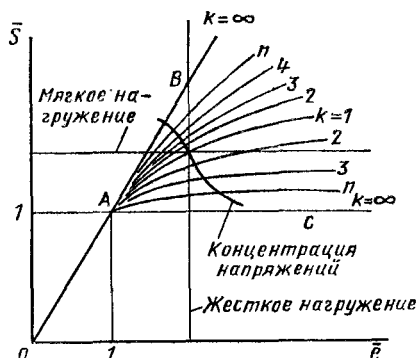


Рис. 13. Обобщенная диаграмма циклического деформирования

При полигональной аппроксимации для симметричного цикла нагружения ($p = 1$) уравнение кривой циклического деформирования имеет вид

$$\bar{\epsilon} = \bar{S} + CF(k) \frac{\bar{S} - (a_n + b_n)}{b_n}$$

или

$$\begin{aligned} \bar{S} &= 2 \frac{a_n + b_n CF(k)}{1 + \frac{CF(k)}{2b_n}} + \bar{\epsilon} \frac{1}{1 + \frac{CF(k)}{2b_n}} = \\ &= 2A_n(k) + B_n(k) \bar{\epsilon}, \end{aligned}$$

где a_n и b_n — параметры полигональной аппроксимации кривой однократ-

ного деформирования; $A_n(k)$ и $B_n(k)$ — параметры полигональной аппроксимации кривой циклического деформирования при симметричном цикле ($\bar{S}_T = 2$), определяемые по формуле

$$A_n(k) = \frac{a_n + b_n CF(k)}{1 + \frac{CF(k)}{2b_n}}$$

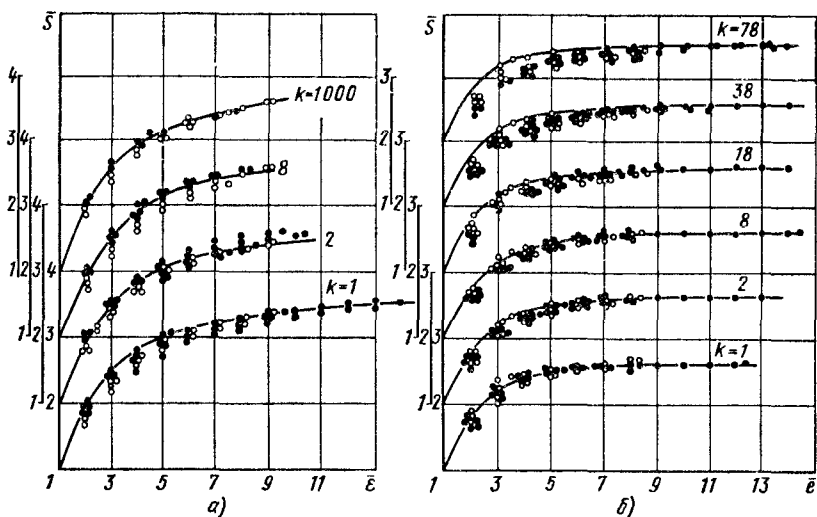


Рис. 14. Кривые циклического деформирования:

а — для стали 12X18H9T; б — для теплоустойчивой стали

п

$$B_n(k) = \frac{1}{1 + \frac{CF(k)}{2b_n}}.$$

Если перейти к безразмерным координатам $S^* = \frac{\bar{S}}{S_T}$ и $\epsilon^* = \frac{\bar{\epsilon}}{\epsilon_T}$, то диаграмма однократного деформирования и кривые циклического деформирования приводятся к одному масштабу, а уравнение кривой деформирования в симметричном цикле ($\bar{S}_T = 2$) принимает вид

$$S^* = A_n(k) + B_n(k) \epsilon^*.$$

Уравнение кривой циклического деформирования в асимметричном цикле с размахом $\bar{S}_{\max}$ удобно записать для случая полигональной аппроксимации следующим образом:

$$\bar{\epsilon} = \bar{S} + CF(k) \frac{\frac{\bar{S}p}{2} - (a_n + b_n)}{b_n} \quad \text{при} \quad \bar{S} > \bar{S}_{tr} = 2 - \bar{S}_{\max}(p-1);$$

$$\bar{\epsilon} = \bar{S} \quad \text{при} \quad \bar{S} < \bar{S}_{tr}.$$

После преобразований получим уравнение обобщенной кривой циклического деформирования

$$\begin{aligned} \bar{S} = 2 - \frac{\frac{a_n + b_n}{2b_n} CF(k)}{1 + \frac{pCF(k)}{2b_n}} + \\ + \frac{1}{1 + \frac{CF(k)p}{2b_n}} \quad \text{при} \quad \bar{S} \geq \frac{S_T}{p}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Предел текучести при использовании обобщенной кривой циклического деформирования зависит от коэффициента приведения p согласно условию $\bar{S} = \bar{\epsilon} = \frac{\bar{S}_T}{p} = \frac{2}{p}$, поскольку $\bar{S}_T = 2$ и $a_1 + b_1 = 1$.

Используя безразмерные координаты, получим уравнение обобщенной кривой циклического деформирования в удобной для расчетов форме:

$$\frac{S^*}{S_T^*} = A_n^*(k) + B_n^*(k) \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_T^*}, \quad (2.16)$$

где

$$A_n^*(k) = \frac{a_n + b_n}{2} \cdot \frac{CF(k) p}{1 + \frac{CF(k) p}{2b_n}};$$

$$B_n^*(k) = \frac{1}{1 + \frac{CF(k) p}{2b_n}}; \quad S_T^* = \frac{1}{p}. \quad (2.17)$$

Для линейного упрочнения с модулем $\bar{G}_T$ при однократном деформировании $a_n = 1 - \bar{G}_T$; $b_n = \bar{G}_T$, а при циклическом деформировании

$$B_n = g(k) = \frac{1}{1 + \frac{CF(k) p}{2\bar{G}_T}};$$

$$A_n = 1 - g(k).$$

Уравнение обобщенной кривой циклического деформирования при линейном упрочнении принимает вид

$$S^* = \frac{1 - g(k)}{p + (1 - p) g(k)} + \frac{g(k)}{p + (1 - p) g(k)} \varepsilon^*. \quad (2.18)$$

Обозначим модуль циклического упрочнения

$$q(k) = \frac{g(k)}{p + (1 - p) g(k)} = \frac{1}{1 + \frac{CF(k) p}{2\bar{G}_T}};$$

запишем

$$S^* = \frac{1 - q(k)}{p} + q(k) \varepsilon^* \quad (2.19)$$

или в координатах $\frac{S^*}{S_T^*}$ и $\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_T^*}$

$$\frac{S^*}{S_T^*} = 1 - q(k) + q(k) \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_T^*}. \quad (2.20)$$

Для симметричного цикла $p = 1$ и $S_T^* = 1$, $q(k) = g(k)$, для упрочняющихся материалов $\chi_1 = \chi_2 = 0$, $p = 1$ и обобщенная кривая циклического деформирования запишется так

$$S^* = 1 - g(k) + g(k) \varepsilon^*. \quad (2.21)$$

Таким образом, диаграмма однократного деформирования определяет форму кривых циклического деформирования. Имея эту диаграмму, а также функцию числа циклов F и коэффициент приведения p симметричного цикла, можно построить обобщенную диаграмму циклического деформирования. На рис. 13 приведена обобщенная диаграмма циклического деформирования для упрочняющихся (параметр $\alpha > 0$) и разупрочняющегося материалов (параметр $\alpha < 0$); условно принято, что диаграмма однократного деформирования у этих материалов одинакова.

Изменение деформаций при асимметричном цикле напряжений при мягком нагружении определяется пересечением обобщенных кривых циклического деформирования с прямыми $\bar{S} = \text{const}$, а изменение напряжений при жестком нагружении — пересечением этих кривых с прямой $\bar{\varepsilon} = \bar{\Delta}$, где $\bar{\Delta}$ — заданный размах деформаций.

Изменение напряжений при жестком нагружении аналитически определяется из уравнения кривой циклического деформирования (2.14) для заданной величины $\bar{\Delta}$

$$\bar{S}^{(k)} = \bar{\Delta} - CF(k) \left[f\left(\frac{S^{(k)}}{2} p\right) - 1 \right]. \quad (2.22)$$

На рис. 15, а сплошными линиями показаны расчетные кривые, полученные по уравнению (2.22) для сплава В96, точки соответствуют результатам эксперимента, соответствие между теорией и опытом удовлетворительное.

Заметим, что, вычисляя напряжения, при жестком нагружении следует учи-

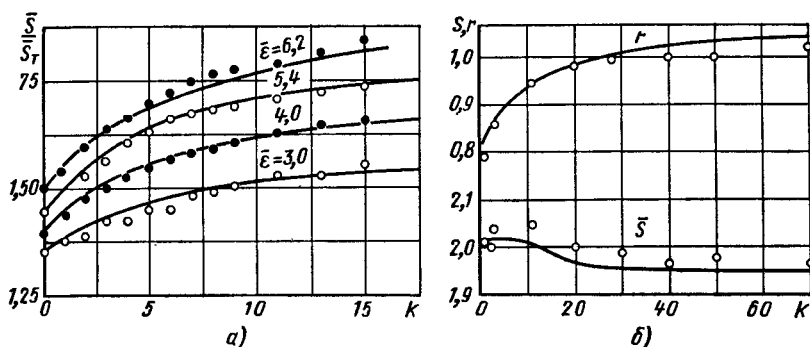


Рис. 15. Сопоставление результатов расчета и эксперимента:

а — для сплава В96; б — для стали 30ХГС

тывать в нечетном и четном полуциклах изменение коэффициентов приведения p_1 и p_2 , за счет изменения от полуцикла к полуциклу коэффициента асимметрии:

$$r_1^{(k)} = \frac{\bar{\sigma}^{(0)} + \sum_{i=1}^{k-1} (-1)^i \bar{S}^{(i)}}{\bar{\sigma}^{(0)} + \sum_{i=1}^k (-1)^i \bar{S}^{(i)}};$$

$$r_2^{(k)} = \frac{\bar{\sigma}^{(0)} + \sum_{i=1}^k (-1)^i \bar{S}^{(i)}}{\bar{\sigma}^{(0)} + \sum_{i=1}^{k+1} (-1)^i \bar{S}^{(i)}}.$$

В случае накопления односторонней пластической деформации при мягком нагружении можно ожидать «сползание» кривых деформирования при жестком нагружении, однако изменение коэффициента асимметрии r оказывается таким, что это «сползание» компенсируется. В результате устанавливается величина r , при которой накопление односторонней деформации при мягком нагружении прекращается. Сопоставление результатов эксперимента, проведенного при жестком нагружении, с кривыми, полученными пересчетом по данным мягкого нагружения с учетом изменения коэффициента асимметрии r для стали 30ХГС ($\sigma_B = 133$ кгс/см²), показано на рис. 15, б. Из рисунка следует, что после периода некоторого изменения коэффициента r

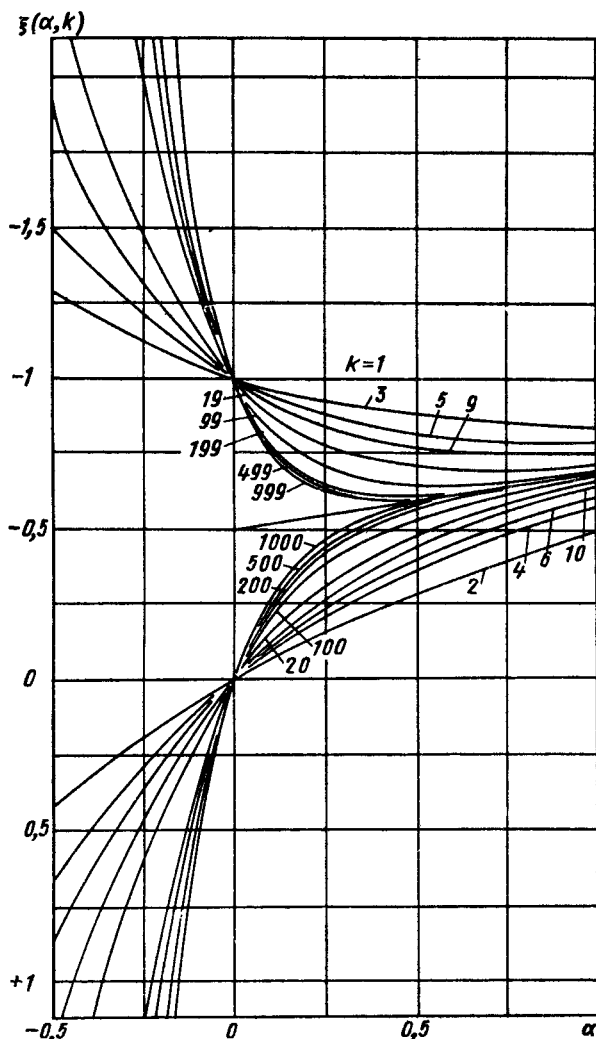
при дальнейшем росте числа полуциклов этот коэффициент почти не изменяется. Соответствие между экспериментом и расчетом можно считать удовлетворительным.

Хорошее соответствие мягкого и жесткого нагружения дает основание считать, что диаграмма циклического деформирования для мягкого нагружения, может быть использована при монотонном изменении напряжений и деформаций в пределах квадранта между прямыми $\bar{S} = \text{const}$ и $\bar{\epsilon} = \text{const}$, т. е. во всех случаях неоднородного напряженного состояния при постоянной амплитуде нагрузок.

Диаграмма циклического деформирования в координатах $S^* - \epsilon^*$ может быть преобразована в диаграмму в координатах $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$. Согласно соотношению (2.1) напряжения и деформации в k -м полуцикле составят

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}^{(k)} &= \bar{\epsilon}^{(0)} + 2 \sum_{m=1}^{k-1} \epsilon_{\max}^{*(m)} (-1)^m + \\ &+ (-1)^k 2\epsilon^{*(k)}; \\ \bar{\sigma}^{(k)} &= \bar{\sigma}^{(0)} + 2 \sum_{m=1}^{k-1} S_{\max}^{*(m)} (-1)^m + \\ &+ (-1)^k 2S^{*(k)}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

Для упрочняющихся материалов (при $F(k) = \frac{1}{k^a}$; $p = 1$) в случае мягкого нагружения при асимметричном

Рис. 16. Графики функций $\xi(\alpha, k)$

цикле, характеризующимся напряжениями σ_a и $\bar{\sigma}_m$

$$2 \sum_{m=1}^{k-1} \bar{\epsilon}_{\max}^{*(m)} (-1)^m =$$

$$= (\bar{\epsilon}_a^{(0)} - 1) C \sum_{m=1}^{k-1} \frac{(-1)^m}{m^a} =$$

$$= C [f(\bar{\sigma}_a) - 1] \sum_{m=1}^{k-1} \frac{(-1)^m}{m^a}. \quad (2.24)$$

Деформация после k -го полупериода составит

$$\bar{\epsilon}^{(k)} = \bar{\epsilon}^{(0)} \sum_{k=1}^k \bar{\epsilon}^{(k)} (-1)^k =$$

$$= \bar{\epsilon}^{(0)} + C [f(\bar{\sigma}_a) - 1] \xi(k, \alpha). \quad (2.25)$$

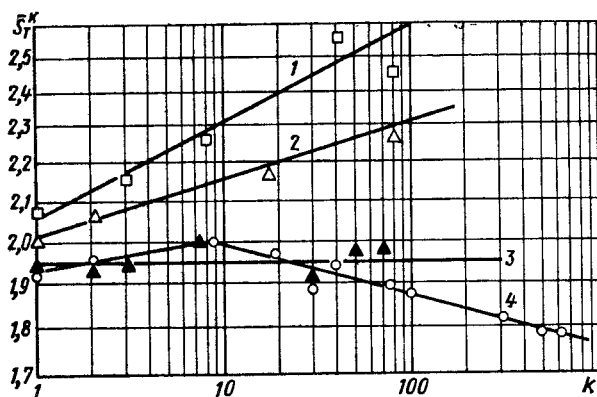


Рис. 17. Зависимости $\bar{\sigma}_T^{(k)}$ от числа полуциклов:

1 — для алюминиевого сплава В96; 2 — для алюминиевого сплава В95; 3 — для стали 12Х18Н10Т; 4 — для теплоустойчивой стали

Графики функции $\xi(\alpha, k) = \sum_k \frac{(-1)^k}{k^\alpha}$

в зависимости от значения параметра циклического деформирования α для различных значений числа полуциклов k приведены на рис. 16.

При большом числе циклов диаграмма деформирования упрочняющихся материалов стягивается в достаточно узкую петлю, ширина которой сопоставима с петлей упругого гистерезиса, и можно считать, что в предельном случае диаграмма деформирования может быть выражена прямой, сдвинутой на величину предельной остаточной деформации

$$\bar{\epsilon}_{пл}^{(\infty)} = (\bar{\epsilon}^{(0)} - \bar{\sigma}^{(0)}) + C(\bar{\epsilon}^{(0)} - 1)\xi(\alpha); \quad (2.26)$$

здесь функция $\xi(\alpha) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^\alpha}$ может

быть выражена через дзета-функцию Римана $\zeta(\alpha)$ [2]:

$$\xi(\alpha) = -(1 - 2^{1-\alpha})\zeta(\alpha). \quad (2.27)$$

Приближенно функция $\xi(\alpha)$ выражается уравнением

$$\xi(\alpha) = (-\ln 2 + 0,5)\alpha - 0,5.$$

Для циклически разупрочняющихся материалов [при $F(k) = \exp \beta(k-1)$] при мягком нагружении с амплитудой σ_a и средним напряжением $\bar{\sigma}_m$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}^{(k)} &= \bar{\epsilon}^{(0)} + C_2 [f(\bar{\sigma}_a p_2) - 1] \sum_{k=2, 4, 6} \exp \beta(k-1) - \\ &- C_1 [f(\bar{\sigma}_a p_1) - 1] \sum_{k=1, 3, 5} \exp \beta(k-1) + 2\bar{\sigma}_a (-1)^k \\ \bar{\epsilon}^{(k)} &= \bar{\epsilon}^{(0)} + 2\sigma_a (-1)^k + \frac{\exp \beta - 1}{\exp 2\beta - 1} \{C_2 [f(\bar{\sigma}_a p_2) - 1] \exp \beta - \\ &- C_1 [f(\bar{\sigma}_a p_1) - 1]\}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

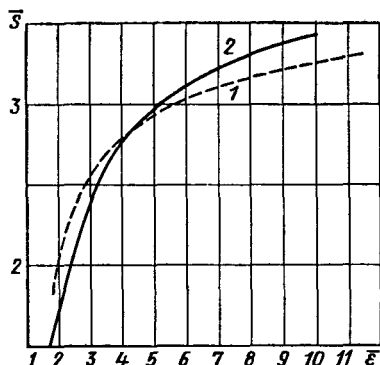


Рис. 18. Кривые циклического деформирования, полученные по уравнениям (2.29) — кривая 1 и (2.13) — кривая 2

Как отмечалось выше, обобщенный принцип Мазинга дает выражение для кривой циклического деформирования

$$\frac{S}{S_T^{(k)}} = f\left(\frac{\bar{\epsilon}}{\bar{S}_T^{(k)}}\right), \quad (2.29)$$

очень удобное для решения задач циклической пластичности, так как из него вытекает подобие кривых однократного и циклического деформирования и, следовательно, имеется возможность получения решения циклической задачи на основе решения статической.

Подбор коэффициентов $S_T^{(k)}$, зависящих от числа полуциклов, производится на основании экспериментов, (подробно рассмотренных выше) таким образом, чтобы кривая деформирования для разных материалов в указанном соотношении, и экспериментально полученная кривая для каждого полуцикла соответствовали одна другой [9]. Данные об изменении $S_T^{(k)}$ с числом полуциклов для разных материалов приведены на рис. 17. Экспериментальные результаты хорошо описываются степенными зависимостями:

$$\bar{S}_T^{(k)} = \bar{S}_T^{(1)} k^q \quad (\text{для нечетных}$$

полуциклов $k = 2n - 1$);

$$S_T^{(k)} = \bar{S}_T^{(1)} q k^q \quad (\text{для четных } k = 2n),$$

где q — коэффициент, описывающий циклическую анизотропию свойств.

Различие в зависимостях для четных и нечетных полуциклов дает возможность описать процесс накопления односторонней деформации. В первом приближении можно принять $\bar{S}_T^{(1)} = 2$.

На рис. 18 приведены кривые циклического деформирования, построенные по приведенным зависимостям, а также данные эксперимента. Хотя соответствие с экспериментальными данными в этом случае несколько хуже, чем для зависимостей типа (2.13), удобство решения задач циклической пластичности может оправдать использование обобщенного принципа Мазинга для этих целей.

2. Напряженно-деформированное состояние при циклическом упруго-пластическом деформировании

В главе 1 были рассмотрены решения упруго-пластических задач об однократном деформировании стержней, пластин и оболочек, а также произведена приближенная оценка концентрации напряжений. Эти задачи решались применительно к линейной и полигональной аппроксимации диаграмм однократного деформирования.

Как показано в работе В. В. Москвитина [8], при циклическом деформировании могут быть использованы уравнения теории малых упруго-пластических деформаций для случая простого нагружения или близкого к простому.

Кривая циклического деформирования в пределах одного полуцикла, как показано выше, может быть аппроксимирована линейным или полигональным упрочнением.

Функции пластичности в этом случае: при полигональной аппроксимации

$$\varphi^{(k)} = \frac{A_n^*(k)}{\bar{\epsilon}^*} + B_n^*(k),$$

при линейной аппроксимации

$$\varphi^{(k)} = \frac{1 - q(k)}{\bar{\epsilon}^*} + q(k).$$

Эти функции по структуре аналогичны функциям пластичности при однократном деформировании.

Следовательно, для определения напряженного и деформированного состояния в пределах одного k -го полуцикла могут быть использованы методы решения для однократного деформирования, изложенные в гл. 1.

Исключение составляют те случаи, в которых вектор-момент нагрузки периодически изменяется не только по величине, но и по направлению. Тогда возникает сдвиг фаз между усилием и смещением за счет петли упруго-пластического циклического деформирования, который отсутствует при однократном нагружении. В соответствии с этим решение для таких случаев не может быть достигнуто на основе решений для однократного деформирования и должно быть получено специально.

Характерным примером может служить изгиб вращающегося стержня. В этом случае изгибающий момент равномерно вращается относительно сечения, создавая эффект сдвига фаз.

Рассмотрим наиболее важный для практики случай изгиба вращающегося вала круглого сечения. Для первых нескольких оборотов стержня характерен неустановившийся процесс деформирования, возникающий за счет изменения областей пластичности и упругой области от цикла к циклу нагружения [1].

Установившееся состояние возникает достаточно быстро после нескольких оборотов стержня, и для практических расчетов именно оно представляет наибольший интерес. В этом состоянии при неизменном циклическом пределе текучести упругая область сечения представляет собой круг, диаметр которого не изменяется с числом циклов нагружения.

Для циклически стабильного материала параметры, характеризующие деформирование, остаются неизменными, т. е. имеет место стационарное деформирование. Для материалов упрочняющихся и разупрочняющихся установившееся состояние также, по-видимому, достигается достаточно быстро, однако нестационарность процесса деформирования сохраняется за счет

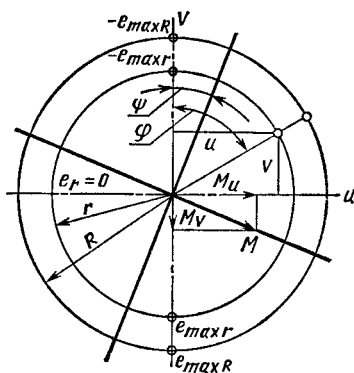


Рис. 19. Схема распределения деформаций в сечении вращающегося стержня

изменения диаграммы циклического деформирования. Ниже рассмотрен установившийся нестационарный процесс упруго-пластического изгиба вращающегося стержня. Имея в виду, что период неустановившегося деформирования весьма мал по сравнению с долговечностью стержня, его влиянием на разрушение можно пренебречь [2].

На рис. 19 приведена схема распределения деформаций в сечении стержня, основанная на гипотезе плоских сечений

$$\frac{\bar{\epsilon}_r}{\bar{\epsilon}_{\max r}} = \frac{v}{r}, \quad \frac{\bar{\epsilon}_{\max r}}{\bar{\epsilon}_{\max R}} = \frac{r}{R}, \quad (2.30)$$

где $u = r \sin \varphi$, $v = r \cos \varphi$.

Деформация точки с ординатой v , лежащей на радиусе r , равна

$$\bar{\epsilon}_r = -\bar{\epsilon}_{\max r} \cos \varphi, \quad (2.31)$$

а деформация точки, лежащей на том же луче на радиусе R

$$\bar{\epsilon}_R = -\bar{\epsilon}_{\max R} \cos \varphi. \quad (2.32)$$

Максимальная деформация точки, лежащей на радиусе r , достигается на вертикальном диаметре круга.

Если вести отсчет от момента начала разгрузки, как это обычно делается при рассмотрении диаграммы циклического деформирования, то можно запи-

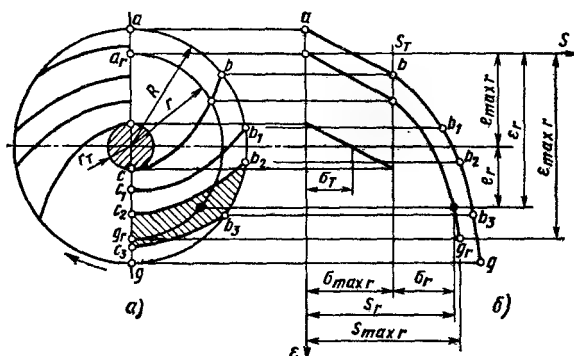


Рис. 20. Схема областей деформирования в сечении (а) и кривые циклического деформирования для радиусов сечения (б)

сать следующие соотношения для деформаций:

$$\bar{\epsilon}_r = \bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_{\max r}; \quad (2.33)$$

$$\bar{\epsilon}_{\max r} = \frac{\bar{\epsilon}_{\max r}}{2};$$

Кривая циклического деформирования может быть записана для сечения с учетом соотношения (2.34) следующим образом:

$$\bar{S}_r = \bar{\epsilon}_{\max R} \frac{r}{R} \left(\frac{1 - \cos \varphi}{2} \right) \quad (\bar{\epsilon}_r \leq \bar{\epsilon}_t);$$

$$\bar{S}_r = A_n(k) + B_n(k) \bar{\epsilon}_{\max R} \frac{r}{R} \left(\frac{1 - \cos \varphi}{2} \right) \quad (\bar{\epsilon}_r > \bar{\epsilon}_t). \quad (2.35)$$

$$\frac{\bar{\epsilon}_{\max r}}{\bar{\epsilon}_{\max R}} = \frac{\bar{\epsilon}_{\max r}}{\bar{\epsilon}_{\max R}} = \frac{r}{R}.$$

Из уравнений (2.30) — (2.33) следует

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\epsilon}_R}{\bar{\epsilon}_{\max R}} &= \frac{1}{2} (1 - \cos \varphi); \\ \frac{\bar{\epsilon}_r}{\bar{\epsilon}_{\max R}} &= \frac{r}{R} \left(\frac{1 - \cos \varphi}{2} \right). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Кривые циклического деформирования, для точек окружностей различных радиусов при вращении стержня по часовой стрелке изображены на рис. 20, б. Напряжение в точках, лежащих на полуокружности радиуса r ,

$$\bar{S}_r = A_n(k) + B_n(k) \bar{\epsilon}_r,$$

причем в точке a_r вертикального диаметра $\bar{S}_r = 0$, а точке g_r $\bar{S}_r = \bar{S}_{\max r}$.

На рис. 20 нанесены линии равных деформаций в поперечном сечении b_n, c_n уравнение которых имеет следующий вид:

$$r (1 - \cos \varphi) = 2R \bar{\epsilon}_n / \bar{\epsilon}_{\max R}. \quad (2.36)$$

Линия $b - c$, например, представляет собой границу области линейной разгрузки, внутри которой $\epsilon < \epsilon_t$ (область a, b, d).

Отмеченные на рис. 20 области соответствуют интервалам деформации $\bar{\epsilon}_n - \bar{\epsilon}_{n+1}$, внутри которых определены коэффициенты $A_n(k)$ и $B_n(k)$, центральный круг соответствует области упругих деформаций в сечении.

Если перейти к обычным координатам $\sigma - \epsilon$, то имея в виду соотношения (2.33), а также зависимость

$$\bar{\sigma}_r = \bar{S}_r - \frac{\bar{S}_{\max r}}{2},$$

получим

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r &= (\bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_{\max R}) - \frac{A_n(k)_{\max} + B_n(k)_{\max} 2\bar{\epsilon}_{\max R}}{2} \quad (\bar{\epsilon} \leq \bar{\epsilon}_T); \\ \bar{\sigma}_r &- A_n(k) + B_n(k) (\bar{\epsilon}_r + \bar{\epsilon}_{\max R}) \frac{A_n(k)_{\max} + B_n(k)_{\max} 2\bar{\epsilon}_{\max R}}{2} \\ &(\bar{\epsilon}_T < \bar{\epsilon} < \bar{\epsilon}_{n+1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

Эти выражения записаны для правой половины круга ($0 < \varphi < \pi$), для левой половины ($\pi < \varphi < 2\pi$) эти выражения аналогичны.

При упруго-пластическом изгибе вращающегося стержня силовая линия в сечении не перпендикулярна линии нулевых деформаций, и уравнения равновесия могут быть записаны следующим образом (см. рис. 19):

$$\left. \begin{aligned} M_u &= \int_F \sigma v dF = \int \int \sigma r^2 \cos \varphi dr d\varphi; \\ M_v &= \int_F \sigma u dF = \int \int \sigma r^2 \sin \varphi dr d\varphi, \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

причем действующий в сечении изгибающий момент равен

$$M = \sqrt{M_u^2 + M_v^2},$$

а угол сдвига между линией нулевых деформаций и вектором момента M

определяется из соотношения $\operatorname{tg} \psi = M_v/M_u$.

Введем безразмерные координаты

$$M_u^* = \frac{M_u}{\frac{\pi R^3}{4} \bar{S}_r}, \quad M_v^* = \frac{M_v}{\frac{\pi R^3}{4} \bar{S}_r}$$

$$\epsilon^* = \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_T} \quad \text{и} \quad S^* = \frac{\bar{S}}{\bar{S}_r}.$$

Тогда выражения для моментов можно записать следующим образом:

$$M_u^* = J_{Tu} + \sum_n B_n(k) J_{nu}; \quad (2.39)$$

$$M_v^* = J_{Tv} + \sum_n B_n(k) J_{nv}. \quad (2.40)$$

Функции J_T и J_n получаются после интегрирования выражений в фигурных скобках и проведения соответствующих преобразований, с учетом соотношения $\epsilon_{\max R}^* = 2\epsilon_{\max R}^*$

$$\begin{aligned} J_{Tu} &= \frac{1}{2} \left\{ \arccos \left(1 - \frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right) - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^2} \times \right. \\ &\times \left[1 - \frac{9}{5} \left(\frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right) + \frac{2}{15} \left(\frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^2 + \frac{2}{15} \left(\frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^3 \right] \frac{\epsilon_{\max R}^*}{2}, \\ J_{nu} &= \frac{1}{2} \left\{ \arccos \left(1 - \frac{2\epsilon_n^* + 1}{\epsilon_{\max R}^*} \right) - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2\epsilon_n^* + 1}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^2} \times \right. \\ &\times \left[1 - \frac{9}{5} \left(\frac{2\epsilon_n^* + 1}{\epsilon_{\max R}^*} \right) + \frac{2}{15} \left(\frac{2\epsilon_n^* + 1}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^2 + \frac{2}{15} \left(\frac{2\epsilon_n^* + 1}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^3 \right] - \arccos \left(1 - \frac{2\epsilon_n^*}{\epsilon_{\max R}^*} \right) + \\ &+ \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2\epsilon_n^*}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^2} \times \left[1 - \frac{9}{5} \left(\frac{2\epsilon_n^*}{\epsilon_{\max R}^*} \right) + \frac{2}{15} \left(\frac{2\epsilon_n^*}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^2 + \right. \\ &\left. \left. + \frac{2}{15} \left(\frac{2\epsilon_n^*}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^3 \right] \right\} \frac{\epsilon_{\max R}^*}{\pi}, \end{aligned}$$

$$J_{\tau v} = \frac{16}{3} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_{\max R}^*} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^3 \right],$$

$$J_{nv} = \frac{16}{3} \left[\frac{\epsilon_{n+1}^* - \epsilon_n^*}{\epsilon_{\max R}^*} - \frac{3}{2} \cdot \frac{(\epsilon_{n+1}^*)^2 - (\epsilon_n^*)^2}{\epsilon_{\max R}^*} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(\epsilon_{n+1}^*)^4 - (\epsilon_n^*)^4}{\epsilon_{\max R}^*} \right] \frac{\epsilon_{\max R}^*}{\pi}.$$

Значения $J_{\tau u}$ и $J_{\tau v}$ в зависимости от $\epsilon_{\max R}^*$ и значения J_{nu} и J_{nv} для различных интервалов деформации ϵ_n^* в зависимости от $\epsilon_{\max R}^*$ приведены в табл. 1, 2, 3.

Для случая линейного упрочнения $B_n(k) = g(k)$ и выражения моментов принимают вид

$$M_u^* = J_{\tau u} + g(k) \sum_n J_{nu}; \quad (2.41)$$

$$M_v^* = J_{\tau v} + g(k) \sum_n J_{nv}. \quad (2.42)$$

В этом случае можно также записать выражения непосредственно для моментов M_u^* и M_v^* , имея в виду, что $\epsilon_n^* = 1$ и $\epsilon_{n+1}^* = \epsilon_{\max R}^*$

$$\begin{aligned} M_u^* &= \frac{1}{2} \epsilon_{\max R}^* \left\{ g(k) + \right. \\ &+ \frac{1-g(k)}{\pi} \left[\arccos \left(1 - \frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right) - \right. \\ &- \left. \sqrt{1 - \left(1 - \frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^2} \right] \left[1 - \right. \\ &- \frac{9}{5} \left(\frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right) + \\ &+ \left. \frac{2}{15} \left(\frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^2 + \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \frac{2}{15} \left(\frac{2}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^3 \right\},$$

$$M_v^* = \frac{16}{3} \frac{1-g(k)}{\pi} \times$$

$$\times \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_{\max R}^*} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\epsilon_{\max R}^*} \right)^3 \right].$$

Сопоставление зависимостей моментов и углов отклонения от максимальной деформации для стабильной стали 45, упрочняющегося сплава АК6, разупрочняющейся стали 30ХГС, полученных экспериментально и найденных теоретически, по приведенным выше формулам с учетом того, что

$$M^* = \sqrt{(M_u^*)^2 + (M_v^*)^2} \text{ и } \psi = \arctg \frac{M_u^*}{M_v^*},$$

показано на рис. 21. Результаты расчета и данные эксперимента достаточно близки.

Для случая концентрации напряжений могут быть непосредственно использованы формулы, приведенные ранее в гл. 1 для коэффициентов концентрации напряжений и деформаций и для построения диаграммы циклического деформирования с модулем $g(k)$ для

Таблица 1

$\epsilon_{\max R}^*$	1	1,25	1,5	2	3	4	5	10
$J_{\tau u}$	1,00	1,196	1,203	1,339	1,266	1,167	1,081	0,813
$J_{\tau v}$	0,000	0,00950	0,291	0,530	0,880	1,074	1,195	1,443

Таблица 2

 Значения $J_{ли}$

ε_n^*	$\varepsilon_{\max}^* R$							
	1	1,25	1,5	2	3	4	5	10
1,0		0,053	0,165	0,303	0,384	0,390	0,379	0,307
1,25			0,041	0,215	0,358	0,389	0,390	0,330
1,5				0,143	0,578	0,731	0,776	0,712
2,5					0,413	1,035	1,344	1,536
3,0						1,286	0,817	1,553
4,0							0,212	1,445
5,0								3,302
10								

линейного упрочнения и $m(k)$ для степенного [5].

Зависимости коэффициентов концентрации K_e и K_s от числа полуциклов нагружения для различных уровней номинальных напряжений σ_n показаны на рис. 22. Теоретический коэффициент концентрации напряжений α_σ

равен 3. Расчет коэффициентов K_s и K_e проводился для циклически разупрочняющейся теплоустойчивости стали с учетом зависимости параметра циклического разупрочнения β от деформации нулевого полуцикла $\varepsilon_{0, \max}^*$. С накоплением числа полуциклов сильнее изменяется коэффициент концент-

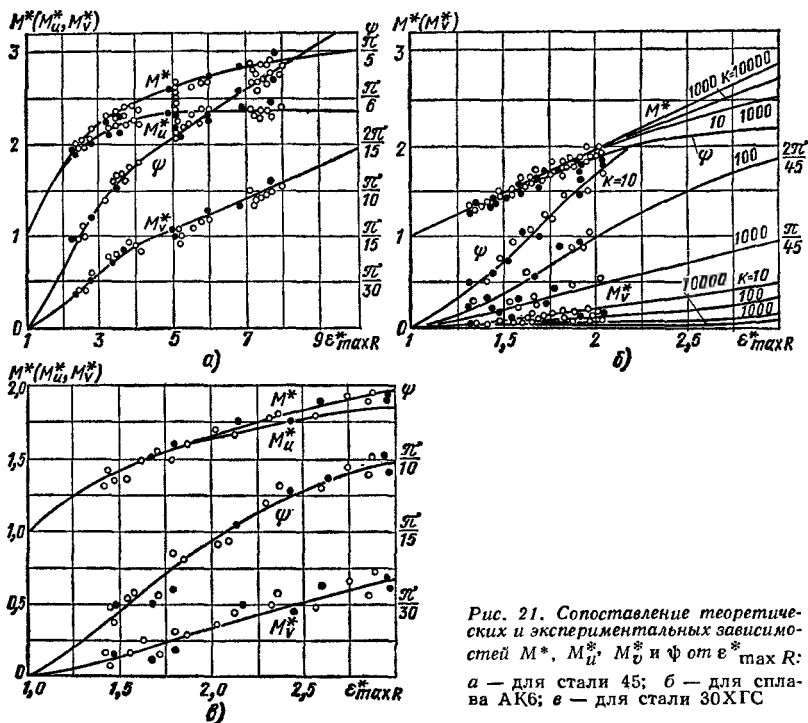


Рис. 21. Сопоставление теоретических и экспериментальных зависимостей M^* , M_u^* , M_v^* и ψ от $\varepsilon_{\max}^* R$: а — для стали 45; б — для сплава АК6; в — для стали 30ХТС

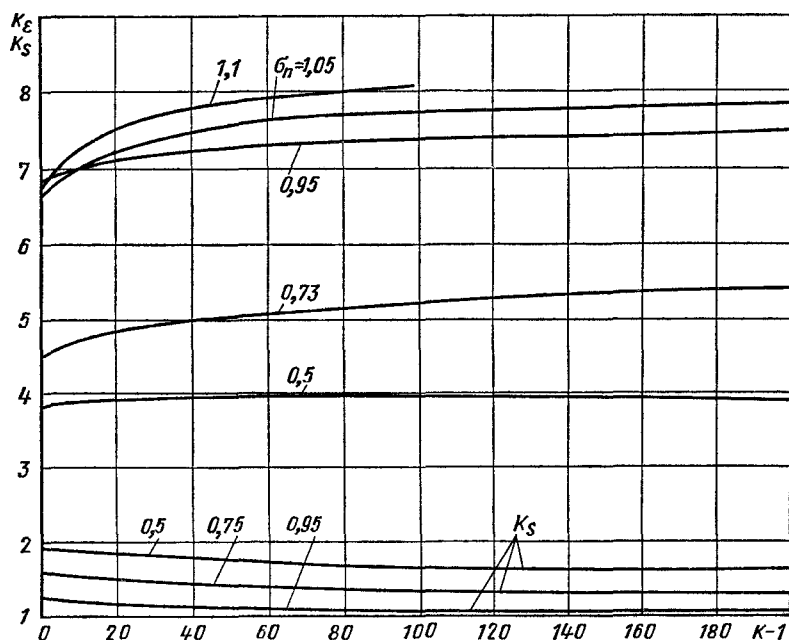


Рис. 22. Зависимости коэффициентов концентрации K_e и K_s от числа полуциклов нагружения

рации деформаций K_e (см. рис. 22). При этом увеличение K_e существенно зависит от уровня номинальных напряжений, особенно в начальной стадии циклического нагружения. Коэффициенты концентрации напряжений K_s с накоплением числа полуциклов уменьшаются, приближаясь с увеличением σ_n к единице. Максимальные напряже-

ния и деформации в зоне концентрации равны

$$\bar{\epsilon}_{\max}^{(k)} = \bar{\epsilon}_n K_e; \quad (2.43)$$

$$\bar{S}_{\max}^{(k)} = \bar{S}_n K_s. \quad (2.44)$$

По величинам деформаций $\bar{\epsilon}_{a \max}^{(k)}$ и напряжений $\bar{S}_{\max}^{(k)}$ в зоне концентрации

Таблица 3

Значения J_{nv}

ϵ_n^*	$\epsilon_{\max}^* R$							
	1,0	1,25	1,5	2	3	4	5	10
1,0		-0,095	-0,168	-0,139	-0,007	0,0894	0,147	0,282
2,25			-0,083	-0,173	-0,076	0,0219	0,092	0,251
1,9				-0,219	-0,293	-0,120	0,031	0,412
2,0					-0,503	-0,623	-0,401	0,479
3,0						-0,437	-0,679	0,063
4,0							-0,380	-0,281
5,0								-2,652
10								

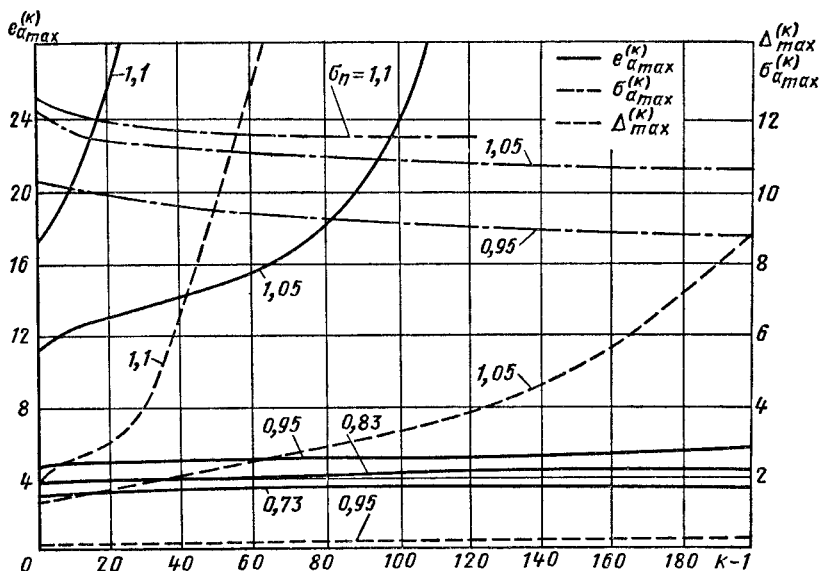


Рис. 23. Изменение максимальных напряжений и деформаций с ростом числа циклов

можно определить амплитуды упруго-пластических $\bar{e}_{amax}^{(k)}$ и пластических деформаций $\bar{e}_{арmax}^{(k)}$ в каждом полуцикле

$$\bar{e}_{amax}^{(k)} = \frac{\bar{e}_{max}^{(k)}}{2}; \quad (2.45)$$

$$\bar{e}_{арmax}^{(k)} = \frac{\bar{e}_{max}^{(k)} - \bar{S}_{max}^{(k)}}{2} \quad (2.46)$$

Амплитуда максимальных местных напряжений равна

$$\sigma_{amax}^{(k)} = \frac{\bar{S}_{max}^{(k)}}{2}. \quad (2.47)$$

По величинам деформаций $\bar{e}_{max}^{(k)}$ в четных (2) и нечетных (1) полуциклах может быть определена односторонне накопленная в полуцикле пластическая деформация

$$\bar{\Delta}_{max}^{(k)} = (\bar{e}_{max}^{(k)})_2 - (\bar{e}_{max}^{(k)})_1. \quad (2.48)$$

Интегрирование по числу полуциклов величины $\bar{\Delta}^{(k)}$ дает значение максимальной односторонне накопленной

пластической деформации

$$\bar{e}_{рmax}^{(k)} = \int_0^k [(\bar{e}_{max}^{(k)})_2 - (\bar{e}_{max}^{(k)})_1] dN. \quad (2.49)$$

Изменение деформаций $\bar{e}_{amax}^{(k)}$, напряжений $\bar{\sigma}_{amax}^{(k)}$ и величины $\bar{\Delta}_{max}^{(k)}$ согласно зависимостям (2.45), (2.46) и (2.48) для теплоустойчивой стали при $\alpha_\sigma = 3$ показано на рис. 23. Существенное увеличение амплитуд и односторонне накопленных пластических деформаций происходит при превышении величиной номинальных напряжений предела текучести ($\sigma_n > 1$) как за счет увеличения коэффициентов концентрации деформаций K_ϵ (см. рис. 22), так и за счет возрастания номинальных деформаций $\bar{e}_n$. С увеличением номинальных напряжений для заданного числа циклов амплитуды максимальных напряжений $\bar{\sigma}_{amax}^{(k)}$ увеличиваются при одновременном снижении коэффициентов концентрации напряжений K_σ .

Напряжения и деформации, возникающие после k -го полуцикла, полу-

чаются суммированием совокупности напряжений и деформаций в k полуциклах в общем случае асимметричного нагружения согласно формулам

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}^{(k)} &= \bar{\sigma}^{(0)} + 2 \sum_{k=1}^k S^{*(k)} (-1)^k; \\ \bar{\epsilon}^{(k)} &= \bar{\epsilon}^{(0)} + 2 \sum_{k=1}^k \epsilon^{*(k)} (-1)^k. \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

Таким образом, получив решения задачи о напряженном и деформированном состоянии в каждом из k полуциклов и просуммировав их согласно формулам (2.50), получим решение задачи для циклического упруго-пластического деформирования.

Этот путь является весьма громоздким. В ряде случаев бывает достаточно определить напряжения и деформации лишь в некоторых полуциклах, не вычисляя величин $\bar{\sigma}^{(k)}$ и $\bar{\epsilon}^{(k)}$.

С другой стороны, как отмечалось выше, диаграмма циклического деформирования может быть построена по диаграмме однократного деформирования. Это обстоятельство указывает на возможность решения задачи при циклическом нагружении на основе решения при однократном.

Воспользуемся приближенными соотношениями, полученными в предыдущей главе для случая линейного упрочнения, имея в виду, что при циклическом деформировании в k -м полуцикле диаграмма деформирования для асимметричного цикла описывается следующим равенством:

$$\frac{S^*(k)}{S_T^*} = 1 - q(k) + q(k) \frac{\epsilon^*(k)}{\epsilon_T^*},$$

где

$$q(k) = \frac{1}{1 + \frac{CF(k)}{2G_T} p}; \quad S_T^* = \epsilon_T^* = \frac{1}{p}.$$

Из соотношения (1.229) вытекает выражение для усилия при циклическом деформировании

$$\begin{aligned} \frac{Q^*(k)}{Q_T^*} &= \frac{1 - q(k)}{1 - \bar{G}_T} \bar{Q}^{(0)} + \\ &+ \frac{q(k) - \bar{G}_T}{1 - \bar{G}_T} \bar{Q}_{упр}; \end{aligned} \quad (2.51)$$

где $\frac{Q^*}{Q_T^*} = \bar{Q}_p$ — приведенное усилие при циклическом деформировании до значения деформации $\frac{\epsilon^*}{\epsilon_T^*}$; $\bar{Q}^{(0)}$ — усилие при однократном деформировании до значения деформации $\bar{\epsilon}^{(0)} = \frac{\epsilon^*}{\epsilon_T^*}$; $\bar{Q}_{упр}$ — усилие при упругом деформировании до значения деформации $\bar{\epsilon}^{(0)}$, $p = 1 + \chi \frac{1+r}{1-r}$ — коэффициент приведения.

Аналогичное выражение можно написать и для заданных перемещений, в результате можно найти зависимость усилий от перемещений.

Выражение (2.51) получено в предположении равенства деформаций (перемещений) в каждом полуцикле; в случае жесткого нагружения оно непосредственно используется для определения изменения усилий по числу циклов при постоянном деформации или перемещении.

Соотношение (2.51) позволяет получить зависимости усилий от деформаций по параметру числа полуциклов и для случая мягкого нагружения, т. е. при постоянстве приведенных усилий и графически определить величины деформаций $\frac{\epsilon^*}{\epsilon_T^*}$ в каждом полуцикле, а по

ним найти величины напряжений $\frac{S^*}{S_T^*}$.

Такой способ определения деформаций и напряжений при мягком нагружении является трудоемким, особенно при определении напряжений и деформаций $\bar{\sigma}^{(k)}$ и $\bar{\epsilon}^{(k)}$.

Рассмотрим в связи с этим приближенное соотношение (1.230) из которого вытекает выражение для деформации при циклическом мягком нагружении,

т. е. при $\frac{Q^*}{Q_T^*} = \bar{Q}_{пр}^{(0)}$:

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon^*}{\epsilon_T^*} &= \bar{\epsilon}_{упр} \frac{g(k) - \bar{G}_T}{(1 - \bar{G}_T) q(k)} + \\ &+ \bar{\epsilon}_{пр}^{(0)} \frac{1 - q(k)}{q(k)} \cdot \frac{\bar{G}_T}{1 - \bar{G}_T}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Следует иметь в виду, что $\bar{Q}_{\text{пр}}^{(0)} = Q^* p = \frac{Qp}{2}$, т. е. в нулевом полупериоде нагружение как бы ведется до уровня приведенного усилия $\bar{Q}_{\text{пр}}^{(0)} = \bar{Q}_{ap}$ и, таким образом, $\bar{e}_{\text{пр}}^{(0)}$ — деформация в нулевом полупериоде, возникающая от приведенного усилия $\bar{Q}_{\text{пр}}^{(0)}$, $\bar{e}_{\text{упр}}^{\text{пр}}$ — деформация от приведенного усилия $\bar{Q}_{\text{пр}}^{(0)}$ в предположении упругого деформирования.

В соответствии с этим уравнение (2.52) может быть преобразовано

$$\left(\text{при } q(k) = \frac{1}{1 + \frac{CF(k)}{2\bar{G}_T} p} \right):$$

для нечетных полупериодов

$$\bar{e}_1^* = \frac{\bar{e}_{\text{пр}1}^{(0)} - \bar{e}_{\text{упр}1}^{\text{пр}}}{1 - \bar{G}_T} \cdot \frac{C_1 F(k)}{2} + \bar{e}_{\text{аупр}}; \quad (2.53)$$

для четных полупериодов

$$\bar{e}_2^* = \frac{\bar{e}_{\text{пр}2}^{(0)} - \bar{e}_{\text{упр}2}^{\text{пр}}}{1 - \bar{G}_T} \cdot \frac{C_2 F(k)}{2} + \bar{e}_{\text{аупр}}. \quad (2.54)$$

Из уравнения (2.52) напряжение в k -м полупериоде

$$\frac{S^*}{S_T^*} = \frac{q(k) - \bar{G}_T}{1 - \bar{G}_T} \bar{\sigma}_{\text{упр}}^{\text{пр}} + \frac{1 - q(k)}{1 - \bar{G}_T} \bar{\sigma}_{\text{пр}}^{(0)}.$$

Напряжения в нулевом полупериоде определяют в предположении упругого деформирования для приведенного усилия $\bar{Q}_{\text{пр}}^{(0)} = \bar{Q}_{ap}$.

Амплитуда напряжений в k -м полупериоде

$$S^* = \frac{1 - q(k)}{1 - \bar{G}_T} \cdot \frac{\bar{\sigma}_{\text{пр}}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{упр}}^{\text{пр}}}{p} + \bar{\sigma}_{\text{аупр}},$$

где $\bar{\sigma}_{\text{аупр}}$ — напряжение от амплитудного значения усилия в предположении упругого деформирования.

Имея в виду, что $1 - q(k) = \frac{pCF(k)/2\bar{G}_T}{1 + pCF(k)/2\bar{G}_T}$, можно записать амплитуду напряжения:

в нечетных полупериодах

$$S_1^* = \frac{C_1 F(k)/2\bar{G}_T}{1 + \frac{C_1 F(k)}{2\bar{G}_T} p} \times \frac{\bar{\sigma}_{\text{пр}1}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{аупр}} p_1}{1 - \bar{G}_T} + \bar{\sigma}_{\text{аупр}}; \quad (2.55)$$

в четных полупериодах

$$S_2^* = \frac{C_2 F(k)/2\bar{G}_T}{1 + \frac{C_2 F(k)}{2\bar{G}_T} p_2} \times \frac{\bar{\sigma}_{\text{пр}2}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{аупр}} p_2}{1 - \bar{G}_T} + \bar{\sigma}_{\text{аупр}}. \quad (2.56)$$

Для симметричного цикла и в случае $\chi = 0$ (упрочняющийся материал) коэффициенты приведения $p = 1$ и амплитуда напряжений

$$S^* = \frac{CF(k)/2\bar{G}_T}{1 + CF(k)/2\bar{G}_T} \times \frac{\bar{\sigma}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{аупр}}}{1 - \bar{G}_T} + \bar{\sigma}_{\text{аупр}}. \quad (2.57)$$

При нагружении детали усилиями, амплитуда и среднее значение которых остаются в процессе нагружения постоянными, коэффициент асимметрии r изменяется от цикла к циклу. Это может быть учтено путем вычисления коэффициента p в каждом полупериоде, однако значительное изменение коэффициента асимметрии r может иметь место лишь в первых нескольких циклах. Поэтому коэффициент приведения p изменяется незначительно и в первом приближении его можно полагать постоянным, тем более, что при постоянном соотношении минимального и максимального усилий изменение коэффициента r также незначительно.

Напряжения и деформации после завершения k -го полупериода определяются по уравнениям (2.50), путем суммирования выражений для деформаций и напряжений в каждом полупериоде.

После преобразований получим величину деформации

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}^{(k)} = & \bar{\epsilon}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{аупр}} + \\ & + \frac{\bar{\epsilon}_{\text{пр}2}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{упр}2}^{\text{пр}}}{1 - \bar{G}_T} C_2 \sum_{n=1}^n F(2n) - \\ & - \frac{\bar{\epsilon}_{\text{пр}1}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{упр}}^{\text{пр}}}{1 - \bar{G}_T} C_1 \sum_{n=0}^n F(2n-1) + \\ & + \bar{\epsilon}_{\text{аупр}} (-1)^k. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Приведенные деформации $\bar{\epsilon}_{\text{пр}}$ и $\bar{\epsilon}_{\text{упр}}^{\text{пр}}$ соответствуют приведенным напряжениям с коэффициентом приведения ρ_1 для нечетных и ρ_2 для четных полуциклов. Деформация $\bar{\epsilon}_{\text{аупр}}$ соответствует амплитуде напряжений в предположении упругого деформирования.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{(k)} = & \bar{\sigma}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{аупр}} + \frac{\bar{\sigma}_{\text{пр}2}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{аупр}} \rho}{1 - \bar{G}_T} \frac{2a_2}{\rho_2} \sum_{n=1}^n \frac{1}{a_2 + 1/F(2n)} - \\ & - \frac{\bar{\sigma}_{\text{пр}1}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{аупр}} \rho_1}{1 - \bar{G}_T} \frac{2a_1}{\rho_1} \sum_{n=0}^n \frac{1}{a_1 + 1/F(2n+1)} + \bar{\sigma}_{\text{аупр}} (-1)^k. \end{aligned}$$

Для случая $F(k) = \exp \beta(k-1)$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}^{(k)} = & \bar{\epsilon}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{аупр}} + \\ & + \left(\frac{\bar{\epsilon}_{\text{пр}2}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{упр}2}^{\text{пр}}}{1 - \bar{G}_T} C_2 \exp \beta - \right. \\ & \left. - \frac{\bar{\epsilon}_{\text{пр}1}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{упр}}^{\text{пр}}}{1 - \bar{G}_T} C_1 \right) \frac{\exp(\beta k - 1)}{\exp(2\beta - 1)} + \\ & + \bar{\epsilon}_{\text{аупр}} (-1)^k. \end{aligned} \quad (2.59)$$

Для упрочняющихся материалов

$$\rho = 1 \left(\text{при } F(k) = \frac{1}{k^\alpha} \right)$$

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}^{(k)} = & (\bar{\epsilon}^{(0)} - \bar{\epsilon}_a^{(0)}) + (\bar{\epsilon}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{аупр}}) \times \\ & \times \left[1 - \frac{A}{1 - \bar{G}_T} \xi(k, \alpha) \right] + (-1)^k \bar{\epsilon}_{\text{аупр}}, \end{aligned} \quad (2.60)$$

где $\xi(k, \alpha) = \sum \frac{(-1)^k}{k^\alpha}$ — функция, рассмотренная выше, график функции $\xi(k, \alpha)$ приведен на рис. 16.

При симметричном цикле нагружения эти выражения упрощаются:

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}^{(k)} = & (\bar{\epsilon}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{упр}}) \times \\ & \times \left[1 + \frac{A}{1 - \bar{G}_T} \xi(k, \alpha) \right] + (-1)^k \bar{\epsilon}_{\text{упр}}; \\ \bar{\sigma}^{(k)} = & (\bar{\sigma}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{упр}}) \times \\ & \times \left[1 + \frac{C}{1 - \bar{G}_T} \cdot \frac{\exp \beta k - 1}{\exp \beta + 1} \right] + \\ & + (-1)^k \bar{\sigma}_{\text{упр}} \quad (\text{при } C_1 = C_2 = C). \end{aligned} \quad (2.61)$$

Из уравнений (2.56), (2.57) и (2.50) напряжение после полуцикла

Здесь, помимо использованных ранее обозначений, принято

$$a_1 = \frac{C_1 \rho_1}{2\bar{G}_T}; \quad a_2 = \frac{C_2 \rho_2}{2\bar{G}_T},$$

Для случая $F(k) = \exp \beta(k-1)$ и $C_1 \neq C_2$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{(k)} = & \bar{\sigma}^{(0)} - \sigma_{\text{аупр}} + \\ & + \frac{\bar{\sigma}_{\text{пр}2}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{аупр}} \rho_2}{1 - \bar{G}_T} \cdot \frac{2a_2}{\rho_2} \kappa_2(k, \beta, a) - \\ & - \frac{\bar{\sigma}_{\text{пр}1}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{аупр}} \rho_1}{1 - \bar{G}_T} \times \\ & \times \frac{2a_1}{\rho_1} \kappa_1(k, \beta, a) - \sigma_{\text{аупр}} (-1)^k, \end{aligned}$$

где

$$\kappa_1(k, \beta, \alpha) = \sum_{2n+1} \frac{1}{\exp[-\beta(k-1)] + a_2}$$

и

$$\kappa_2(k, \beta, a) = \sum_{2n} \frac{1}{\exp[-\beta(k-1)] + a_2}.$$

В этих выражениях $\beta > 0$ (разупрочняющийся материал) и при больших k , начиная с некоторого значения k^* , при котором $\exp[-\beta(k-1)] \ll a_1$

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \kappa_1(k^*, \beta, a) + \frac{k-k^*}{a_1}; \\ \kappa_2 &= \kappa_2(k^*, \beta, a) + \frac{k-k^*}{a_2}. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Для случая, когда $C_1 = C_2$, $a_1 = a_2$

$$\kappa(k, \beta, a) = \sum \frac{(-1)^k}{\exp[-\beta(k-1)] + a}.$$

Для упрочняющихся материалов

$$\begin{aligned} (\rho = 1) \text{ при } F(k) &= \frac{1}{k^\alpha} \\ \bar{\sigma}^{(k)} &= (\bar{\sigma}^{(0)} - \bar{\sigma}_a^{(0)}) + (\bar{\sigma}_a^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{упр}}) \times \\ &\times \left[1 + \frac{2a}{1 - \bar{G}_T} \eta(\alpha, k, a) \right] + (-1)^k \sigma_{\text{упр}}. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Функцию $\eta(k, \alpha, a) = \sum_1^k \frac{(-1)^k}{a - k^\alpha}$

можно вычислить заранее для заданных параметров α и $a = \frac{C}{2\bar{G}_T}$ при различном числе полуциклов. Графики функций $\eta(k, \alpha)$ для $a = 5, 10$ и 15 показаны на рис. 24. При $a > 0$ сумма ряда сводится к функции $\eta(\alpha, a)$ и для

целых значений a может быть приближенно вычислена по уравнению

$$\begin{aligned} \eta(\alpha, a) &= \\ &= \left\{ \frac{0,5}{a+1} - [1n2 - \xi(a, 1)] \right\} \alpha - \frac{0,5}{a+1}, \end{aligned}$$

где $\xi(a, 1)$ определяется по рис. 16 для $a = K$ и $\alpha = 1$.

Графики предельной функции $\eta(\alpha, a)$ для различных значений $a = \frac{C}{2\bar{G}_T}$ показаны на рис. 25.

Для симметричного цикла нагружения

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{(k)} &= (\bar{\sigma}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{упр}}) \times \\ &\times \left[1 + \frac{2a}{1 - \bar{G}_T} \eta(k, \alpha, a) \right] + \bar{\sigma}_{\text{упр}}(-1)^k; \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{(k)} &= (\bar{\sigma}^{(0)} - \bar{\sigma}_{\text{упр}}) \times \\ &\times \left[1 + \frac{2a}{1 - \bar{G}_T} \kappa(k, \alpha, a) \right] + \\ &+ \bar{\sigma}_{\text{упр}}(-1)^k (C_1 = C_2 = C). \end{aligned} \quad (2.63)$$

Оценим кинетику изменения напряженного и деформированного состояний на простейшем примере симметричного цикла.

Приращение напряжений

$$\begin{aligned} S^*(k) - \bar{\sigma}^{(0)} &= \\ &= (\bar{\sigma}_{\text{аупр}} - \bar{\sigma}^{(0)}) \left[1 - \frac{\frac{CF(k)}{2\bar{G}_T}}{1 + \frac{CF(k)}{2\bar{G}_T}} \right]. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Разность напряжений $(\bar{\sigma}_{\text{аупр}} - \bar{\sigma}^{(0)})$ зависит от того, насколько напряжения при упругом деформировании отличаются от напряжений при однократном упруго-пластическом деформировании той же силой. Если рассматривать два различных случая концентрации напряжений, то отношение при-

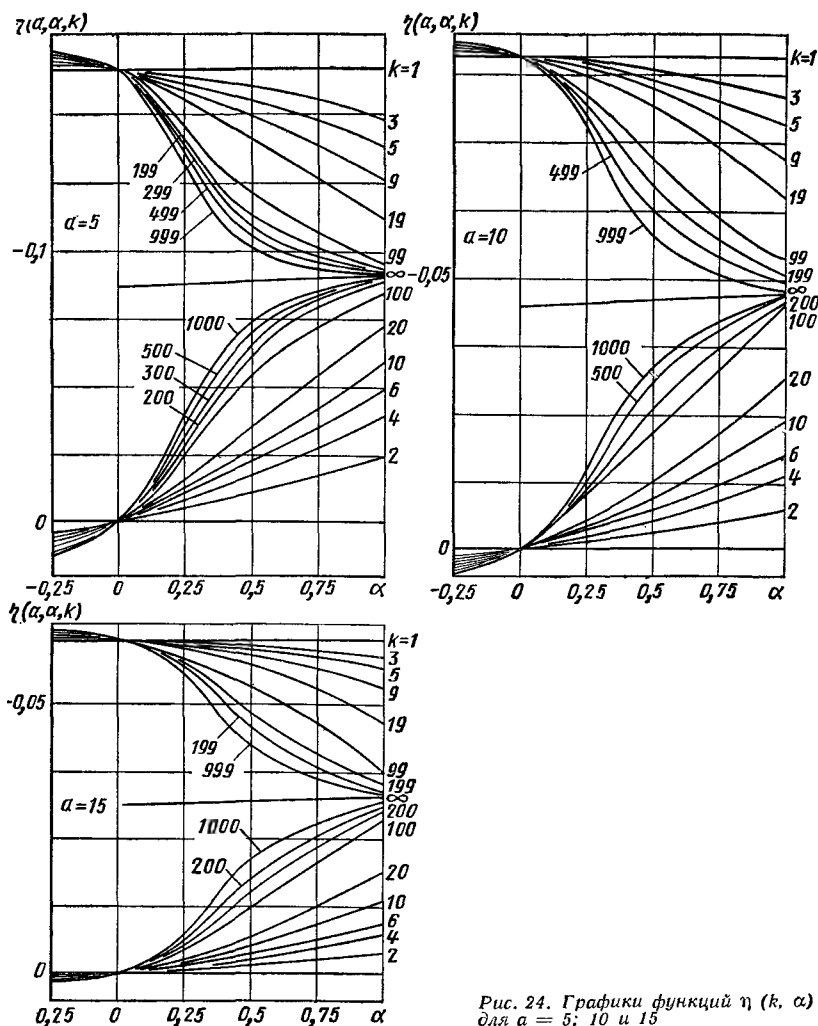


Рис. 24. Графики функций $\eta(k, \alpha)$ для $\alpha = 5, 10$ и 15

рашений напряжений при одинаковых значениях параметров циклического деформирования не зависит от числа циклов и исходного уровня деформации (напряжения), т. е. имеет место условие подобия приращений напряжений

$$\frac{\bar{S}_1^*(k) - \bar{\sigma}^{(0)}}{\bar{S}_2^*(k) - \bar{\sigma}^{(0)}} = \frac{\bar{\sigma}_{упр1} - \bar{\sigma}^{(0)}}{\bar{\sigma}_{упр2} - \bar{\sigma}^{(0)}} = \mu. \quad (2.65)$$

Отношение (2.65) определяется только изменением напряжения при переходе от упругого к упруго-пластическому деформированию.

Изменение деформаций в зависимости от числа циклов определяется выражениями (2.61). Как видно из этих выражений, для симметричного цикла также соблюдается условие подобия приращений дефор-

маций

$$\frac{\bar{\epsilon}_1^{(k)} - \bar{\epsilon}^{(0)}}{\bar{\epsilon}_2^{(k)} - \bar{\epsilon}^{(0)}} = \frac{\bar{\epsilon}_{\text{упр1}} - \bar{\epsilon}^{(0)}}{\bar{\epsilon}_{\text{упр2}} - \bar{\epsilon}^{(0)}} = \lambda. \quad (2.66)$$

Для упрочняющихся материалов характерно увеличение напряжений по мере роста числа циклов; в этом случае, если принять $F(k) = \frac{1}{k^\alpha}$, то

$$\frac{S^*(k) - \bar{\sigma}^{(0)}}{\bar{\sigma}_{\text{упр}} - \bar{\sigma}^{(0)}} = 1 - \frac{a}{a + k^\alpha} \cdot \frac{1}{1 - G_T}.$$

При $k = 1$ (в первом полупериоде) это отношение близко к нулю, так как $a = \frac{C}{2G_T}$ имеет порядок $\frac{1}{G_T}$, поэтому

$$\frac{a}{a+1} \cdot \frac{1}{1-G_T} \approx \frac{1}{1-G_T^2} \quad \text{и} \quad S^* \approx \bar{\sigma}^{(0)};$$

при большом k это отношение стремится к единице, и, следовательно, амплитуда напряжений S^* с увеличением числа циклов стремится к амплитуде напряжений, вычисленной в предположении упругого деформиро-

вания. Изменение деформаций для упрочняющихся материалов

$$\frac{\bar{\epsilon}^{(k)} - \bar{\epsilon}^{(0)}}{\bar{\epsilon}_{\text{упр}} - \bar{\epsilon}^{(0)}} = \frac{C}{1 - G_T} \xi(k, \alpha)$$

в соответствии со свойствами функций $\xi(k, \alpha)$ имеет затухающий характер, после 100 циклов нагружения деформации изменяются незначительно.

Для разупрочняющихся материалов, если принять $F(k) = \exp \beta (k - 1)$, приращение напряжений определится из соотношения

$$\frac{S^*(k) - \bar{\sigma}^{(0)}}{\bar{\sigma}_{\text{упр}} - \bar{\sigma}^{(0)}} = 1 - \frac{a}{a + \exp[-\beta(k-1)]} \cdot \frac{1}{1 - G_T};$$

при $k = 1$ это отношение близко к нулю и S^* близко к $\bar{\sigma}^{(0)}$, с увеличением числа циклов это отношение стремится

к величине $-\frac{\bar{G}_T}{1 - \bar{G}_T}$ и амплитуда напряжений, уменьшаясь, стремится к величине

$$S^* = \frac{\bar{\sigma}^{(0)} - \bar{G}_T \bar{\sigma}_{\text{упр}}}{1 - G_T}.$$

Приращение деформаций

$$\frac{\bar{\epsilon}^{(k)} - \bar{\epsilon}^{(0)}}{\bar{\epsilon}^{(0)} - \bar{\epsilon}_{\text{упр}}} = \frac{C_2 \exp \beta - C_1}{(\exp 2\beta - 1)(1 - G_T)} (\exp \beta k - 1)$$

с ростом числа циклов для разупрочняющихся материалов резко увеличивается в соответствии со свойствами экспоненциальной функции, и через 50—100 циклов деформация может в десятки раз превышать первоначальную.

3. Предельное состояние и несущая способность при циклическом упруго-пластическом деформировании

Разрушение при малом числе циклов развивается на фоне значительных упруго-пластических деформаций в макрообъемах нагружаемого тела, кото-

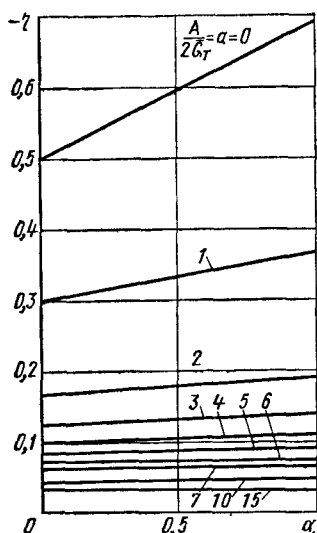


Рис. 25. Графики предельных функций $\eta(\alpha, a)$

рые в случае испытаний образца при однородном напряженном состоянии (сдвиг или растяжение — сжатие) могут охватывать всю рабочую часть образца [4]. Это обстоятельство во многом определяет особенности исследования характеристик разрушения и их связь с характеристиками деформирования при циклическом нагружении за пределами упругости.

Как отмечалось выше, циклическое деформирование при мягком нагружении характеризуется в общем случае изменением ширины петли упруго-пластического гистерезиса и односторонним накоплением пластической деформации; при жестком нагружении напряжения изменяются от цикла к циклу. Таким образом, при рассмотрении характеристик разрушения необходимо иметь в виду влияние на прочность кинетики напряжений и деформаций.

При мягком нагружении двум характеристикам развития пластических деформаций (ширине петли и накопленной пластической деформации) соответствуют два типа разрушения, наблюдаемые при растяжении — сжатии в упруго-пластической области: усталостное разрушение и квазистатическое разрушение. Разрушение от усталости, связанное с накоплением усталостных повреждений, сопровождается образованием трещин усталости и характеризуется малой пластической деформацией. Квазистатическое разрушение обусловлено накоплением пластической деформации до уровня, соответствующего разрушению при однократном статическом нагружении. Такое разрушение происходит только у материалов, циклически разупрочняющихся и циклически стабильных, склонных к накоплению пластических деформаций.

Осуществление того или иного вида разрушения в связи с циклическими свойствами материала, уровнем напряжений, асимметрией цикла и другими факторами зависит от соотношения интенсивностей процессов накопления усталостных повреждений и роста деформации. С ростом максимальных напряжений интенсивность накопления деформации (если она имеет место) резко возрастает, и деформация может достигнуть предельных значений за весьма

малое число циклов. Для развития трещины усталости с последующим разрушением даже на уровне напряжений, близких к пределу прочности, требуется некоторое число циклов, поэтому, как правило, усталостное разрушение соответствует большей долговечности и квазистатическое разрушение предшествует усталостному.

При соответствующем выборе материала и асимметрии цикла можно получить только квазистатическое разрушение вплоть до напряжений на уровне предела пропорциональности, когда пластическая деформация уже не может накапливаться. При затухающем характере накопления пластической деформации возможно осуществить только усталостное разрушение.

Процессы накопления усталостных повреждений и накопления пластических деформаций протекают одновременно, поэтому возможно также образование промежуточных форм разрушения, когда трещины усталости образуются на фоне развитых пластических деформаций.

Разрушение при постоянных амплитудах напряжений для материалов, обладающих контрастными циклическими деформационными свойствами, желательно рассматривать в условиях, когда эти свойства проявляются наиболее разнообразно. Тогда можно выявить все разнообразие свойств, характеризующих разрушение.

В соответствии с этим для иллюстрации выбраны алюминевый сплав В96 (циклическое упрочнение), аустенитная нержавеющая сталь 12Х18Н9Т и сталь 30ХГС (упрочнение с последующей стабилизацией петли), сталь 45 (постоянная ширина петли), теплоустойчивая сталь (циклическое разупрочнение). Свойства этих материалов достаточно разнообразны, поэтому удалось получить типичное сочетание видов разрушений, возникающих при растяжении — сжатии. Испытания проводились при различных степенях асимметрии цикла напряжений, что позволило выявить ряд особенностей разрушения при малом числе циклов нагружения.

Кривая разрушения теплоустойчивой стали, а также кривые роста накопленной с числом циклов нагружения

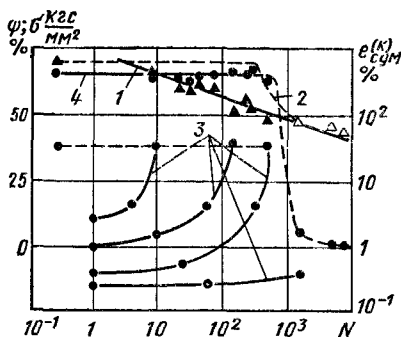


Рис. 26. Результаты испытаний теплоустойчивой стали:

1 — кривая квазистатического разрушения; 2 — экстраполированная кривая усталости; 3 — накопленная суммарная деформация; 4 — изменение ψ при разрушении

пластической деформации и данные по характеристикам пластичности при разрушении (коэффициент поперечного сужения ψ) показаны на рис. 26. Видно, что при напряжениях, превышающих предел пропорциональности ($\sigma_r = 48 \text{ кгс/мм}^2$), разрушение происходит при деформациях, соответствующих однократному нагружению, т. е. во всем диапазоне квазистатического разрушения характеристики пластичности не зависят от уровня действующих напряжений и, следовательно, от числа циклов нагружений до разрушения. Циклически разупрочняющаяся теплоустойчивая сталь при симметричном цикле нагружения характеризуется интенсивным накоплением деформаций при значениях напряжений, превышающих предел пропорциональности; накопление пластической деформации завершается квазистатическим разрушением.

Для этой стали характерен резкий переход от квазистатического разрушения к усталостному. В экспериментах не удавалось получить усталостного разрушения при напряжениях, превышающих предел пропорциональности. Переход от квазистатического разрушения к усталостному характеризуется резким снижением характеристик пластичности при разрушении (см. рис. 26). Это объясняется тем, что даже небольшое превышение предела про-

порциональности вызывает интенсивное накопление деформаций, в то время как при напряжениях, равных пределу пропорциональности, накопления деформаций вообще не происходит и накапливаются только усталостные повреждения.

Для циклически упрочняющихся материалов, у которых накопление пластических деформаций носит затухающий характер, квазистатическое разрушение не удается получить даже при напряжениях, близких к пределу прочности σ_r . На рис. 27 показаны кривая разрушения алюминиевого сплава и зависимость коэффициента поперечного сужения ψ (N). В случае циклического нагружения образец разрушается при коэффициенте поперечного сужения $\psi = 2 \div 3\%$, а в случае статического нагружения при $\psi = 15\%$.

Для такого типа материалов характерной является область менее 50 циклов, в которой не удается получить разрушения от циклического нагружения. Для развития макроскопической трещины, приводящей к разрушению с малой пластичностью, требуется, по-видимому, некоторое число циклов, так как образцы, испытанные на напряжениях, близких к пределу прочности, либо разрушались при первом нагружении, либо выдерживали более 50 циклов нагружений.

Приведенные данные по разрушению теплоустойчивой стали и алюминиевого сплава В96, обладающих контрастными циклическими деформационными

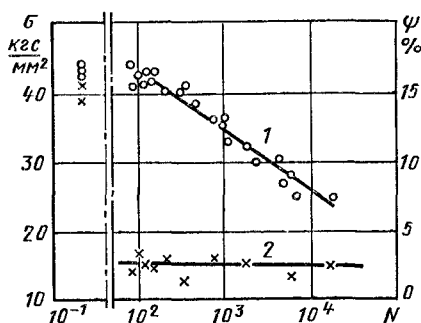


Рис. 27. Результаты испытаний алюминиевого сплава

1 — кривая усталости; 2 — изменение ψ при разрушении

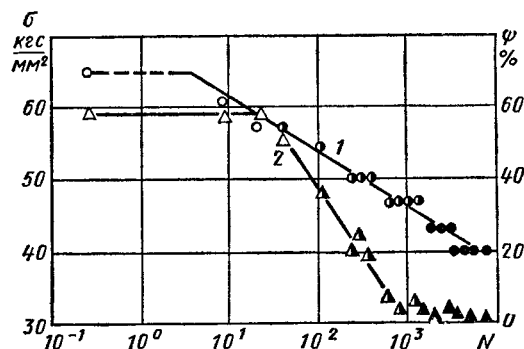


Рис. 28. Результаты испытаний стали 30ХГС при мягком нагружении:

1 — изменение σ ; 2 — изменение ψ при разрушении

свойствами (резко выраженными разупрочнением и упрочнением), показывают, что не только эти свойства, но и свойства, характеризующие разрушение в упруго-пластической стадии деформирования, различны: квазистатическое разрушение для циклически разупрочняющегося и усталостное для упрочняющегося материала без переходного вида разрушения независимо от уровня напряжений.

У материалов с менее выраженным накоплением пластических деформаций или усталостных повреждений наблюдается переходная зона разрушения и в зависимости от уровня напряжений происходит тот или иной вид разрушения. Циклически стабилизирующаяся сталь 30ХГС при больших напряжениях может накапливать пластическую деформацию, и осуществляется квазистатическое разрушение. По мере понижения уровня напряжений интенсивность накопления пластических деформаций падает, что приводит к постепенному переходу от квазистатического к усталостному разрушению (рис. 28). Квазистатическое разрушение отмечено светлыми точками, усталостное — черными. Переходная область сильно растянута от 50 до 1000 циклов нагружения (наполовину зачерненные точки). По мере приближения к усталостному типу разрушения пластичность падает.

Выше были рассмотрены особенности разрушения при симметричном цикле нагружения на примере материалов, обладающих различными свойствами. Асимметрия цикла существенно влияет на характеристики разрушения, акти-

вируя (в определенном диапазоне коэффициентов асимметрии) процессы накопления деформаций.

Для циклически упрочняющихся материалов при асимметричном цикле нагружения характерно отсутствие значительного накопления деформаций, а деформационные характеристики зависят в основном от амплитуды напряжений цикла. Поэтому разрушение не может быть квазистатическим и прочность определяется разрушением от усталости, причем разрушение зависит в основном от величины амплитуды напряжений. Для сплава В96 во всем исследованном диапазоне асимметричных циклов характерно разрушение от усталости, а разрушающие значения амплитуд напряжений σ_a при разных степенях асимметрии укладываются на одну кривую (рис. 29).

Кривая усталости в интервале чисел циклов порядка 10^2 — 10^7 хорошо описывается степенным уравнением, причем при напряжениях, близких к пределу прочности σ_B число циклов N_B до разрушения может составлять 10—100. В амплитудных значениях напряжений кривая усталости имеет вид

$$\sigma_a N^m = \sigma_B N_B^m = \text{const},$$

где m — показатель степени, определенный из опыта и связанный с параметрами циклического деформирования.

Это уравнение справедливо в области коэффициентов асимметрии r в пределах от -1 до $-0,5$; при большей асимметрии следует использовать обыч-

ное для усталости приведение напряжений $\sigma_{\text{БКВ}} = \sigma_a + \psi \sigma_m$.

Для циклически разупрочняющихся и циклически стабилизирующихся материалов, склонных к накоплению пластических деформаций, в общем случае асимметрия цикла сказывается не только на величине разрушающих напряжений, но и на характере разрушения.

Для теплоустойчивой стали при асимметричном и симметричном циклах нагружения и напряжениях выше предела пропорциональности интенсивность накопления пластических деформаций так велика, что при достижении уровня деформации, соответствующего однократному разрушению, осуществляется только квазистатическое разрушение. Кривая изменения поперечного сужения при разрушении, полученная при различных степенях асимметрии приведена на рис. 26, из которого следует, что независимо от степени асимметрии разрушение происходит при одинаковой деформации. Аналогично испытания стали 45 при асимметричных циклах напряжений ($r = -0,9; -0,5; -0,3$) показали, что характер разрушения при напряжениях, превышающих предел пропорциональности, квазистатический, и деформация при разрушении не зависит от степени асимметрии.

В более общем случае, когда накопление пластических деформаций ме-

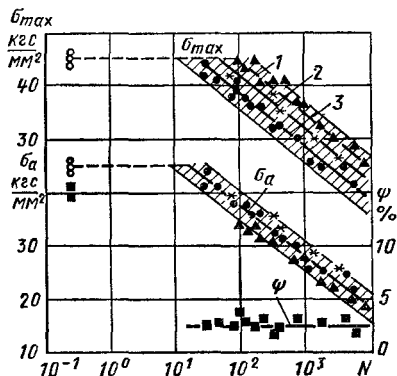


Рис. 29. Кривая усталости и изменение ψ для сплава В96 при различных коэффициентах асимметрии:

▲ — $r = -1$; * — $r = -0,7$; ● — $r = -0,5$.

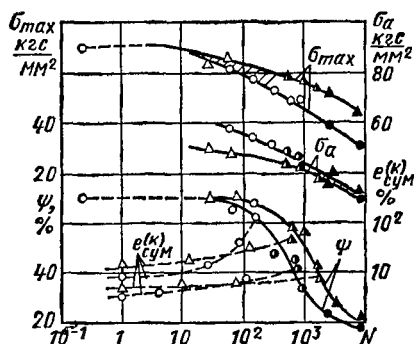


Рис. 30. Параметры малоциклового разрушения для стали 12Х18Н9Т при $r = -0,9$ (кружки) и $r = -0,7$ (треугольники)

нее интенсивно и происходит усталостное разрушение, асимметрия сказывается на диапазоне числа циклов, в котором наблюдается переходная зона, хотя в области квазистатического разрушения величина деформации при разрушении не меняется.

Данные по разрушению, накопленной пластической деформации и коэффициенту поперечного сужения для стали 12Х18Н9Т при $r = -0,9$ и $-0,7$ приведены на рис. 30. Переходная область зависит от асимметрии и находится примерно в пределах от 10^2 до 10^3 циклов до разрушения. При увеличении числа циклов снижение пластичности плавное.

Из сказанного выше вытекает, что в области квазистатического разрушения критерием предельного состояния при однородном напряженном состоянии и циклическом нагружении является достижение накопленной в процессе циклического нагружения деформации, соответствующей разрушению при однократном статическом нагружении.

Накопленная односторонняя пластическая деформация

$$\begin{aligned} \bar{e}_{\text{пл}}^{(k)} &= \bar{e}_{\text{пл}}^{(0)} - C_1 \times \\ &\times [f(\bar{\sigma}_a + \chi_1 \bar{\sigma}_m) - 1] \sum_{2n+1} F(k) + \\ &+ C_2 [f(\bar{\sigma}_a + \chi_2 \bar{\sigma}_m) - 1] \sum_{2n} F(k) \quad (2.67) \end{aligned}$$

Это уравнение было получено для случая мягкого нагружения и запи-

сано в условных деформациях и напряжениях. Если полагать это уравнение справедливым и для истинных деформаций при условии сохранения амплитуды истинных напряжений, то из него можно получить условие прочности при квазистатическом разрушении

$$\bar{\epsilon}_B = \frac{1}{\epsilon_T} \ln \frac{1}{1-\psi} = \bar{\epsilon}_{пл}^{(k)} \quad (2.68)$$

из которого определяют разрушающие напряжения для заданного числа циклов до разрушения.

Интенсивность накопления пластических деформаций в зависимости от асимметрии цикла при прочих равных условиях определяют из этого же уравнения, причем для коэффициентов асимметрии r от -1 до $-0,6$ при сравнительно больших значениях коэффициента χ . Приближенно можно считать, что интенсивность накопления пластических деформаций в основном зависит от максимального напряжения цикла $\sigma_{\max}$ и квазистатическое разрушение определяется уровнем максимальных напряжений.

В области разрушения от усталости связь разрушающих напряжений и числа циклов также описывается эмпирической степенной зависимостью, рассмотренной выше для циклически упрочняющихся материалов.

Сочетание квазистатического и усталостного разрушений при асимметричных циклах напряжений можно проследить на аустенитной нержавеющей стали (рис. 30). В области квазистатических разрушений (светлые точки) разрушение определяется максимальными напряжениями, в области же усталостных разрушений (черные точки) — амплитудными значениями напряжений.

Точки, характеризующие переходный вид разрушения (зачерненные наполовину), оказываются промежуточными при выражении разрушающих напряжений в максимальных и амплитудных значениях.

При сложном напряженном состоянии в расчет вводятся напряжения и деформации, приведенные через наибольшие касательные или октаэдрические.

При однородном напряженном состоянии жесткое нагружение спрово-

ждается изменением уровня напряжений за цикл; при этом для материалов, упрочняющихся в процессе циклического деформирования, напряжения с увеличением числа циклов нагружения растут, для разупрочняющихся — уменьшаются; при неизменной петле уровень напряжений остается постоянным.

При жестком нагружении разрушение может быть только усталостным с образованием трещин, так как по условиям испытаний накопление деформаций отсутствует, что исключает возможность квазистатического разрушения. Из эксперимента устанавливают зависимость предельных амплитуд деформаций от числа циклов до разрушения.

Связь между амплитудой пластической деформации и числом циклов можно представить в виде уравнения Коффина — Мэнсона [15], [17]

$$\epsilon_{aпл} = \frac{1}{4} \ln \frac{1}{1-\psi} N^{-m}.$$

Для полной деформации используется зависимость

$$\epsilon_a = \frac{1}{4} \ln \frac{1}{1-\psi} N^{-m} + \frac{\sigma_{-1}}{E} N_0^{\mu} N^{-\mu}, \quad (2.69)$$

где второй член соответствует упругой составляющей деформации, вызывающей повреждение от усталости. Здесь σ_{-1} — предел усталости при базовом числе циклов N_0 , ψ — поперечное сужение при разрыве $\ln \frac{1}{1-\psi} = \epsilon_B$ —

истинное удлинение при разрыве, m и μ — постоянные, обычно $m = 0,5$ и $\mu = 0,1-0,15$.

При программном нагружении или при непрерывном изменении амплитуды деформаций усталостное повреждение для случая малоциклового разрушения может быть описано с помощью линейного суммирования повреждений. Тогда текущее значение усталостного повреждения [11]

$$d_{уст} = \left(\frac{2}{\ln \frac{1}{1-\psi}} \right)^{1/m} \int_0^N \epsilon_{aпл}^{1/m} dN. \quad (2.70)$$

Изменение амплитуды пластической деформации с числом циклов при жестком нагружении обычно невелико, при мягком же нагружении определяется изменением ширины петли.

Квазистатическое повреждение определяют из выражения

$$d_{ст} = \frac{1}{\ln \frac{1}{1-\psi}} \int_0^N (e_{пл2}^{(k)} - e_{пл1}^{(k)}) dN, \quad (2.71)$$

где индексами 1 и 2 обозначены деформации в нечетных и четных полуциклах нагружения.

В области, где превалирует усталость, условие разрушения может быть выражено следующим образом: $d_{уст} = 1$.

Аналогично, в области преобладания квазистатического разрушения $d_{ст} = 1$.

В переходной области смешанного разрушения взаимное влияние квазистатического и усталостного повреждений может быть выражено интерполяционной зависимостью [12]

$$d_{уст}^q + d_{ст}^p = d = 1. \quad (2.72)$$

причем, как было показано Н. А. Махутовым, простейшая линейная зависимость

$$d_{уст} + d_{ст} = 1 \quad (2.73)$$

дает удовлетворительные результаты.

В ряде случаев целесообразно использовать упрощенное описание закономерностей усталостного и квазистатического разрушения, полученных при мягком и жестком нагружении.

Уравнение (2.69) кривой усталости при жестком нагружении можно запи-

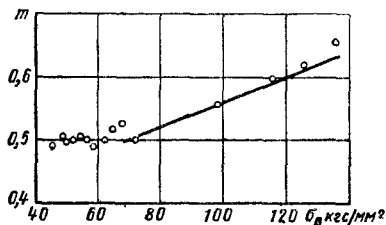


Рис. 31. Зависимость показателя степени m от величины предела прочности σ_B

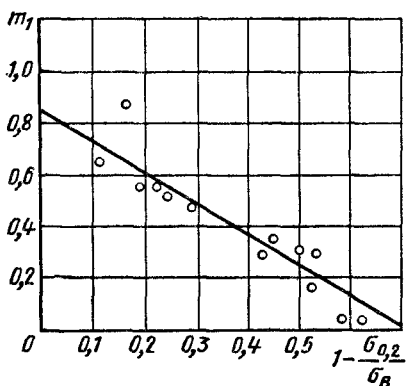


Рис. 32. Изменение показателя степени m_1

сать, учитывая упругую составляющую деформаций через предел усталости [3]

$$e_a = \frac{1}{4} \ln \frac{1}{1-\psi} N^{-m} + \frac{\sigma_{-1}}{E}. \quad (2.74)$$

Показатель степени m с увеличением предела прочности увеличивается от 0,5 до 0,65 (рис. 31).

Уравнение кривой усталости при мягком нагружении может быть выражено аналогичной по структуре формулой [6]

$$e_a = \ln \frac{1}{1-\psi_B} N^{-m_1} + \frac{\sigma_{-1}}{E}, \quad (2.75)$$

где e_a — деформация нулевого полуцикла; ψ_B — относительное сужение, соответствующее достижению предела прочности, σ_B ; m_1 — показатель степени, зависящий от отношения $\frac{\sigma_{0,2}}{\sigma_B}$ (рис. 32).

Уравнение (2.75) описывает как квазистатическое, так и усталостное разрушение при мягком нагружении.

Для случая асимметричного цикла уравнение кривой усталости преобразуется следующим образом [6]:

$$e_a = \ln \frac{1}{1-\psi_B} \cdot \frac{1-r}{2} N^{-m_{1r}} + \frac{\sigma_{-1}}{E} \times \frac{1}{\left(1 - \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_B} \cdot \frac{1+r}{1-r}\right)}, \quad (2.76)$$

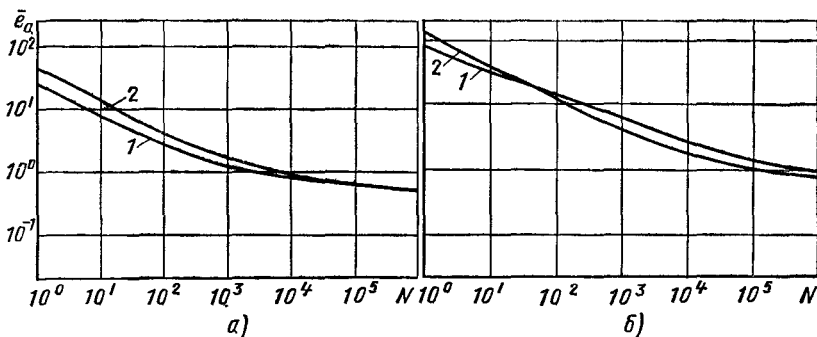


Рис. 33. Кривые усталости при мягком (1) и жестком (2) нагружении: а — для теплоустойчивой стали; б — для стали 22К

где $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ — коэффициент асимметрии

цикла $m_{1r} = m_1 \frac{1-r}{2}$ — показатель степени.

Кривые усталости при мягком и жестком нагружении, полученные по формулам (2.74) — (2.76) для теплоустойчивой стали и стали 22К, приведены на рис. 33. Интересно отметить, что для разупрочняющейся теплоустойчивой стали с большой областью квазистатического разрушения (до $5 \cdot 10^3$ — 10^4 циклов) кривая усталости при мягком нагружении лежит ниже кривой усталости при жестком нагружении. Для стабильной стали 22К с областью квазистатических разрушений до 10^2 циклов при большем числе циклов прочность ограничивается жестким нагружением (по усталости).

Выше было рассмотрено разрушение при однородном напряженном состоянии и отмечено, что в области усталости разрушение происходит при достижении предельного напряжения, а в квазистатической области — при достижении предельной деформации. В случае неоднородного напряженного состояния также развиваются процессы, связанные с изменением напряжений и деформаций, однако интенсивность их зависит не только от циклических деформационных свойств материала, но и от степени стесненности пластических деформаций в зоне их локализации. Для циклического деформирования с постоянной амплитудой нагрузок кинетика

изменения деформаций и напряжений при мягком и жестком нагружении соответствует крайним случаям стесненности пластических деформаций: в первом случае деформации свободно развиваются, во втором — деформации полностью стеснены и ограничены условиями испытаний.

Измерение накопленных пластических деформаций в зонах концентрации позволяет проследить кинетику полей деформаций и подтвердить возможность использования критерия квазистатического разрушения, сформулированного выше для однородного напряженного состояния. Линии равных интенсивностей накопленных деформаций, полученные О. А. Левиным методом муара в зоне отверстия полосы при пульсирующем растяжении и различных уровнях нагрузок (в первом цикле и в цикле, предшествующем разрушению), показаны на рис. 34.

Поля деформаций при квазистатическом ($N = 23$ циклам) и статическом разрушениях идентичны, а также одинаковы и разрушающие деформации. На рис. 35 приведены величины интенсивностей накопленных деформаций, обуславливающих образование трещины, в зависимости от числа циклов (или исходного уровня нагрузок) для однородного напряженного состояния при различных асимметриях циклов напряжений и для полосы с отверстием в зоне концентрации при пульсирующем цикле нагрузки, соответствующем асимметрии цикла напряжений $r = -0,6$ (линия ABC). Здесь же даны кривые

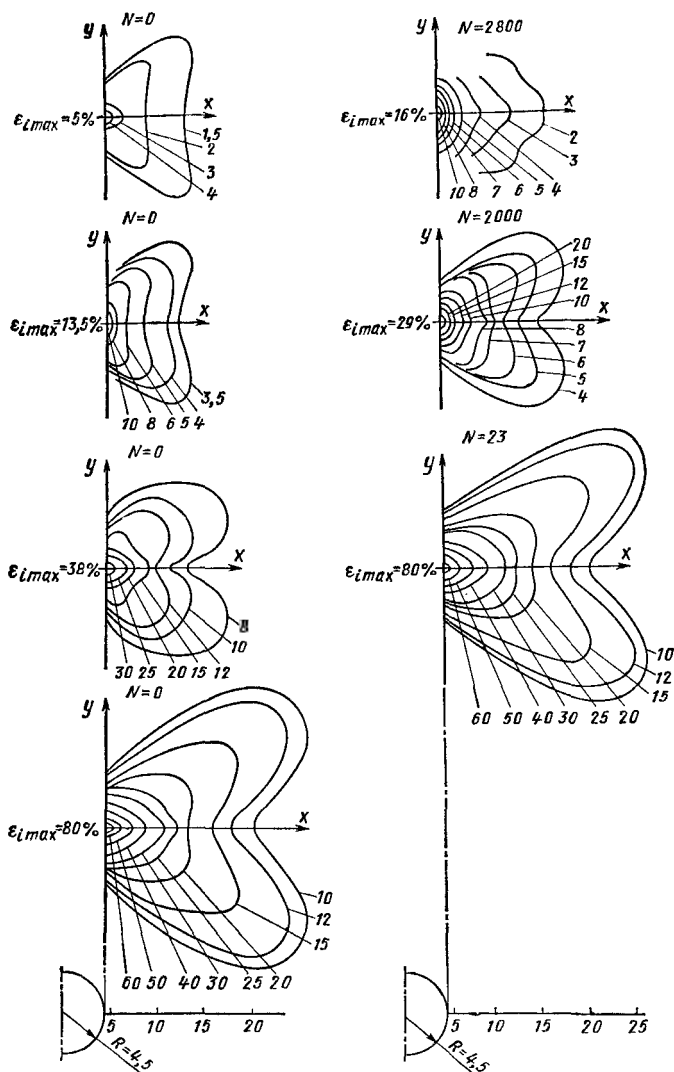
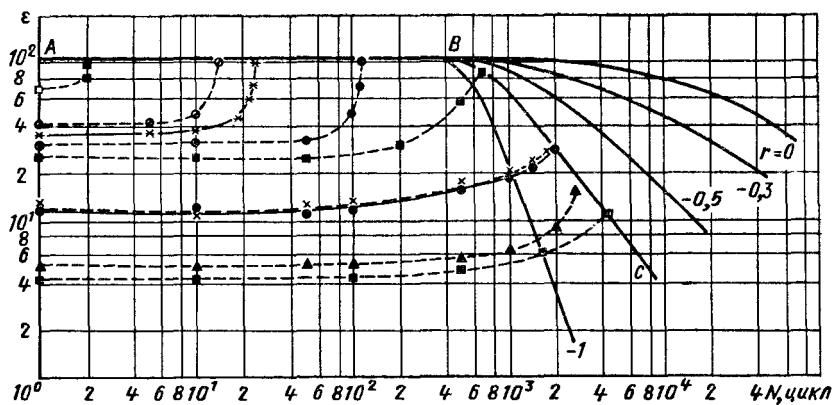


Рис. 34. Линии разных деформаций (внизу — поле деформаций при статическом разрушении)

накопления деформаций на контуре отверстия с увеличением числа циклов (штриховые линии). Из рисунка следует, что при неоднородном напряженном состоянии в области квазистатического разрушения (приблизительно до 500 циклов, линия AB) образование

трещины в зоне концентрации происходит при деформации, равной деформации в случае статического разрушения, т. е. при выполнении условия

$$d_{ст} = \frac{\epsilon_{разр}}{\epsilon_B} = 1.$$

Рис. 35. Зависимости $\varepsilon(N)$

Для переходного (смешанного) разрушения можно использовать линейную зависимость (2.73) с учетом кинетики деформаций в процессе нагружения. В этом случае зависимость разрушающих деформаций от числа циклов определяют из выражения [6]

$$\frac{\int_0^{N_{\text{раз}}} [(e_{\text{max}}^{(k)})_2 - (e_{\text{max}}^{(k)})_1] dN}{\ln \frac{1}{1 - \psi_B}} + \frac{\int_0^{N_{\text{раз}}} \left(e_{\text{max}}^{(k)} - \frac{\sigma_{-1}}{E} \right)^{1/m} dN}{\left(\frac{1}{4} \ln \frac{1}{1 - \psi} \right)^{1/m}} = 1, \quad (2.77)$$

где приближенно принято, что $e_{\text{апл}} = e_{\alpha} - \frac{\sigma_{-1}}{E}$. Индекс тах означает, что в расчет введены максимальные деформации в зоне концентрации.

Результаты расчета полосы с отверстием из теплоустойчивой стали ($\alpha_{\sigma} = 2,5$) по формуле (2.77), учитывающей кинетику деформаций в зоне концентрации и эффект совместного накопления усталостных и квазистатических повреждений (кривая 1) и данные, полученные из эксперимента по моменту образования трещины глубиной 0,1 мм (точки), приведенные на рис. 36. Результаты расчета хорошо согласуются с экс-

периментом. Здесь же приведены результаты расчета по деформациям нулевого и первого полупериодов без учета кинетики деформаций по уравнениям кривой усталости при жестком [уравнение (2.74) кривая 2)] и мягком [уравнение (2.75), кривая 3] нагружениях. На рисунке приведена также кривая усталости 4, полученная при расчете с учетом коэффициента концентрации для упругого деформирования α_{σ} (расчет по методике ASME).

При умеренной концентрации напряжений и неоднородном напряженном состоянии для материала, обладающего циклическим разупрочнением, учет всех основных факторов дает долговечности, существенно меньшую, чем по данным расчета по ASME, и большую, чем по данным расчета по кривой разрушения при мягком нагружении. Сопоставимые по долговечности результаты получаются при расчете по кривой усталости при жестком нагружении.

В случае стабилизирующихся материалов с умеренным накоплением односторонних деформаций различие в кривых малоциклового разрушения в зонах концентрации, полученных по расчету с учетом кинетики и по приближенному расчету с использованием кривых разрушения при мягком и жестком нагружении, не существенно, но число циклов до разрушения, рассчитанное по методике ASME, оказывается значительно больше. Для интенсивно упрочняющихся материалов результаты

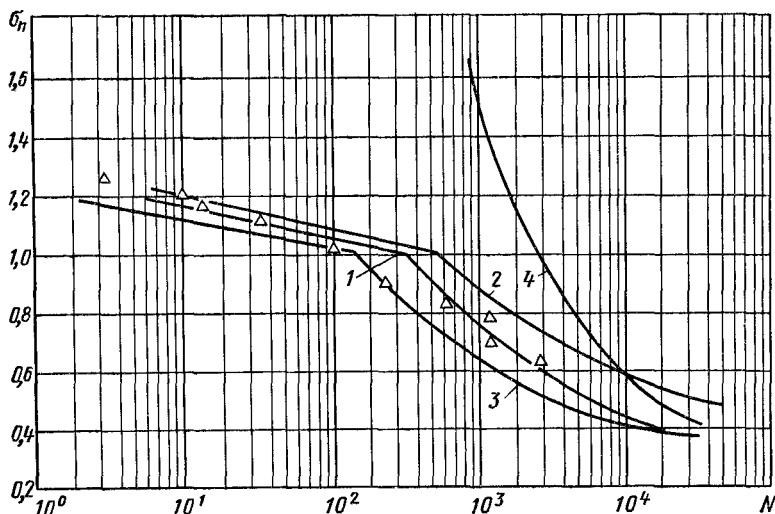


Рис. 36. Зависимости $\sigma(N)$ для полосы с отверстием

расчета с учетом кинетики деформаций приближаются к результатам, полученным по методике ASME.

Результаты экспериментальных исследований и расчета деформированного и напряженного состояния при различных условиях нагружения позволяют произвести оценку несущей способности элементов конструкций. При этом в качестве исходных должны использоваться результаты соответ-

ствующих испытаний лабораторных образцов при мягком и жестком нагружении, а также данные расчетного (из решения задач теории упругости и пластичности) и экспериментального изучения напряженно-деформированного состояния в упругой и упруго-пластической области в элементах конструкций или их моделях при эксплуатационных нагрузках. Когда нет экспериментальных данных, при определении не-

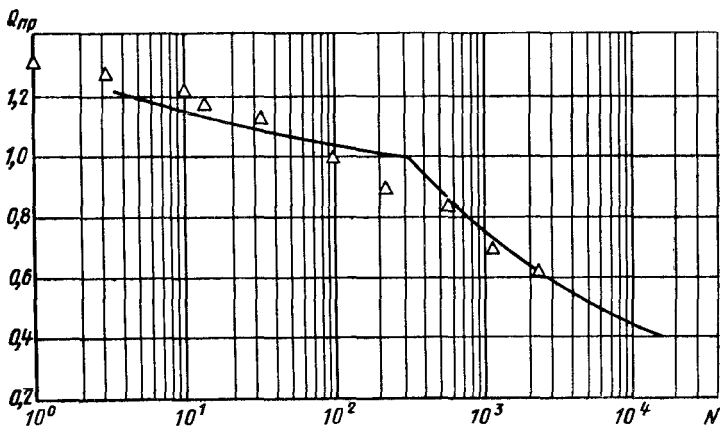


Рис. 37. Зависимость предельных нагрузок от числа циклов до разрушения для детали с концентратором напряжений

сущей способности используют расчетные кривые сопротивления малоциловому разрушению и приближенные расчетные способы определения максимальных местных напряжений и деформаций.

Критерии несущей способности деталей при упруго-пластическом циклическом деформировании могут быть приняты такими же, что и при статическом деформировании, но нужно иметь в виду, что в этом случае деформации, напряжения и перемещения в детали от цикла к циклу изменяются.

Предельные нагрузки по разрушению определяются условием достижения накопленного повреждения, равного единице, для заданного числа циклов до разрушения. Запас прочности по нагрузкам в этом случае составляет

$$n = \frac{Q_{пр}(N)}{Q_{\text{раб}}},$$

где $Q_{пр}(N)$ — предельная нагрузка, соответствующая разрушению (образо-

ванию трещины) после некоторого заданного числа циклов $N_{\text{раб}}$.

Возможна и другая постановка задачи, когда определяют запас прочности по ресурсу детали, т. е. для заданного рабочего усилия $Q_{\text{раб}}$ определяют число циклов до разрушения $N_{\text{пр}}$. Тогда

$$n_N = \frac{N_{\text{пр}}(Q_{\text{раб}})}{N_{\text{раб}}}.$$

Зависимость предельных нагрузок, соответствующих образованию трещины, от числа циклов до разрушения для детали с концентратором напряжений приведена на рис. 37. Эта кривая получена с учетом кинетики деформаций и суммирования повреждений по уравнению (2.77).

При рабочем числе циклов $N_{\text{раб}} = 10^8$ и рабочей нагрузке $Q_{\text{раб}} = 0,5$ запас прочности составляет $n = 1,4$, так как $\bar{Q}_{\text{пр}} = 0,7$. Запас по ресурсу в этом случае $n_N = 4$, так как для $\bar{Q}_{\text{раб}} = 0,5$ $N_{\text{пр}} = 4 \cdot 10^8$ циклов.

Список литературы

1. Воронков В. Е., Москвитин В. В. Вращение предварительно изогнутого упруго-пластического стержня. — «Механика твердого тела», 1966, № 6, с. 147—149.
2. Каган В. А., Шнейдерович Р. М. Малоциловая усталость при изгибе с вращением. — «Машиноведение», 1970, № 5, с. 67—73.
3. Лэнджор Б. Ф. Расчет сосудов давления на малоциловую долговечность. [«Техническая механика». Труды американского общества инженеров-механиков. Пер. с англ.] М., Т. 84, 1962, № 3, с. 97—113.
4. Марин Н. И. Статическая выносливость элементов авиационных конструкций. М., «Машиностроение», 1968, 162 с.
5. Махутов Н. А. Концентрация напряжений и деформаций в упруго-пластической области. — «Машиноведение», 1971, № 6, с. 54—60.
6. Махутов Н. А., Шнейдерович Р. М. Расчет элементов конструкций на прочность при малоциловом нагружении. [Докл. на Всесоюзном рабочем симпозиуме по вопросам Малоциловой усталости. Июнь 1971 г.]. Каунасский политехнический институт, 1971, 40 с.
7. Медекша Г. Г., Шнейдерович Р. М. Обобщенная диаграмма циклического деформирования при асимметричном цикле нагружений. — «Машиноведение», 1967, № 3, с. 55—62.
8. Москвитин В. В. Пластичность при переменных нагружениях. М., Изд. МГУ, 1965, 262 с.
9. Москвитин Г. В., Гусенков А. П. Анализ некоторых подходов к описанию циклических диаграмм деформирования. — «Машиноведение», 1973, № 4.
10. Сопротивление деформированию и разрушению при малом числе циклов нагружения. Сборник статей. М., «Наука», 1967, 170 с.
11. Серенсен С. В., Махутов Н. А., Шнейдерович Р. М. К основам расчета на прочность при малоциловой усталости. — «Машиноведение», 1972, № 5, с. 56—67.
12. Шнейдерович Р. М. Прочность при статическом и повторно-статическом нагружениях. М., «Машиностроение», 1968, 343 с.
13. Bauschinger I. Zivillingenieur. 1881.
14. BoPper Code, part III, ASME, N. Y. 1968, 392 p.
15. Coffin L. F. A Study of Effects of Cyclic Thermal Stresses in a Ductile Metal. Transactions of ASME, vol. 76, 1954, 931 p.
16. Manson S. S. Behaviour of Materials under Condition of Thermal Stress. — NACA Technical Note 2933, 1954, 41 p.
17. Masing G. Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens Konzern. H. 5, Bd. 135, 1926.

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И ОСНОВЫ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

1. Возникновение и развитие усталостных повреждений металла

Зарождение усталостных трещин. Многие детали машин в процессе работы испытывают действие переменных во времени напряжений. Если эти напряжения превышают определенный уровень, то в металле детали начинают происходить необратимые изменения, которые приводят к образованию трещины. Трещина, постепенно развиваясь, в конце концов вызывает быстро протекающее разрушение детали. Это явление называется усталостью металла.

Физико-механическая природа процесса усталостного разрушения изучалась различными методами (рентгеновским, микроскопическим, измерением твердости и микротвердости, поляризационно-оптическим методом на хлористом серебре, электроноскопическим и другими) [14, 59, 60, 71, 80].

В. Л. Кирпичев охарактеризовал первенствующую роль поликристаллического неоднородного строения металла для объяснения процесса его усталостного разрушения. Конструкционные стали и другие сплавы представляют собой мелкокристаллический конгломерат, кристаллиты которого часто имеют случайную ориентировку. Кристаллиты, составляющие структуру металла, обладают анизотропией, т. е. различными упругими свойствами и различной прочностью в зависимости от ориентировки кристаллографических осей. Поэтому при деформировании конгломерата напряжения в отдельных кристаллитах существенно отличаются одно от другого, и вычисляемые обычными способами сопротивления материалов напряжения являются лишь их статистическим осреднением. В связи с такой неоднородностью строе-

ния и напряжений внутрискруктурных и от внешних сил уже на ранних стадиях деформирования возникают пластические деформации отдельных кристаллитов. Эта неоднородная пластическая деформация проявляется в несовершенной упругости, следствием которой являются гистерезис и необратимые потери энергии при циклическом нагружении металла. Зависимость между напряжениями и деформациями при переменной нагрузке показана на рис. 1. Пластические деформации отдельных кристаллитов и их групп вызывают перераспределение напряжений как от внешних усилий, так и от остаточных напряжений при последующих циклах нагружения. Кроме того, пластическая деформация вызывает в ряде сплавов структурные превращения, для сталей они прежде всего связаны с выпадением карбидов. Неоднородность пластических деформаций кристаллического конгломерата металлов наблюдается с помощью микроскопов и подтверждается рентгенографическим методом. В отдельных кристаллитах уже на ранних стадиях нагружения, составляющих 1—10% от общего числа циклов до разрушения образца, на поверхности появляются линии сдвига. При накоплении числа циклов

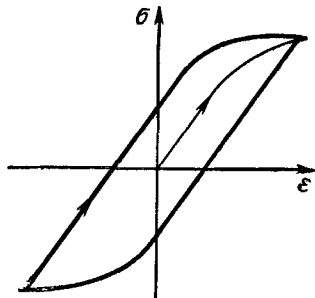


Рис. 1. Гистерезис при циклическом деформировании

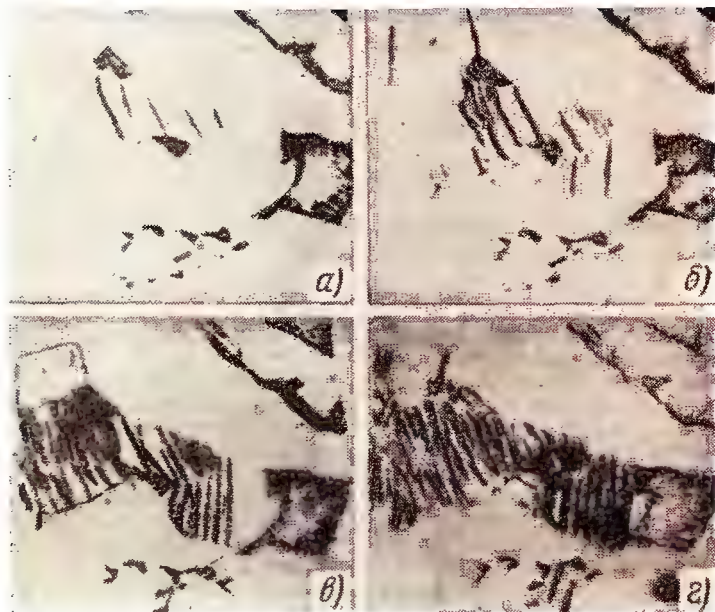


Рис. 2. Развитие следов сдвига на разных стадиях циклического нагружения образцов из чистого никеля:

а — после 10 000 циклов; б — после 50 000 циклов; в — после 270 000 циклов; г — после 1 млн. циклов [60]

количество их растет, они расширяются и переходят на другие зерна.

Следы сдвига на разных этапах нагружения образцов из чистого никеля показаны на рис. 2 [60]. Они появляются и при напряжениях ниже предела выносливости. В этом случае особенно отчетливо проявляется неоднородность пластической деформации между зернами: в некоторых зернах густая сетка линий скольжения, в то время как в других видны лишь слабые следы сдвига.

Глубина следов сдвига, появляющихся на ранних стадиях нагружения переменными нагрузками, определяется удалением тонких слоев металла с поверхности электролитическим или механическим полированием. Томпсон и другие исследователи испытывали образцы из весьма чистой меди на растяжение — сжатие [80]. На различных стадиях испытания образцы подвергали электрополированию со снятием слоя толщиной около 2 мкм, которое после

$0,27 \cdot 10^6$ циклов (7,5% от общего числа циклов до разрушения образца) привело почти к полному удалению линий сдвига. После $1,54 \cdot 10^6$ циклов нагружения часть линий сдвига исчезала при электрополировании, однако другая часть на глубине, большей, чем 2 мкм, оказалась устойчивой. После $2,8 \cdot 10^6$ циклов некоторые устойчивые следы сдвига переходили на соседние зерна и перед окончательным разрушением при $3,65 \cdot 10^6$ циклов сильно разрастались, превращаясь в усталостную трещину. Глубина устойчивых следов сдвига выявлялась путем повторных электрополировок и оказалась зависящей от числа циклов нагружения. Так после испытания до числа циклов, составляющего 25% от общего ресурса образца, глубина устойчивых линий сдвига достигла 30 мкм. На рис. 3 показано образование микроскопической трещины усталости из следов скольжения.

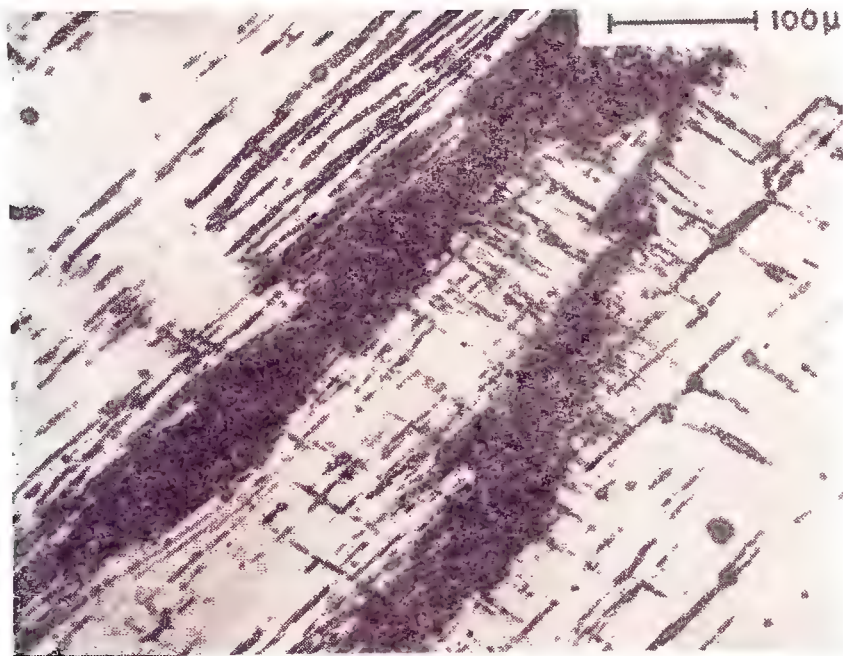


Рис. 3. Микроскопическая трещина усталости, зародившаяся из следов сдвига

Кривые усталости по разрушению и по образованию первых следов скольжения представлены на рис. 4 [60, 71]. Из рисунка следует, что образование следов скольжения происходит и при напряжениях, значительно более низких, чем предел выносливости по разрушению.

При напряжениях, меньших предела выносливости, следы скольжения образуются уже при числе циклов 10^3 — 10^5 . Число их постепенно растет с увеличением числа циклов вплоть до базы испытания (10^7 — 10^8 циклов), но в усталостную трещину они не переходят. При напряжениях, составляющих примерно половину предела выносливости, следы скольжения появляются лишь в очень небольшом количестве зерен. Увеличение напряжения до $0,6 \sigma_{-1}$ приводит к расширению следов скольжения, в то время как многие другие зерна не захватываются деформацией.

Форсайтом был обнаружен еще один вид поверхностного повреждения ме-

талла, а именно: образование экструзий и интрузий [60]. Экструзии представляют собой выдавленные выступы в виде тонких лепестков, как схематично показано на рис. 5. Интрузии — тонкие щелеобразные углубления (впадины), проникающие постепенно внутрь металла по мере накопления числа циклов и постепенно превращающиеся в зародыш трещины усталости.

Особенности усталостных изломов. Усталостные изломы имеют характерные признаки, которые позволяют отличить их от изломов другого рода. На их поверхности можно различить пять зон и характерных особенностей (рис. 6) [61].

Фокусом излома (см. рис. 6) называют малую локальную зону, близкую к точке, в которой возникает начальная макроскопическая трещина усталости и откуда начинается ее развитие. Обычно фокус излома располагается на поверхности в местах концентрации напряжений или поверхност-

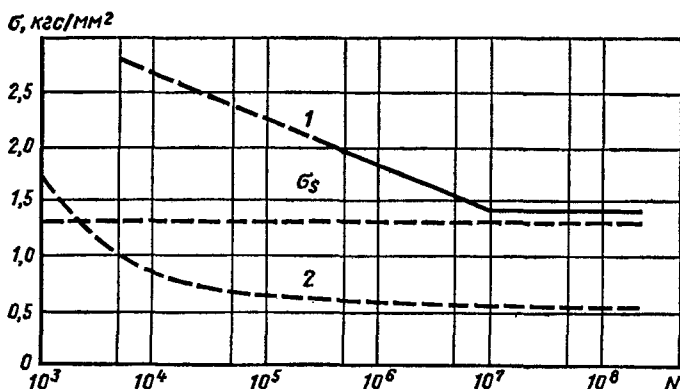


Рис. 4. Кривые усталости, соответствующие образованию первых следов сдвига (линия 2) и окончательному разрушению (линия 1) образцов

ных дефектов в виде царапин, трещин, неметаллических включений и т. п. При наличии внутренних дефектов или при поверхностном упрочнении (например, при цементации, азотировании) фокус излома может располагаться и под поверхностью.

Очаг разрушения — малая зона, прилегающая к фокусу излома и соответствующая начальной макроскопической трещине усталости. Зона излома в области очага разрушения обычно характеризуется наибольшим блеском и наиболее гладкой поверхностью по сравнению с другими участками излома. Усталостные линии на поверхности очага разрушения обычно отсутствуют. На усталостном изломе могут быть и несколько очагов разрушения. Одновременное возникновение нескольких очагов разрушения свойственно большим напряжениям, соответствующим ограниченному числу цик-

лов по кривой усталости. При установлении причины разрушения большое значение имеет правильное выявление очагов разрушения.

Участок избирательного развития соответствует зоне развившейся трещины усталости. Эта зона часто имеет вид гладкой блестящей поверхности, на которой есть ряд характерных признаков, указанных выше. Шероховатость поверхности усталостной трещины бывает различной.

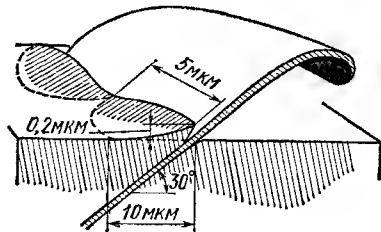


Рис. 5. Схема образования экструзий в сплаве алюминия с 4% меди [60]

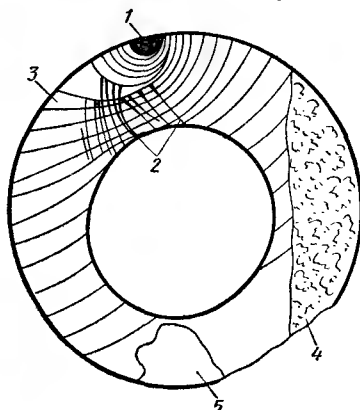


Рис. 6. Схема усталостного излома шатунной шейки коленчатого вала:

1 — фокус излома и очаг разрушения; 2 — вторичные ступеньки и рубцы; 3 — усталостные линии; 4 — зона ускоренного развития излома; 5 — зона долома

Более блестящая (наименее шероховатая) поверхность получается при малых перегрузках, когда скорость распространения трещины мала, а время ее развития велико. Гладкий и блестящий вид поверхности усталостной трещины объясняется не трением и наклепом, возникающими вследствие притирания смежных поверхностей трещины, как полагали некоторые исследователи, а связан с микроизбирательностью распространения усталостной трещины. Это подтверждается, например, блестящим видом поверхности усталостной трещины в шпильках, работающих на знакопостоянное растяжение с большой асимметрией цикла, при которой на давливание одной плоскости трещины на другую невозможно [61]. В зоне избирательного развития обычно видны характерные усталостные линии и, волнообразно расходящиеся от очага разрушения, как из центра. Усталостные линии — это следы фронта продвижения трещины. Появление этих линий часто связано с некоторым изменением направления развития трещин, вследствие чего образуется небольшой уступ, выявляемый только при профилографировании. Другой причиной появления усталостных линий является изменение шероховатости поверхности излома при изменении степени перегрузки в процессе эксплуатации или вследствие других причин. Форма усталостных линий зависит от формы детали и характера ее нагружения.

Часто в детали может зародиться несколько трещин усталости из разных фокусов. В этом случае начальные трещины располагаются параллельно. В результате их последующего слияния на поверхности излома образуются ступеньки и рубцы. Чем выше уровень действующих напряжений, тем больше появляется на поверхности излома очагов зарождения трещин усталости, ступенек и рубцов.

Направление развития первоначальной трещины может измениться. При этом образуются зародыши трещин, развивающихся в другом направлении и называемых п а с ы н к о в ы м и. От слияния пасынковых трещин образуются вторичные ступеньки и рубцы (см. рис. 6).

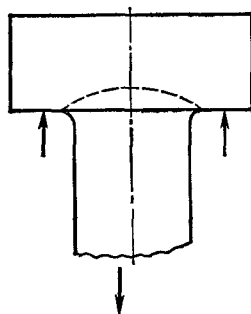


Рис. 7. Трещина усталости у головки болта

Участок ускоренного развития является переходной зоной между участком собственно усталостного развития трещины и зоной долома. Эта зона образуется в течение нескольких циклов, предшествующих окончательному разрушению.

Зона долома образуется на последней стадии излома и обладает признаками макрорупкого разрушения. Изучение формы и свойств поверхности усталостных изломов позволяет в ряде случаев судить о характере усилий, вызвавших разрушение, о степени перегруженности сломавшейся детали и т. д., что позволяет правильно определить причину, вызвавшую разрушение детали, и наметить мероприятия по предотвращению повторных разрушений.

После того, как зародыш трещины образовался, ее развитие связано с характером распределения напряжений.

Условия возникновения трещины зависят в основном от касательных напряжений, а развитие ее связано в большинстве случаев с влиянием нормальных напряжений. При действии переменного растяжения — сжатия или изгиба трещина развивается по по-

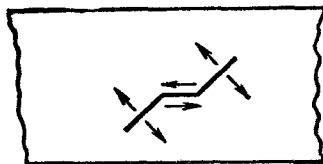


Рис. 8. Трещина усталости на поверхности вала при кручении

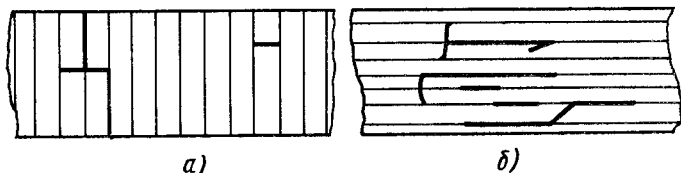


Рис. 9. Трещины усталости, возникающие при кручении на валах с продольным (а) и поперечным (б) шлифованием

верхности действия наибольших нормальных напряжений. На рис. 7 показана трещина усталости по месту сопряжения стержня и головки болта. Нормали к поверхности трещины приблизительно совпадают с направлениями наибольших нормальных напряжений.

Развитие трещины усталости на поверхности вала при переменном кручении показано на рис. 8. Трещина в начале циклического нагружения развивается на небольшом участке в направлении действия касательных напряжений, а потом отклоняется на 45° и распространяется по спирали, т. е. по поверхности действия наибольших нормальных напряжений. При быстром разрушении в условиях действия напряжений, значительно превышающих предел выносливости, трещина при кручении может развиваться вдоль образующей или по поперечному сечению. В этом случае направление развития трещины существенно зависит от дефектов обработки поверхности: трещина развивается преимущественно вдоль следов от резца или шлифовального камня. На рис. 9 показаны примеры развития трещин при кручении в зависимости от механической обработки. Количественные закономерности развития усталостных трещин, полученные методами линейной механики разрушения, приведены в гл. 5.

2. Экспериментальное определение характеристик сопротивления усталости

Для изучения сопротивления материалов переменным напряжениям и получения кривой усталости производятся испытания на усталость [6, 44, 57].

По результатам испытаний образцов строится кривая усталости в координатах $\sigma - N$, $\sigma - \lg N$ или $\lg \sigma - \lg N$ (рис. 10, а, б).

По оси ординат на кривой усталости откладывается наибольшее напряжение цикла, при котором испытывался данный образец, по оси абсцисс — число циклов перемен напряжений, которое образец выдержал до разрушения.

В полулогарифмических или двойных логарифмических координатах левые ветви кривых усталости часто прямые линии.

Уравнение такой линии имеет вид

$$\sigma + K \lg N = \sigma_{-1} + K \lg N_0; \quad (3.1)$$

$$\sigma^m N = \sigma_{-1}^m N_0 \text{ или } m \lg \sigma +$$

$$+ \lg N = \text{const}. \quad (3.2)$$

В ряде случаев для описания кривых усталости удобно использовать уравнение, предложенное Вейбуллом [6],

$$(N + B)(\sigma - \sigma_{-1})^q = K, \quad (3.3)$$

где σ_{-1} — предел выносливости — наибольшее значение максимального напряжения цикла, которое может выдержать образец без разрушения до числа циклов N_B , называемого базой испытания (обычно $N_B = 10$ млн циклов для образцов из стали, 50—100 млн для образцов из легких сплавов). Если образец при испытании не сломался до числа циклов N_B , то испытание прекращают, а на диаграмме (рис. 10) соответствующую точку отмечают стрелкой; N_0 — число циклов, соответствующее точке перелома на кривой усталости; K , m , q — параметры кривой усталости, характеризующие наклон левой ветви; σ — амплитуда действующих напряжений;

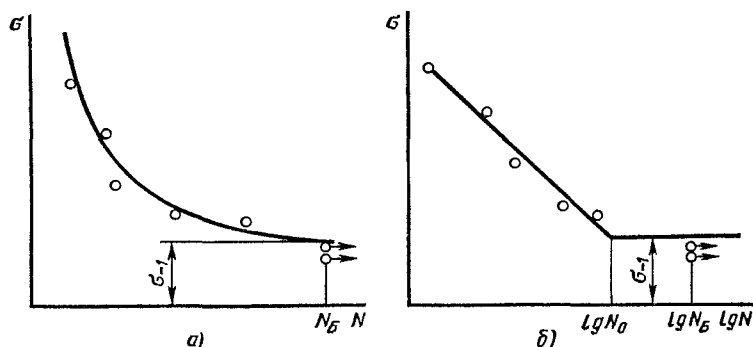


Рис. 10. Кривые усталости по результатам испытаний образцов

N — число циклов до разрушения образца; B , K — параметры кривой, записанной в форме уравнения (3.3).

Пределы выносливости определяют на лабораторных образцах малого диаметра (7—10 мм), изготовляемых из прутков. Поверхность образцов тщательно полируют.

Сопротивление усталости при переменных напряжениях зависит от типа напряженного состояния и от характера изменения напряжений во вре-

мени. Прежде всего следует учитывать возможное сочетание статических и переменных напряжений, т. е. изменение напряжений по асимметричному циклу (рис. 11). Зависимость $\sigma = f(t)$ предполагается периодической с периодом, равным T .

Циклом напряжений называется однократная их смена, соответствующая полному периоду их изменения. Цикл напряжений характеризуется следующими величинами: максимальным на-

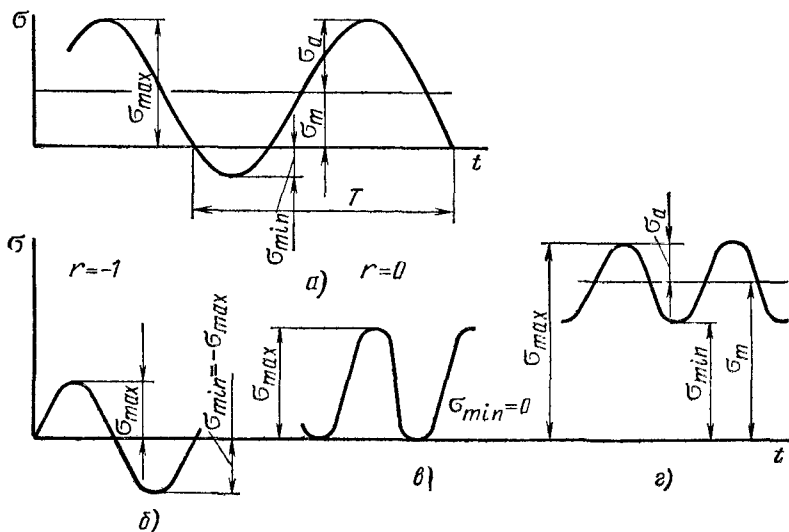


Рис. 11. Схемы изменения напряжений во времени:

а — общий случай; б — симметричный цикл; в — пульсационный цикл; г — асимметричный цикл

пряжением цикла $\sigma_{\max}$ или $\tau_{\max}$ (наибольшим по алгебраической величине); минимальным напряжением цикла $\sigma_{\min}$ или $\tau_{\min}$ (наименьшим по алгебраической величине); средним напряжением цикла σ_m или τ_m :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2};$$

$$\tau_m = \frac{\tau_{\max} + \tau_{\min}}{2}; \quad (3.4)$$

амплитудой цикла σ_a или τ_a :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2};$$

$$\tau_a = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{2}. \quad (3.5)$$

Коэффициентом асимметрии цикла r называют отношение наименьшего напряжения цикла к наибольшему (напряжение принимается с соответствующим алгебраическим знаком):

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \text{ или } r = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}}. \quad (3.6)$$

Цикл называется симметричным, когда $r = -1$, т. е. напряжения $\sigma_{\max}$ и $\sigma_{\min}$ равны по величине, но противоположны по знаку (см. рис. 11, б). Пределам выносливости, соответствующим симметричному циклу, присваивается индекс -1 . В этом случае $\sigma_m = 0$, $\sigma_a = \sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$.

Симметричный цикл встречается, например, при изгибе вращающегося вала постоянным по величине моментом (изгиб при вращении).

Отнулевым или пульсационным циклом называется такой, при котором $r = 0$, т. е. минимальное напряжение цикла равно нулю (рис. 11, в).

Пределам выносливости, соответствующим такому циклу, присваивается индекс 0. В этом случае $\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_{\max}}{2}$. Пульсационный цикл возникает, например, в зубе шестерни при ее вращении в одну сторону и передаче при этом постоянного по величине крутящего момента.

Цикл, в котором $r \neq -1$, называется асимметричным. При асимметричном цикле (рис. 11, г)

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a; \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a.$$

Пределам выносливости, соответствующим такому циклу, присваивается индекс r .

Имеются специальные машины, предназначенные для определения пределов выносливости при асимметричном цикле. Описание конструкций таких машин изложено в соответствующей литературе [44, 57].

В расчетах используют пределы выносливости, определяемые для различных асимметрий цикла:

σ_{-1} , τ_{-1} — пределы выносливости при симметричном цикле; σ_0 , τ_0 — пределы выносливости при пульсационном цикле; σ_r , τ_r — пределы выносливости при асимметричном цикле.

Для характеристики сопротивления металла действию переменных напряжений с различной асимметрией цикла строится так называемая диаграмма предельных напряжений при асимметричных циклах (рис. 12).

По оси ординат диаграммы предельных напряжений откладывают наибольшее напряжение цикла $\sigma_{\max}$, а по оси абсцисс — среднее напряжение цикла σ_m . Линия CAB на этой диаграмме соответствует предельным по разрушению условиям. Точки, лежащие ниже

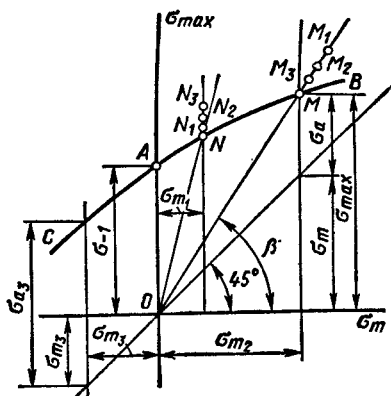


Рис. 12. Диаграмма предельных напряжений при асимметричных циклах

линии SAB , характеризуют те сочетания напряжений σ_m и $\sigma_{\max}$, которые не вызывают разрушения до числа циклов N_B . Точки, лежащие выше линии SAB , характеризуют те сочетания напряжений σ_m и $\sigma_{\max}$, при которых разрушение происходит при числе циклов $N < N_B$.

Линия SAB соответствует пределам выносливости при асимметричных циклах. Луч, проходящий через начало координат диаграммы, является геометрическим местом точек, характеризующих циклы с одинаковыми коэффициентами асимметрии r , причем

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} = \frac{2}{r+1}.$$

Построение диаграммы предельных напряжений по экспериментальным данным производят следующим образом. Прежде всего определяют предел выносливости при симметричном цикле и наносят на диаграмму точку A . Далее определяют пределы выносливости при нескольких асимметриях цикла (это можно сделать различными способами).

При одном способе определяют предельно допустимую амплитуду напряжений при постоянном среднем напряжении для всех образцов и строят кривую усталости на графике, по оси ординат которого откладывают амплитуды напряжений. По полученной кривой находят предельную амплитуду, соответствующую пределу выносливости при данном среднем напряжении σ_{m_1} . На диаграмму предельных напряжений при этом наносят точку N , а также точки $N_1, N_2, N_3, \dots$ и т. д., отвечающие результатам испытаний при амплитудах напряжений, превышающих предел выносливости.

Далее опыт повторяют при другом среднем напряжении σ_{m_2} , в результате получают еще одну точку диаграммы (M). По точкам A, N, M проводят линию предельных напряжений.

Под пределом выносливости при асимметричном цикле понимают наибольшее значение максимального напряжения цикла, которое материал может выдержать, не разрушаясь, до базы испытания N_B .

При другом способе определяют пределы выносливости для асимметричного цикла, сохраняя постоянным коэффициент асимметрии r . Соответствующие точки $M_1, M_2, \dots$ и т. д. располагаются на луче, проходящем через начало координат (см. рис. 12).

Диаграммы предельных напряжений, построенные этими способами, не отличаются друг от друга.

Если принято, что линия предельных напряжений — прямая, проходящая через точки $(0; \sigma_{-1})$ симметричного и $(\sigma_0/2; \sigma_0)$ пульсационного циклов, то максимальное напряжение цикла

$$\sigma_{\max} = \sigma_{-1} + \frac{\sigma_0 - \sigma_{-1}}{\frac{\sigma_0}{2}} \sigma_m$$

или

$$\sigma_{\max} = \sigma_{-1} + (1 - \psi_\sigma) \sigma_m. \quad (3.7)$$

Тогда

$$\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_m = \sigma_{-1} - \psi_\sigma \sigma_m, \quad (3.8)$$

где $\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$ — коэффициент,

характеризующий чувствительность металла к асимметрии цикла.

Значения коэффициентов ψ_σ обычно находятся в пределах от 0,1 до 0,2 для углеродистых сталей и от 0,2 до 0,3 — для легированных сталей (при кручении значения ψ_τ соответственно равны 0,0—0,1 и 0,1—0,15).

Диаграммы предельных напряжений в верхней своей части сходятся к точке, характеризующей прочность при однократном статическом нагружении. Типичная диаграмма предельных напряжений при растяжении-сжатии для конструкционной стали показана на рис. 13, а для чугуна — на рис. 14.

Особенно резко влияние средних сжимающих напряжений на предельную амплитуду выражено у хрупких материалов (например, у чугуна). Линия предельных напряжений у чугуна в области средних растягивающих напряжений близка к прямой, соединяющей точки с координатами $(0; \sigma_{-1})$ и $(\sigma_{вр}, \sigma_{вр})$. В области средних сжимающих напряжений предельные амплитуды значительно увеличиваются.

Диаграмму предельных напряжений при кручении строят по одну сторону

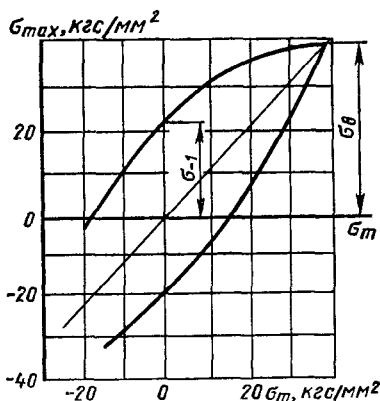


Рис. 13. Диаграмма предельных напряжений при асимметричных циклах растяжения-сжатия для конструкционной стали:

1 — линия $\sigma_{\max}$; 2 — линия $\sigma_{\min}$

от оси ординат. Типичная диаграмма предельных напряжений при кручении для конструкционной стали показана на рис. 15, из которого следует, что до некоторого значения τ_m наложение постоянного среднего касательного напряжения не вызывает уменьшения предельной амплитуды напряжений. Это можно объяснить упрочняющим влиянием наклепа, который при кручении выражен сильнее, чем при растяжении-сжатии, вследствие больших касательных напряжений.

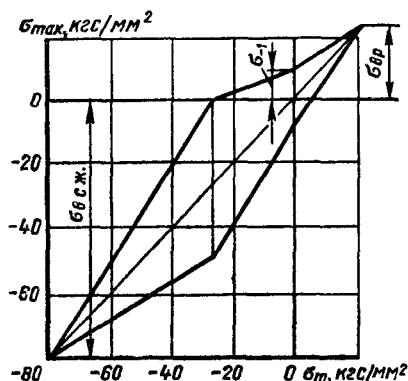


Рис. 14. Диаграмма предельных напряжений при асимметричных циклах растяжения-сжатия для чугуна

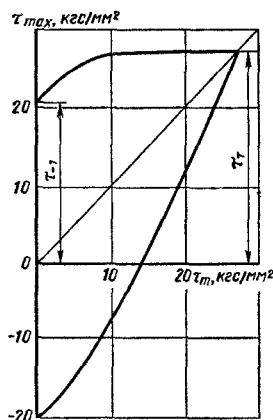


Рис. 15. Диаграмма предельных напряжений при симметричных циклах кручения для конструкционной стали

Иногда диаграмму предельных напряжений строят в координатах $\sigma_a - \sigma_m$, т. е. по оси ординат откладывают предельную амплитуду цикла σ_a , по оси абсцисс — среднее напряжение цикла σ_m (рис. 16). Луч, выходящий из начала координат, характеризует циклы с одинаковой асимметрией, так как

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}}{\frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}} = \frac{1-r}{1+r},$$

т. е. при постоянном β оказывается постоянным и коэффициент асимметрии r (такие циклы называются подобными).

Сопротивление усталости при плоском и объемном напряженном состоянии может быть охарактеризовано соответствующими гипотезами прочности,

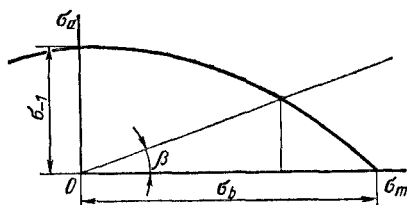


Рис. 16. Диаграмма предельных амплитуд напряжений при асимметричных циклах

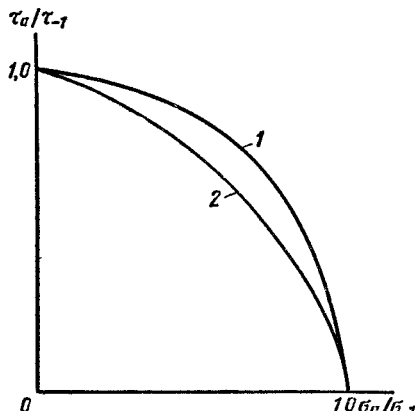


Рис. 17. Диаграммы предельных амплитуд напряжений при совместном действии изгиба и кручения: 1 — для конструкционной стали; 2 — для чугуна

согласующимися с экспериментальными данными [36, 68].

По результатам испытаний строят кривые в координатах σ_a и τ_a или в относительных координатах σ_a/σ_{-1} и τ_a/τ_{-1} . Точки на диаграмме характеризуют предельные напряженные состояния (определяемые сочетанием величин σ_a и τ_a при сложном напряженном состоянии). На рис. 17 показаны диаграммы предельных напряжений при одновременном действии изгиба и кручения для конструкционных сталей и чугунов. Кривая 1 — дуга круга, и ее уравнение имеет вид:

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1. \quad (3.9)$$

Кривая 2 — дуга эллипса, описываемого уравнением:

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right) + \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \left(2 - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right) + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1. \quad (3.10)$$

Соответствующие условия прочности для симметричного цикла с соблюдением синхронности и синфазности напряжений формулируют по гипотезе наибольших касательных напряжений

$$\sigma_{1a} - \sigma_{3a} = \sigma_{-1} \quad (3.11)$$

и по гипотезе октаэдрических напряжений

$$(\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{3a} - \sigma_{1a})^2 = 2\sigma_{-1}^2. \quad (3.12)$$

При совместном действии растяжения и кручения или изгиба и кручения с поправкой на соотношение величин пределов выносливости условие прочности выражается так:

$$\sqrt{\sigma_a^2 + \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 \tau_a^2} = \sigma_{-1}. \quad (3.13)$$

Это условие совпадает с ранее приведенной экспериментально полученной зависимостью (3.9).

Для материалов мало пластичных и хрупких сопротивление усталости зависит не только от касательных, но также и от нормальных напряжений; условия прочности формулируются по наибольшему касательному напряжению с учетом влияния на разрушение нормальных напряжений

$$\sigma_{1a} - \sigma_{3a} = \sigma_{-1} - \left(2 \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - 1\right) \times (\sigma_{1a} + \sigma_{3a}). \quad (3.14)$$

Последнее условие можно преобразовать для случая совместного действия изгиба и кручения. Имея в виду, что $\sigma_1 + \sigma_3 = \sigma$; $\sigma_1 \sigma_3 = -\tau^2$, получим уравнение

$$\left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right) + \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \left(2 - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right) = 1, \quad (3.15)$$

совпадающее с уравнением (3.10) и хорошо согласующееся с экспериментальными данными для хрупких материалов и сталей высокой прочности.

Экспериментальные данные и условия прочности, изложенные выше, соответствуют случаю синфазного изменения нормальных и касательных напряжений по симметричному циклу.

При сложном напряженном состоянии с изменением компонентов напряжений по асимметричным циклам экспериментальных данных получено мало, и в этом случае следует использовать изложенные выше гипотезы и условия прочности.

3. Факторы, влияющие на сопротивление усталости деталей машин

Пределы выносливости натурных деталей σ_{-1d} , выраженные в номинальных напряжениях, значительно ниже (в ряде случаев в 3—6 раз и более) пределов выносливости стандартных лабораторных образцов σ_{-1} , которые имеют малые размеры ($d_0 = 7-10$ мм), плавные очертания и тщательно полированную поверхность. Коэффициент

$$K_{\sigma D} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1d}} \quad (3.16)$$

характеризует указанное снижение предела выносливости. Это снижение объясняется суммарным влиянием различных конструкционных, технологических и эксплуатационных факторов, одни из которых повышают, другие понижают сопротивление усталости.

Существенное влияние на сопротивление усталости оказывают следующие факторы:

- 1) абсолютные размеры поперечного сечения (масштабный фактор);
- 2) концентрация напряжений;
- 3) качество обработки поверхности;

4) состояние поверхностного слоя: химический состав, механические свойства, остаточные напряжения, зависящие от условий изготовления детали (обезуглероживание, дефекты шлифования, поверхностное упрочнение путем химико-термической обработки, поверхностная закалка, наклеп и т. д.);

5) эксплуатационные факторы (коррозия, температура, частота нагружения и др.).

Влияние абсолютных размеров поперечного сечения на сопротивление усталости

Под масштабным фактором понимают снижение пределов выносливости образцов с ростом их абсолютных размеров. Для оценки влияния масштабного фактора вводят коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения

$$\varepsilon_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}}, \quad (3.17)$$

где σ_{-1d} — предел выносливости гладких образцов диаметром d ; σ_{-1} — предел выносливости гладких лабораторных образцов малого диаметра $d_0 = 7,5$ мм.

На рис. 18, 19 показаны значения коэффициентов ε_{σ} для гладких образ-

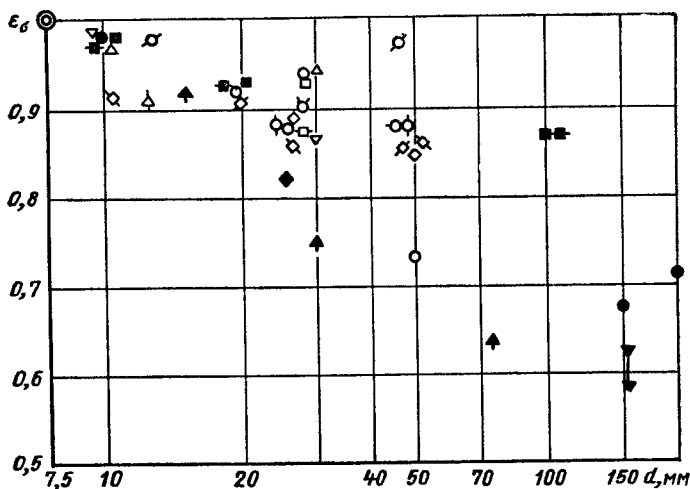


Рис. 18. Коэффициенты влияния абсолютных размеров поперечного сечения при изгибе с вращением для образцов из углеродистой стали без концентрации напряжений

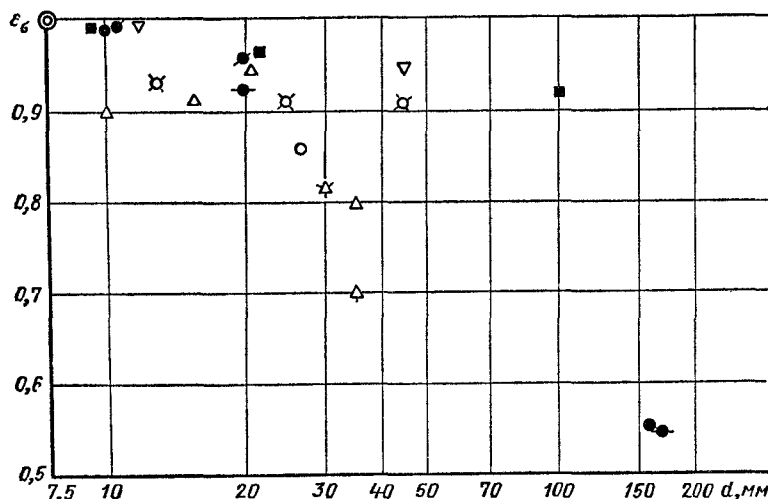


Рис. 19. Коэффициенты влияния абсолютных размеров поперечного сечения при изгибе с вращением для образцов из легированной стали без концентрации напряжений

цов из углеродистой и легированной сталей (соответственно) при изгибе с вращением, на рис. 21 — для образцов из сталей и легких сплавов при растяжении-сжатии и на рис. 20 — при кручении образцов из легированной стали. Эти рисунки построены по результатам исследований различных авторов (источники указаны в работах [45, 48]).

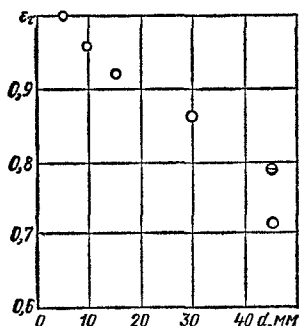


Рис. 20. Коэффициенты влияния абсолютных размеров поперечного сечения при кручении для образцов из легированной стали без концентрации напряжений

Из рисунков следует, что при изгибе и кручении пределы выносливости снижаются (на 30—50 %) с увеличением диаметра до 200 мм; при растяжении-сжатии гладких образцов диаметром до 40 мм размеры существенного влияния не оказывают. Кроме того, имеется значительный разброс величин ϵ_σ , полученных различными исследователями. Этот разброс связан, с одной стороны, с тем, что масштабный фактор изучали, как правило, на сравнительно малом числе образцов без учета рассеяния, и, с другой стороны, с тем, что он в сильной степени зависит от рода материала. У неоднородных металлов, имеющих большое количество дефектов, влияние размеров на выносливость выражено сильнее, чем у металлов однородных с меньшим количеством дефектов.

Так, существенное снижение пределов выносливости с ростом размеров получается у чугунов, для которых характерна большая неоднородность. При этом увеличение размеров поперечного сечения и массивности отливки приводит к резкому снижению характеристик прочности, определяемых на лабораторных образцах, изгото-

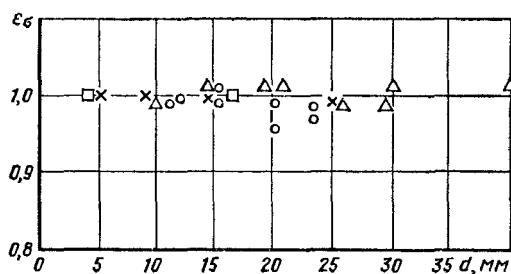


Рис. 21. Коэффициенты влияния абсолютных размеров поперечного сечения при растяжении-сжатии для образцов из сталей и легких сплавов без концентрации напряжений

товленных из отливок различного размера.

На сопротивление усталости влияет также длина образцов [51]. Однако это влияние второстепенное по сравнению с влиянием абсолютных размеров поперечного сечения. Кроме того, при наличии концентрации напряжений происходит локализация места разрушения по длине детали, поэтому влияние длины на сопротивление усталости в практических расчетах не учитывают.

Основные причины, вызывающие снижение пределов выносливости с увеличением размеров детали, следующие:

1) ухудшение качества металла отливки или поковки — металлургический фактор;

2) влияние термической и механической обработки при изготовлении деталей различных размеров — технологический фактор;

3) увеличение вероятности появления опасных дефектов и перенапряженных зерен, что в связи со статистической природой процесса усталостного разрушения приводит к увеличению вероятности разрушения — статистический фактор.

Металлургический фактор связан с тем, что при увеличении размеров отливки или поковки возрастает неоднородность металла, уменьшается степень уковки, затрудняется качественная термическая обработка и т. д. Это приводит к снижению характеристик механических свойств, таких, как σ_B , σ_{-1} и т. п., определенных на стандартных лабораторных образцах, вырезанных из заготовок различных размеров. Например, увеличение размеров стальной заготовки от 20—

30 мм до 200 мм приводит к снижению пределов прочности на 10—15 %.

Влияние второго, технологического, фактора связано с тем, что при механической обработке в поверхностном слое образцов образуется наклеп, повышающий предел выносливости. Но влияние этого фактора незначительно и может быть устранено специальной технологией изготовления образцов, состоящей в последовательном снятии все более тонких слоев металла на окончательных проходах при изготовлении или проведением отжига в вакууме.

Третий, статистический, фактор связан со статистической природой процесса усталостного разрушения. Из-за различной ориентации и очертания зерен, наличия различных фаз, включений, дефектов и т. п. зерна металла напряжены неодинаково. С увеличением напряженного объема количество дефектов и опасно напряженных зерен увеличивается, что приводит к увеличению вероятности разрушения, а следовательно, и к фактическому снижению прочности, что вытекает из статистической теории усталостной прочности (см. гл. 6).

Влияние концентрации напряжений при симметричных циклах

В местах резкого изменения очертаний детали создается местное повышение напряжений и в ряде случаев плоское напряженное состояние на поверхности. На рис. 22 показана эпюра распределения напряжений при растяжении пластинки с боковыми вырезами. Если вычислить напряжения в предположении их равномерного

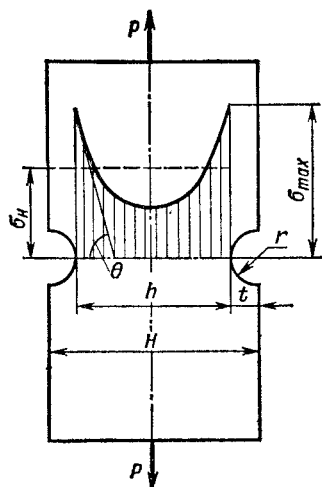


Рис. 22. Распределение напряжений в пластине с боковыми вырезами при растяжении

распределения по сечению, то получится величина

$$\sigma_n = \frac{P}{h\delta},$$

где δ — толщина пластинки.

Напряжения, вычисляемые по элементарным формулам сопротивления материалов без учета концентраций напряжений, т. е. по формулам: при изгибе $\sigma_n = \frac{M}{W}$, при кручении $\tau_n = \frac{M_k}{W_p}$, при растяжении или сжатии $\sigma_n = \frac{P}{F}$, называют номинальными и

отмечают их индексами н. Фактическое напряжение в зоне концентрации у дна выточки $\sigma_{\max}$ значительно больше σ_n . Отношение $\sigma_{\max}/\sigma_n$ характеризует степень концентрации напряжений и называется теоретическим коэффициентом концентрации напряжений при их упругом распределении, обозначаемым α_σ (α_τ для касательных напряжений), т. е.

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n}. \quad (3.18)$$

Распределение напряжений в деталях сложной формы и значения вели-

чин α_σ находят либо теоретически на основе методов теории упругости, либо экспериментально методом фотоупругости, тензометрированием и другими методами [27, 62, 75]. Величины теоретических коэффициентов концентрации для ряда деталей можно определить по графикам и номограммам, приведенным в гл. 11.

Сопротивление усталости деталей зависит не только от величины коэффициента α_σ , но и от скорости убывания напряжений по мере углубления внутрь металла. Эта скорость может быть охарактеризована тангенсом угла наклона касательной к эпюре распределения напряжений у поверхности, который равен производной $d\sigma/dx$, где x — расстояние от поверхности до некоторой точки поперечного сечения, взятое по радиусу.

Тогда (см. рис. 22)

$$G = \frac{d\sigma}{dx} = \operatorname{tg} \theta.$$

Величина G называется градиентом напряжений и имеет размерность $\frac{\text{кгс/мм}^2}{\text{мм}}$. Градиент напряжений увеличивается с ростом $\sigma_{\max}$, а также с уменьшением радиуса закругления в зоне концентрации, диаметра образца d или ширины пластинки b .

В дальнейшем используется относительный градиент $\bar{G}$ (1/мм) первого главного напряжения (направленного вдоль оси бруса)

$$\bar{G} = \frac{G}{\sigma_{\max}} = \frac{1}{\sigma_{\max}} \left[\frac{d\sigma}{dx} \right]_{x=0} \text{ мм.} \quad (3.19)$$

Значения α_σ и $\bar{G}$ для ряда деталей с концентрацией напряжений могут быть найдены с помощью теоретических решений Нейбера [27].

Например, для образцов с глубокой гиперболической выточкой ($d = 2a$ — диаметр в рабочем сечении, ρ — радиус кривизны на дне выточки, $1/m$ — коэффициент Пуассона): при изгибе

$$\alpha_\sigma = \frac{3}{4N} \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 1 \right) \left[3 \frac{a}{\rho} - \left(1 - \frac{2}{m} \right) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 4 + \frac{1}{m} \right], \quad (3.20)$$

где

$$N = 3 \left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) + \left(1 + \frac{4}{m} \right) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + \frac{1}{1 + \frac{1}{m}} + \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1}};$$

при растяжении или сжатии

$$\alpha_{\sigma} = \frac{1}{2N} \left(\sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 1 \right) \left[2 \left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) - \left(1 - \frac{2}{m} \right) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 1 \right]^*, \quad (3.21)$$

где

$$N = \frac{a}{\rho} + \frac{2}{m} \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 2.$$

Относительные градиенты первого главного напряжения на дне глубокой гиперболической выточки тела вращения при изгибе найдены путем дифференцирования соответствующего решения Нейбера

$$\bar{G} = \frac{2 + \chi}{\rho} + \frac{1}{a}, \quad (3.22)$$

где

$$\chi = \frac{\rho}{a} \left[1 - \frac{\left(\frac{a}{\rho} + 1 \right) \left[4 + \frac{1}{m} - \left(1 - \frac{2}{m} \right) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} \right]}{3 \frac{a}{\rho} - \left(1 - \frac{2}{m} \right) \sqrt{\frac{a}{\rho} + 1} + 4 + \frac{1}{m}} \right]. \quad (3.23)$$

Расчет показывает, что при $\frac{a}{\rho} > 1$ величина χ мала и ею можно пренебречь. Тогда

$$\bar{G} \cong \frac{2}{\rho} + \frac{1}{a}. \quad (3.24)$$

Формулы для определения $\bar{G}$ приведены в гл. 11.

Фактическое снижение пределов выносливости вследствие влияния концентрации напряжений оценивается эффективными коэффициентами концентрации K_{σ} , под которыми понимается отношение предела выносливости

образцов без концентрации σ_{-1} к пределу выносливости образцов с концентрацией напряжений $\sigma_{-1к}$, имеющих такие же абсолютные размеры сечений, т. е.

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1к}}. \quad (3.25)$$

Эффективные коэффициенты концентрации K_{σ} обычно имеют меньшие значения, чем коэффициенты концентрации при упругом распределении напряжений α_{σ} . Оценить эту разницу можно с помощью коэффициентов чувствительности материала к концентрации напряжений [75, 76]:

$$q_{\sigma} = \frac{K_{\sigma} - 1}{\alpha_{\sigma} - 1}. \quad (3.26)$$

Если $K_{\sigma} = 1$, т. е. концентрация напряжений не вызывает снижения пределов выносливости, то $q_{\sigma} = 0$; в этом случае материал не чувствителен к концентрации напряжений.

Если же $K_{\sigma} = \alpha_{\sigma}$, то $q_{\sigma} = 1$; в этом случае материал обладает полной чувствительностью к концентрации напряжений.

Значения q_{σ} зависят, прежде всего,

от свойств материала. Так, например, для сталей с увеличением предела прочности они возрастают. У крупнозернистых сталей значения q_{σ} меньше, чем у мелкозернистых. Металлы и сплавы с неоднородной структурой (серый чугун и т. п.) имеют пониженную чувствительность к концентрации напряжений вследствие того, что структурная неоднородность является внутренним источником концентрации напряжений, снижающим предел выносливости. Однако для высокопрочных чугунов с шаровидным графитом значения q_{σ} достаточно высокие.

Коэффициенты чувствительности металла к концентрации напряжений зависят не только от свойств металла, но и от распределения напряжений,

* В работе [27] (стр. 104) соответствующая формула (59) приведена с ошибками.

в частности, от градиентов напряжений, а также от абсолютных размеров детали и от других факторов. С уменьшением радиуса кривизны, а следовательно, с увеличением градиента напряжений, значение q_σ падает. При увеличении абсолютных размеров поперечного сечения градиенты напряжений уменьшаются, поэтому чувствительность к концентрации напряжений возрастает. Из сказанного следует, что коэффициенты чувствительности металла к концентрации напряжений являются характеристиками ограниченной достоверности, поэтому в расчетах на прочность использовать их не рекомендуется.

Многие авторы предлагали формулы для оценки эффективных коэффициентов концентрации по известным теоретическим значениям α_σ .

Например, Нейбер, рассматривая задачи теории упругости для тел с остроугольными выточками, ввел поправку, осредняя напряжения у дна выточки на весьма малом, но конечном участке длины, соответствующем некоторой частичке металла (зерну или блоку зерен), получил формулу, связывающую «технический» коэффициент концентрации α_k , который следует рассматривать как эффективный, и теоретический коэффициент α_σ [27]

$$K_\sigma = \alpha_k = 1 + \frac{\alpha_\sigma - 1}{1 + \frac{\pi}{\pi - \omega} \sqrt{\frac{\rho'}{r}}}, \quad (3.27)$$

где ρ' — константа материала; r — радиус закругления у дна выточки; ω — угол раствора выточки.

Аналогичное уравнение получено в работе [72], где постоянную $A = \rho'$ определяют из опытов.

На основе анализа большого числа экспериментальных данных получена зависимость величины $\sqrt{A}$ от предела прочности стали, представленная на рис. 23 [72], а также найдено, что для сплавов 24 S — T и 75 S — T (аналоги отечественных сплавов Д16 и В95, соответственно) значение постоянной A одинаково равно 0,508 мм (значение постоянной ρ' , найденной Нейбером, составляет 0,48 мм).

Уравнения (3.26) — (3.27) приводят к отклонениям до $\pm 20\%$ от экспери-

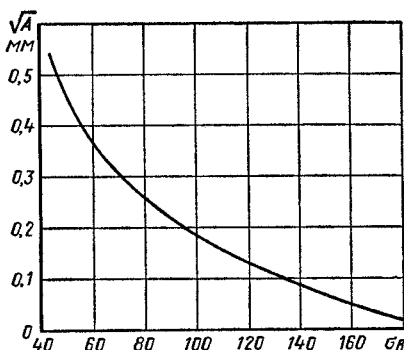


Рис. 23. Зависимость величины $\sqrt{A}$ от предела прочности стали

ментальных данных и более. Другим существенным недостатком указанных формул является то, что они не отражают влияние абсолютных размеров поперечного сечения на эффективность концентрации напряжений и поэтому могут приводить к значительным отклонениям для деталей больших размеров. Кроме того, эти формулы не отражают статистических закономерностей совместного влияния концентрации напряжений и масштабного фактора.

Влияние концентрации напряжений, размеров и формы поперечного сечения, вида нагружения на величину предела выносливости хорошо объясняется и количественно описывается статистической теорией подобия усталостного разрушения [20, 17, 18, 26] (см. гл. 6).

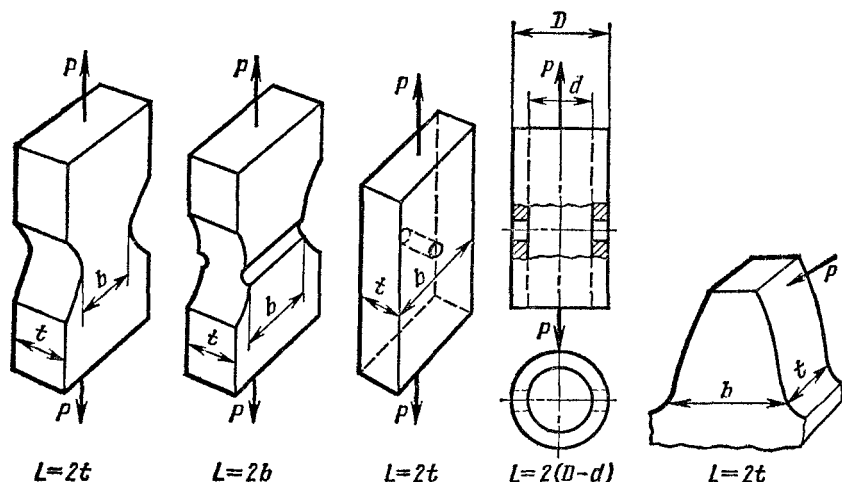
Из этой теории вытекает следующее уравнение для определения величины отношения K_σ/ϵ_σ (по средним значениям):

$$\frac{K_\sigma}{\epsilon_\sigma} = \frac{\alpha_\sigma}{F\left(\epsilon_\infty, \frac{L}{G}, \nu_\sigma\right)}, \quad (3.28)$$

где

$$F\left(\epsilon_\infty, \frac{L}{G}, \nu_\sigma\right) = \epsilon_\infty + (1 - \epsilon_\infty) \times \left(\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{G}\right)^{-\nu_\sigma}. \quad (3.29)$$

Здесь ϵ_∞ — предельное значение, к которому стремится ϵ_σ , определяемый по уравнению (3.17) при $d \rightarrow \infty$. Как показывает анализ опытных дан-

Рис. 24. Схемы к определению L

ных для конструкционных сталей, легких деформируемых сплавов, чугунов с шаровидным графитом $\epsilon_{\infty} \approx 0,5$; для легких литых сплавов $\epsilon_{\infty} \approx 0,4$ [18]; L — периметр или часть периметра рабочего сечения детали, прилегающая к зоне повышенной напряженности; при изгибе с вращением, или при кручении, растяжении-сжатии круглых деталей с капавками, галтелями и т. п. $L = \pi d$; при изгибе бруса прямоугольного сечения $L = 2b$; для некоторых других случаев схемы для определения L показаны на рис. 24; ν_{σ} — постоянная для данного материала величина, характеризующая чувствительность материала к концентрации напряжений и размерам сечений; с ростом ν_{σ} уменьшается чувствительность к концентрации напряжений и усиливается влияние размеров сечений (см. гл. 6). Для углеродистых сталей $\nu_{\sigma} = 0,1 \div 0,18$, для легированных $\nu_{\sigma} = 0,04 \div 0,12$.

Для алюминиевых деформируемых сплавов АВТ, В95, АД33 $\nu_{\sigma} = 0,08 \div 0,09$; для сплава Д16 $\nu_{\sigma} = 0,20$. Для магниевого деформируемого сплава ВМ65-1 $\nu_{\sigma} = 0,1$. Для магниевого литейного сплава МЛ5 $\nu_{\sigma} = 0,30$.

Аналогичное уравнению (3.28) получается уравнение и для кручения стержней круглого сечения (при за-

менс букв σ на τ). Значения ν_{τ} обычно в 1,5—2,0 раза выше, чем ν_{σ} .

При $\epsilon_{\infty} = 0,5$ графики функций $F\left(\epsilon_{\infty}, \frac{L}{G}, \nu_{\sigma}\right)$ представлены на рис. 25.

Формула (3.28) эквивалентна уравнению

$$\sigma_{-1d} = \frac{\sigma_{-1}}{\alpha_{\sigma}} F\left(\epsilon_{\infty}, \frac{L}{G}, \nu_{\sigma}\right), \quad (3.30)$$

по которому может быть найден предел выносливости детали.

Из уравнения (3.28) вытекают также формулы для коэффициентов K_{σ} и ϵ_{σ} :

$$\epsilon_{\sigma} = F\left[\epsilon_{\infty}; \left(\frac{L}{G}\right)_{\text{гл}}, \nu_{\sigma}\right]; \quad (3.31)$$

$$K_{\sigma} = \frac{\alpha_{\sigma} \epsilon_{\sigma}}{F\left(\epsilon_{\infty}, \frac{L}{G}, \nu_{\sigma}\right)}, \quad (3.31a)$$

где $\left(\frac{L}{G}\right)_{\text{гл}} = \frac{\pi d}{2} = \frac{\pi d^2}{2}$ — значение $\frac{L}{G}$

для гладкого вала диаметром d .

Коэффициент $K_{\sigma D}$ определяют по формуле:

$$K_{\sigma D} = \left(\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1\right) \frac{1}{\beta_{\text{уп}}}, \quad (3.32)$$

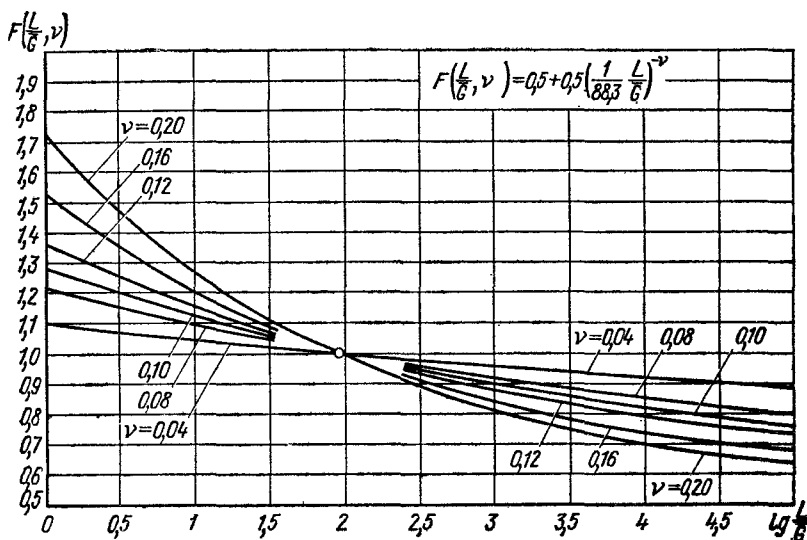


Рис. 25. Графики функций $F\left(\frac{L}{G}, \nu_\sigma\right)$

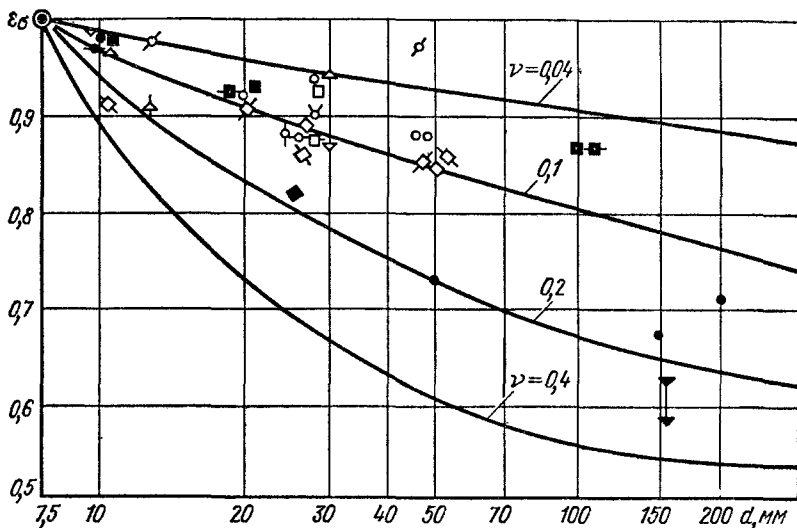


Рис. 26. Кривые, построенные по уравнению (3.31) при $\epsilon_\infty = 0.5$ и различных значениях ν_σ и результаты эксперимента

где β и $\beta_{\text{упр}}$ — коэффициенты, учитывающие влияние состояния поверхности и поверхностного упрочнения на предел выносливости. Учет влияния качества обработки поверхности в форме уравнения (3.32) предложен на основании данных работы [5].

Кривые, построенные по уравнению (3.31) при $\epsilon_{\infty} = 0,5$ $v_{\sigma} = 0,04; 01; 02; 04$ в зависимости от диаметра d представлены на рис. 26 вместе с экспериментальными данными. Из рисунка следует, что с ростом v_{σ} усиливается масштабный эффект. Наибольшая часть экспериментальных данных соответствует диапазону изменения $v_{\sigma} = 0,04 \div 0,2$; при значении $v_{\sigma} = 0,4$ кривая масштабного фактора не соответствует опытным данным.

Подставляя уравнения (3.31), (3.30), (3.29) в уравнение (3.28) и делая элементарные преобразования, получим

$$\lg(\xi - 1) = -v_{\sigma} \left(\lg \frac{L}{G} - 1,946 \right) \quad (3.33)$$

или

$$\lg(\sigma_{\text{max}} - u) = A_L - B \lg \frac{L}{G},$$

где $u = \epsilon_{\infty} \sigma_{-1}$ — предел выносливости гладкого вала диаметром $d \rightarrow \infty$; $\sigma_{\text{max}} = \sigma_n \alpha_{\sigma}$ — максимальное напряжение в зоне концентрации, соответствующее пределу выносливости;

$$\xi = \frac{\sigma_{\text{max}}}{u}; \quad A_L = \lg u + 1,946 v_{\sigma}; \quad B = v_{\sigma}.$$

В координатах $\lg(\xi - 1) - \lg \frac{L}{G}$ кривые, построенные по уравнению (3.33), представляют собой пучок прямых,

проходящих через точку с координатами $\lg(\xi - 1) = 0$ и $\lg \frac{L}{G} = 1,946$.

Угол наклона прямой к оси абсцисс определяется значением постоянной v_{σ} .

Влияние концентрации напряжений при асимметричных циклах

Для выяснения влияния концентрации напряжений на выносливость при асимметричных циклах производят усталостные испытания, по результатам которых строят диаграмму предельных напряжений.

На рис. 27 показаны диаграммы предельных напряжений при асимметричных циклах для случая растяжения-сжатия образцов с концентрацией напряжений (кривая 2) и гладких образцов из той же стали (кривая 1) [58].

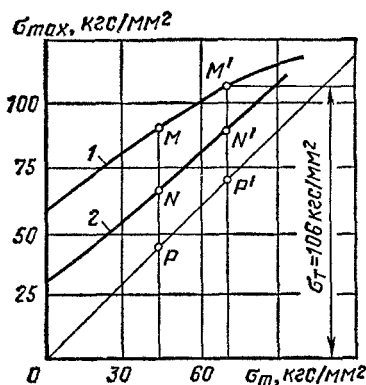


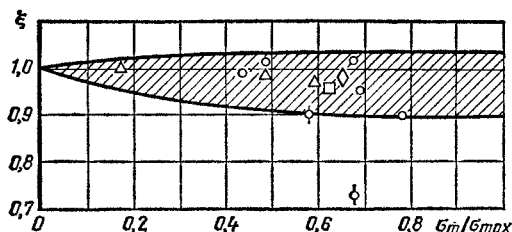
Рис. 27. Диаграммы предельных напряжений [58]

Таблица 1

Подсчет значений ξ при различных значениях σ_m

σ_m в кгс/мм²	$\sigma_{\text{max } 1}$ (кривая 1), в кгс/мм²	$\sigma_{\text{max } 2}$ (кривая 2), в кгс/мм²	$\sigma_n = \sigma_{\text{max } 1} - \sigma_m$	$\sigma_{n \kappa} = \sigma_{\text{max } 2} - \sigma_m$	$\frac{\sigma_m}{\sigma_{\text{max } 1}}$	$\frac{\sigma_n}{\sigma_{n \kappa}}$	$\xi = \frac{\sigma_n / \sigma_{n \kappa}}{\sigma_{-1} / \sigma_{-1 \kappa}}$
0	58	29	58	29	0	2	1
45	90	67	45	22	0,5	2,05	1,02
70	105	87,5	35	17,5	0,66	2	1

Рис. 28. Влияние концентрации напряжений на предельные амплитуды напряжений при асимметричных циклах растяжения-сжатия



Для анализа приведенных данных вычислим значения отношений предельной амплитуды σ_a по кривой 1 (гладкий образец) к предельной амплитуде $\sigma_{ак}$ по кривой 2 (образец с концентрацией напряжений), соответствующие различным средним напряжениям. Предельные амплитуды равны разности ординат кривых 1 или 2 и прямой, проведенной под углом 45° к оси абсцисс.

Так, для $\sigma_m = 45 \text{ кгс/мм}^2$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ак}} = \frac{MP}{NP} = \frac{45}{22} = 2,05.$$

Значения этих отношений при различных σ_m приведены в табл. 1.

Отношение $\frac{\sigma_m}{\sigma_{max}}$ характеризует степень асимметрии цикла; отношение $\sigma_a/\sigma_{ак}$ (или в относительных величинах, приведенных к симметричному циклу, $\frac{\sigma_a/\sigma_{ак}}{\sigma_{-1}/\sigma_{-1к}} = \frac{(K_\sigma)_r}{(K_\sigma)_{-1}} = \xi$) характеризует влияние концентрации напряжений на снижение предельной амплитуды при асимметричном цикле.

На рис. 28, 29 приведены диаграммы, характеризующие влияние concentra-

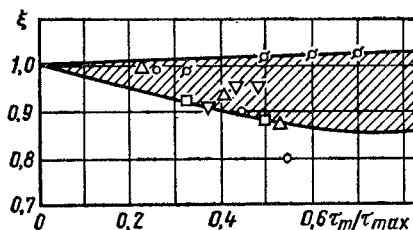


Рис. 29. Влияние концентрации напряжений на предельные амплитуды напряжений при асимметричных циклах кручения

ции напряжений на предельные амплитуды напряжений.

Из приведенных диаграмм следует, что величина ξ почти не изменяется, т. е. мало зависит от отношения $\frac{\sigma_m}{\sigma_{max}}$ (асимметрии цикла). Поэтому можно считать экспериментально установленным, что отношение предельных амплитуд гладких образцов и образцов с концентрацией, соответствующих одному и тому же среднему напряжению σ_m , не зависит от асимметрии цикла. Это положение используют при расчете деталей машин на выносливость.

Следует особо отметить случай кручения вала с поперечным отверстием. На рис. 30 показаны диаграммы предельных напряжений для гладкого образца (кривая 1) и для образца с поперечным отверстием (кривая 2)

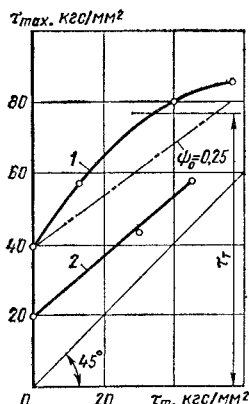


Рис. 30. Диаграммы предельных напряжений при асимметричных циклах кручения для гладких образцов (кривая 1) и для образцов с поперечным отверстием (кривая 2)

при знакопеременном кручении. Из рисунка следует, что предельная амплитуда для гладкого образца при кручении не только не уменьшается с ростом асимметрии, а, наоборот, до определенного значения τ_m несколько увеличивается. Это можно объяснить упрочняющим влиянием наклепа, возникающего от действия постоянной составляющей касательного напряжения τ_m , а также вследствие перераспределения напряжений за пределом упругости по сечению образца. При изгибе или растяжении-сжатии влияние наклепа сказывается меньше, так как доля касательных напряжений при этих видах напряженного состояния мала (при изгибе или растяжении-

сжатии $\frac{\tau_{\max}}{\sigma_{\max}} = 0,5$, а при кручении

$\frac{\tau_{\max}}{\sigma_{\max}} = 1$). Поэтому при изгибе или растяжении-сжатии предельные амплитуды падают с ростом асимметрии. Для сравнения на рис. 30 проведена штриховая линия, соответствующая значению

$$\psi_{\sigma} = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} = 0,25,$$

где σ_0 — предел выносливости при пульсационном цикле.

В случае кручения вала с отверстием усталостное разрушение начинается в точках, в которых действуют наибольшие по величине нормальные напряжения. В этих точках напряженное состояние линейное и поэтому

$$\frac{\tau_{\max}}{\sigma_{\max}} = 0,5.$$

На рис. 31 показана эпюра распределения нормальных напряжений вокруг отверстия, где буквой a обозначены точки, в которых действуют наибольшие по величине нормальные напряжения.

Следовательно, при кручении вала с отверстием условия разрушения по краю отверстия подобны условиям разрушения при растяжении-сжатии или изгибе гладкого образца (предельная амплитуда уменьшается с ростом асимметрии).

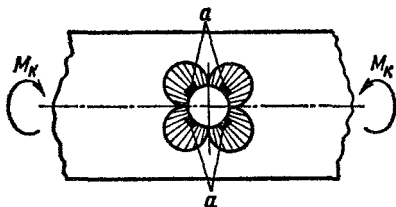


Рис. 31. Распределение напряжений по контуру отверстия при кручении вала

При сопоставлении кривой предельных напряжений при кручении вала с отверстием (кривая 2 на рис. 30) с предельной кривой для гладкого образца, полученной при линейном напряженном состоянии, соответствующем разрушению у края отверстия при кручении, можно видеть, что предельные амплитуды не изменяются с ростом асимметрии.

Влияние концентрации напряжений при сложном напряженном состоянии

Для оценки влияния концентрации напряжений при изгибе с кручением производили соответствующие усталостные испытания на машине, позволяющей создавать одновременное нагружение образца крутящими и изгибающими моментами при различных их соотношениях.

Результаты экспериментов при синфазном изменении нормальных и касательных напряжений по симметричным циклам показаны на рис. 32, 33, где $\sigma_{-1к}$, $\tau_{-1к}$ — пределы выносливости при симметричном цикле для образцов с концентрацией только при изгибе и только при кручении, соответственно; $\sigma_{ак}$, $\tau_{ак}$ — предельные амплитуды напряжений для образцов с концентрацией при одновременном действии изгиба и кручения [68].

Большая часть экспериментальных данных соответствует зависимостям, полученным для гладких образцов (см. рис. 17), а именно эллиптической зависимости

$$\left(\frac{\sigma_{ак}}{\sigma_{-1к}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ак}}{\tau_{-1к}}\right)^2 = 1. \quad (3.34)$$

Как показал С. В. Серенсен, некоторые результаты лучше соответствуют

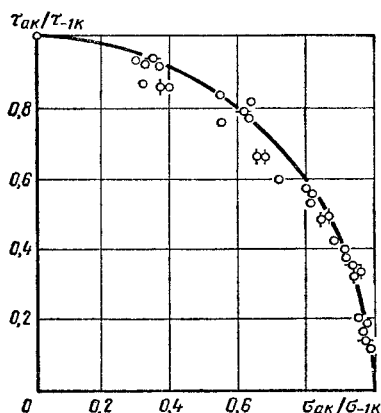


Рис. 32. Сопротивление усталости образцов с концентрацией напряжений при совместном изгибе и кручении при симметричном цикле [68]

зависимости, вытекающей из условия прочности Мора:

$$\left(\frac{\tau_{ak}}{\tau_{1k}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{ak}}{\sigma_{1k}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{1k}}{\tau_{1k}} - 1\right) + \frac{\sigma_{ak}}{\sigma_{1k}} \left(2 - \frac{\sigma_{1k}}{\tau_{1k}}\right) = 1. \quad (3.35)$$

При использовании зависимости (3.34) отклонение опытных значений не превышает 8—12% по всем экспериментальным данным. Поэтому ее можно

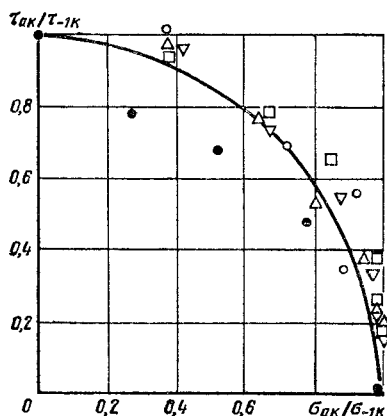


Рис. 33. Сопротивление усталости образцов с поперечными отверстиями при совместном изгибе и кручении при симметричном цикле [68]

использовать для практических расчетов стальных деталей, учитывая, что такого же порядка неточности допускаются в определении пределов выносливости и коэффициентов концентрации.

Указанная неточность при использовании зависимости (3.34) может быть скорректирована введением поправочного коэффициента.

Особо следует рассмотреть случай совместного действия изгиба и кручения вала с поперечным отверстием.

В этом случае наибольшие напряжения от кручения действуют в точке, не совпадающей с точкой действия наибольших напряжений от изгиба. Поэтому необходимо учитывать фактическое распределение напряжений по краю отверстий и ввести необходимые поправки в величины нормальных напряжений.

С учетом поправки опытные данные хорошо согласуются с зависимостью, показанной на рис. 33.

Для чугунов и других хрупких материалов необходимо использовать условия прочности (3.35).

Влияние посадок и коррозии трения в местах контакта

При напрессовке на вал или ось каких-либо деталей (шестерен, шкивов, подшипников качения и т. п.) резко снижается сопротивление усталости вала или оси, причем зарождение усталостной трещины начинается около края поверхности контакта соприкасающихся поверхностей. Например, предел выносливости пластин высотой 200 мм в зоне контакта снижается более чем в 3 раза (с 14,5 до 4,5 кгс/мм²) [23].

Пределы выносливости железнодорожных осей с напрессованным колесом и их моделей даны в табл. 2.

Причинами столь резкого снижения пределов выносливости при посадках являются в основном концентрация напряжений у края поверхности контакта и наличие так называемой коррозии трения, связанной с электроэрозийным повреждением и механическим истиранием поверхности.

При циклическом деформировании детали с посадкой имеется небольшое (порядка $1 \cdot 10^{-6}$ мм) скольжение поверх-

Таблица 2

Сопротивление усталости натуральных железнодорожных осей и их моделей [70]

Материал	Тип и диаметр образца, мм	Обкатка	$\sigma_{\text{уд}}$, кгс/мм ²	
			по излому	по трещинообразованию
Никелевая сталь (0,24% С, 3,1% Ni) $\sigma_B = 65$ кгс/мм ² $\sigma_T = 45$ кгс/мм ²	Ось, $\varnothing 292$	Нет Есть	— 13,35	7,4 7,4
	Модель оси, 47	Нет	12,3	7,0
Сталь марки SAE1050 $\sigma_B = 65$ кгс/мм ² $\sigma_T = 32,5$ кгс/мм ²	Ось, $\varnothing 241$	Нет Есть	7,8 15,6	> 3,5 4,95

ностей соприкасающихся деталей. Сочетание определенной пары металлов и наличие циклического скольжения приводит к образованию коррозии, электроэрозионного разрушения и механического истирания на соприкасающихся поверхностях, что способствует развитию трещин коррозионной усталости даже при весьма низких напряжениях. Однако при низких напряжениях скорость развития этих трещин настолько мала, что не приводит к их увеличению даже при весьма большом числе циклов. Поэтому сопротивление усталости деталей с напрессовками можно характеризовать двумя пределами выносливости: по раз-

рушению и по началу образования неразвивающихся трещин.

На рис. 34 показаны ось с напрессованным колесом и результаты испытания на усталость осей диаметром 241 мм при консольном изгибе с вращением; материал осей — сталь, близкая к стали марки Ст5. Механические свойства: $\sigma_B = 64$ кгс/мм², $\sigma_T = 35$ кгс/мм², $\psi = 48\%$. Оси проходили нормализацию и отпуск.

По поверхности А колесо болтами прикрепляется к планшайбе, соединенной со шпинделем испытательной машины. Черные точки (см. рис. 34) соответствуют осям, сломавшимся в процессе испытания. Белые точки соот-

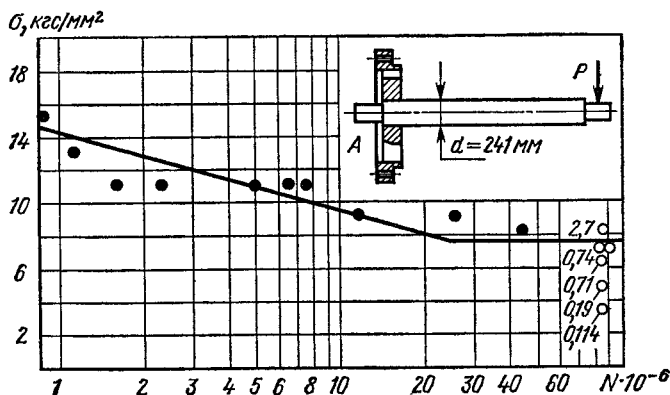


Рис. 34. Кривая усталости железнодорожной оси при изгибе с вращением по данным Хоргера [70]

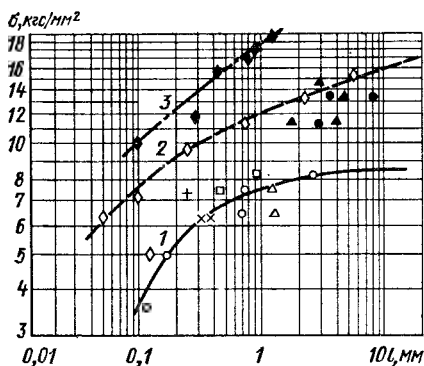


Рис. 35. Зависимость глубины усталостной трещины от напряжений при испытании на усталость по данным Хорнера [71] (кривые 1, 2) и Сова А. М. [35] (кривая 3):

1 — ося, $d = 241$ мм без обкатки после 85 млн. циклов; 2 — ося, $d = 241$ мм с обкаткой после 85 млн. циклов; 3 — модели осей, $d = 55$ мм, сталь 40, после 250 млн. циклов с обкаткой

ветствуют несломавшимся осям, но имеющим трещины усталости. Цифры около белых точек показывают глубину трещин в мм. Следовательно, даже при весьма низких напряжениях ($3,5$ кгс/мм²) образуются трещины усталости, не развивающиеся до опасных размеров при числе циклов до 85 млн. Предел выносливости по разрушению равен $7,7$ кгс/мм², а предел выносливости по началу образования трещин — примерно $3,5$ кгс/мм². Максимальная глубина трещин (в мм) после 85 млн. циклов действия переменных напряжений в зависимости от напряжения при испытании показана на рис. 35.

Точки соответствуют испытаниям осей диаметром $d = 241$ мм из различных сталей. Точки в виде белых ромбов соответствуют осям, обкатанным роликом, черные точки — осям, прошедшим специальную термическую обработку, в результате которой в поверхностных слоях осей созданы значительные сжимающие остаточные напряжения. Штриховая линия соответствует осям, имеющим в поверхностном слое остаточные напряжения сжатия, а сплошная линия — осям без остаточных напряжений.

Черными ромбами (штрих-пунктирной линией) обозначены результаты испытаний моделей осей, обкатанных роликами и испытанных до 250 млн. циклов. Диаметр моделей осей равен 55 мм, материал — сталь марки 40.

У осей без специальной поверхностной обработки (кривая 1 на рис. 35) при напряжениях $8,0$ — $8,5$ кгс/мм² глубина трещины становится настолько большой, что вызывает окончательное разрушение оси. При наличии остаточных сжимающих напряжений в поверхностном слое глубина трещин при таких же напряжениях значительно меньше.

При использовании методов поверхностного упрочнения (накатки роликом, цементации и т. п.) пределы выносливости деталей с напрессовками значительно возрастают (в 2—3 раза и более).

Снижение сопротивления усталости в местах контакта существенно зависит от удельного давления между соприкасающимися поверхностями. С увеличением удельного давления увеличивается концентрация напряжений, что приводит к существенному снижению пределов выносливости, но при увеличении удельного давления до 3 — 4 кгс/мм² дальнейшего снижения практически не наблюдается.

Для уменьшения концентрации напряжений применяют конструктивные меры, повышающие предел выносливости. Так, канавка на торце ступицы или утолщение подступичной части приводит к повышению пределов выносливости вала на 30% (рис. 36, б) и на 70—90% (рис. 36, в) по сравнению со случаем, изображенным на рис. 36, а. Коррозия трения зависит от материала ступицы и вала. Прокладки из прессишпана, цинка, меди, алюминия и т. д., уменьшающие коррозию трения и электроэрозионное разрушение, повышают пределы выносливости.

Прокладки повышают предел выносливости до 60% по излому и до 75% по трещинообразованию.

Для расчета на прочность валов с напрессовками следует использовать значение коэффициентов $K_{\sigma D} = \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}}$,

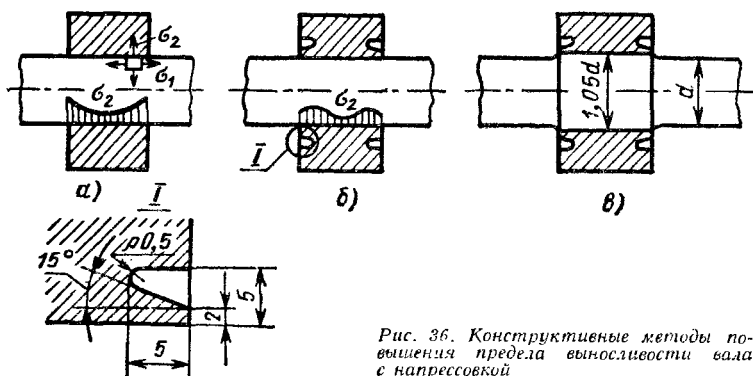


Рис. 36. Конструктивные методы повышения предела выносливости вала с напессовкой

представленных на графиках в гл. 11, построенных на основе обработки ряда экспериментальных данных.

Влияние частоты испытаний

При испытании в условиях нормальной температуры и отсутствия коррозии с ростом частоты испытаний несколько возрастают величины пределов выносливости и число циклов до разрушения образцов.

На рис. 37 показана зависимость пределов выносливости от частоты испытаний, построенная по результатам исследования различных авторов (источники указаны в работе [48]), из которой следует, что увеличение частоты от 30–50 до 1000 Гц приводит к повышению пределов выносливости на 10–20%). В работе

[71] получено повышение на 13% предела выносливости алюминиевого сплава и в 4,5 раза числа циклов до разрушения при увеличении частоты испытания от 25 до 3835 Гц.

При переходе от средних (2000–3000 циклов в минуту) к весьма низким частотам (10–15 циклов в минуту) получается существенное снижение долговечности и пределов ограниченной выносливости, что, в частности, вытекает из рис. 38 [11], на котором показаны кривые усталости сплава Д16.

Снижение частоты нагружения от 2250–4750 до 7,6 цикла в минуту приводит к уменьшению долговечности в 4–8 раз (при напряжении $\sigma = 22 \div 24 \text{ кгс/мм}^2$) и снижению предела ограниченной выносливости на 10–15%.

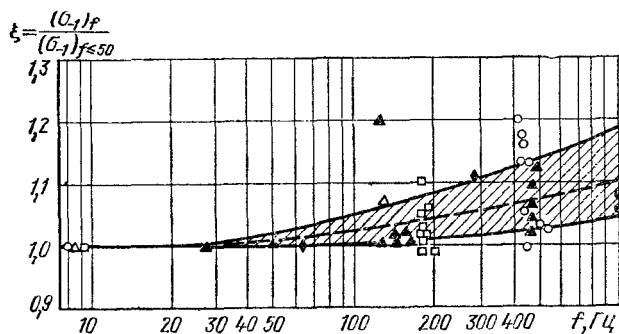


Рис. 37. Влияние частоты испытаний на величину предела выносливости

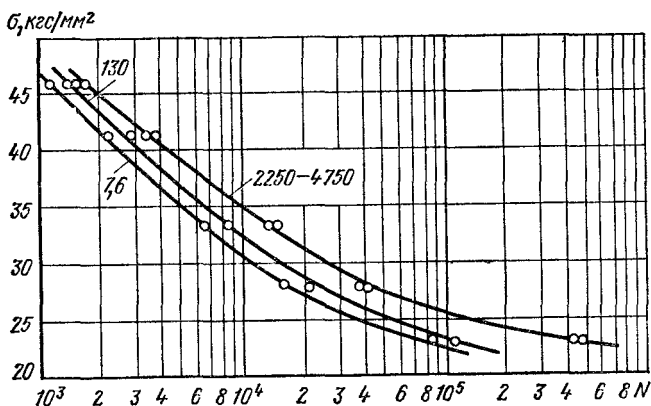


Рис. 38. Кривые усталости для сплава марки Д16 [11]

Особенно существенное влияние на сопротивление усталости оказывает частота нагружения в том случае, когда одновременно действуют коррозия, повышенная температура и т. д., влияние которых связано с продолжительностью их воздействия на испытуемый образец.

Влияние качества обработки поверхности

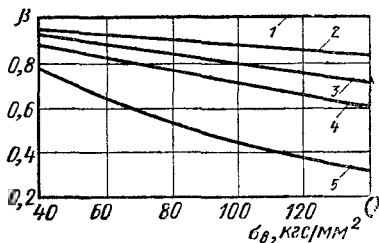
Зарождение усталостной трещины начинается с поверхности вследствие того, что на поверхности возникают наибольшие напряжения при изгибе, кручении, при наличии концентраций напряжений и различных дефектов поверхности. Поэтому качество обработки поверхности оказывает очень сильное влияние на сопротивление усталости. На рис. 39 показаны экспериментально найденные кривые, характеризующие изменение предела выносливости образцов вследствие различного качества обработки поверхности. По оси абсцисс на этом графике отложен предел прочности стали σ_B , по оси ординат — коэффициент β , характеризующий влияние качества обработки поверхности на предел выносливости

$$\beta = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}}, \quad (3.36)$$

где σ'_{-1} — предел выносливости образцов с данным качеством обработки

поверхности; σ_{-1} — предел выносливости тщательно полированных образцов.

Снижение предела выносливости тем больше, чем выше предел прочности стали. В случае грубого точения снижение предела выносливости оказывается очень большим и доходит до 40% при пределе прочности $\sigma_B = 125$ кгс/мм². Наличие окалины приводит к более резкому снижению предела выносливости. Поэтому в случае использования высокопрочных легированных сталей детали должны иметь тщательно шлифованную или полированную поверхность; в противном случае теряется смысл применения дорогих легированных сталей. Это подтверждается зависимостью пределов выносливости от пределов прочности сталей при различном качестве обра-

Рис. 39. Влияние состояния поверхности на предел выносливости:
1 — полировка; 2 — шлифование; 3 — тонкое точение; 4 — грубое точение; 5 — наличие окалины

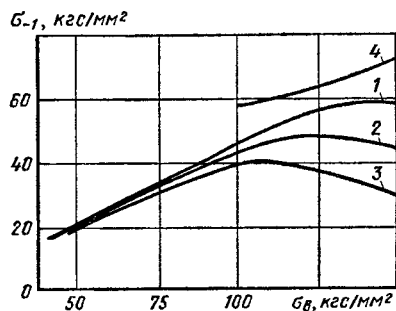


Рис. 40. Зависимость предела выносливости от предела прочности стали при: 1 — полировании; 2 — тщательном шлифовании; 3 — грубом шлифовании; 4 — обдувке дробью [48]

ботки поверхности (рис. 40). При грубом шлифовании предел выносливости стали с пределом прочности 150 кгс/мм^2 оказывается таким же, как у стали с $\sigma_b = 75 \text{ кгс/мм}^2$ (рис. 40).

Аналогичное влияние качества обработки поверхности на предел выносливости свойственно и другим металлам и сплавам, в частности легким сплавам [82]. Так, для лабораторных образцов, выточенных из дюралюмина, коэффициент $\beta = 0,85 \div 0,9$ (т. е. снижение предела выносливости у точеных образцов по сравнению с полированными составляет 15—10%); для образцов из магниевых сплавов при обточке $\beta = 0,7 \div 0,8$; для деталей из легких сплавов, содержащих на поверхности литейную корку, окалину и другие дефекты литья, прессования или прокатки, $\beta = 0,5 \div 0,75$; при обдувке песком или дробью литейной или прокатной корки $\beta = 0,8 \div 1,0$.

Некоторые виды маркировки резко снижают выносливость деталей машин. Например, нанесение клейма на образцы толщиной 4 мм из алюминиевых или магниевых сплавов снижает их предел выносливости на 30%. При написании цифр электрокарандашом коэффициент β для стали, дюралюмина и электрона соответственно составит 0,88; 0,8 и 0,57. Вытравливание цифр не снижает предела выносливости образцов из указанных выше материалов.

Особенно чувствительны к качеству обработки поверхности титановые спла-

вы, для которых снижение предела выносливости точеных образцов по сравнению со шлифованными составляет 33% при нормальной температуре и 28% при $t = 400^\circ \text{C}$ [40].

На сопротивление усталости образцов при токарной обработке могут оказывать существенное влияние режимы точения (подача, глубина резания, скорость резания, износ резца и т. д.) [15, 40, 48, 82]. Особенно резкое влияние режимы точения оказывают на выносливость титановых сплавов (табл. 3, 4, 5) [40]. Испытания на усталость проводили на машине НУ на базе $5 \cdot 10^6$ циклов.

Таблица 3

Влияние подачи на сопротивление усталости титанового сплава

Подача S , мм/об	σ_{-1} , кгс/мм ²		$H_{\text{СК}}$, МкМ
	$t = 20^\circ \text{C}$	$t = 400^\circ \text{C}$	
0,08	42	38	1,5
0,2	25	28	4,0
0,4	18	18,5	10,0

Примечание. Скорость резания $v = 30 \text{ м/мин}$; глубина резания 1,5 мм; износ задней кромки резца $\delta_3 = 0$.

Таблица 4

Влияние глубины резания на сопротивление усталости титанового сплава

Глубина резания, мм	σ_{-1} , кгс/мм ²		$H_{\text{СК}}$, МкМ
	$t = 20^\circ \text{C}$	$t = 400^\circ \text{C}$	
0,5	33	31	5
1,5	25	28	5
3,0	—	22	4

Примечание. $v = 30 \text{ м/мин}$; $S = 0,2 \text{ мм/об}$; $\delta_3 = 0$.

Скорость резания, подача, глубина резания практически не влияют на характеристики статической прочности титанового сплава. Скорость резания оказывает малое влияние и на сопротивление усталости [40]. Однако увеличение подачи, связанное с увеличением микронеровностей (оцениваемое по $H_{\text{СК}}$), приводит к резкому

Таблица 5

Влияние износа задней поверхности реза на сопротивление усталости титанового сплава

δ_3 , мм	σ_{-1} , кгс/мм ²		$H_{ск}$, мм
	$t = 20^\circ\text{C}$	$t = 400^\circ\text{C}$	
0,0	25	28	4,0
0,2	33	30	8,0
0,5	33	32	6,5
0,8	30	33	5,0

Примечание. $v = 30$ м/мин; $S = 0,2$ мм/об; глубина резания 1,5 мм.

снижению сопротивления усталости (рис. 41). Увеличение износа реза по задней кромке δ_3 приводит к некоторому повышению предела выносливости, что связано с положительным влиянием наклепа, интенсивно образующегося при точении тупым резцом. Падение предела выносливости с ростом глубины резания (см. табл. 4), видимо, объясняется неблагоприятным действием остаточных растягивающих напряжений, возникающих при точении.

Концентрация напряжений, возникающая из-за микронеровностей поверхности, — одна из основных причин снижения предела выносливости при грубой обработке поверхности. Наряду с этим влияние оказывают и наклеп поверхностного слоя, и остаточные напряжения в нем, возникающие при механической обработке образцов.

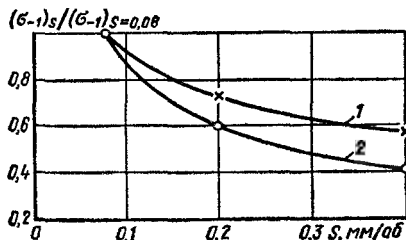


Рис. 41. Влияние подачи при обточке образцов из титанового сплава марки ВТ2 на предел выносливости:

1 — при температуре 400°C ; 2 — при 20°C [40]

Предел выносливости может существенно снизиться из-за повреждений поверхности в процессе шлифования (ожогов и шлифовочных трещин).

Заметное снижение пределов выносливости наблюдают и в тех случаях, когда на поверхности детали в результате каких-либо технологических процессов (обезуглероживания, омеднения и т. п.) создается мягкий, пусть даже весьма тонкий, слой. В этом случае усталостная трещина, зародившись в мягком поверхностном слое, легко распространяется на все сечение детали. В результате обезуглероживания поверхности стальных образцов при термической обработке $\beta = 0,6$ при $\sigma_B = 90$ кгс/мм² и $\beta = 0,3$ при $\sigma_B = 150$ кгс/мм².

4. Технологические методы повышения сопротивления усталости деталей машин

В настоящее время разработаны и широко используются в промышленности эффективные технологические методы поверхностного упрочнения (наклеп роликами или дробью, поверхностная закалка с нагрева т. в. ч., цементации, азотирование, цианирование и др.), позволяющие повысить пределы выносливости деталей более, чем в 1,5—2 раза, а срок службы в десятки раз.

Основными факторами повышения сопротивления усталости деталей при поверхностном упрочнении являются: увеличение прочности металла поверхностного слоя, остаточные сжимающие напряжения в слое и переход очага зарождения усталостной трещины с поверхности в подслоную область. Поэтому эффект упрочнения зависит от взаимного расположения эпюр остаточных и рабочих напряжений, а также механических свойств материала по сечению детали.

Зная критерии упрочнения, зависимости остаточных напряжений и механических свойств слоя от параметров упрочнения, можно количественно оценить повышение сопротивления усталости и выбрать наиболее эффективные технологические варианты.

Условия усталостного разрушения в зависимости от остаточных напряжений и свойств слоя при поверхностном упрочнении

Остаточные напряжения, возникающие в деталях в результате поверхностного упрочнения, оказывают большое влияние на сопротивление усталости. Эффект упрочнения зависит от знака, величины и характера распределения остаточных напряжений по поперечному сечению. На рис. 42 представлены типовые эпюры остаточных напряжений при различных процессах поверхностной обработки [30]. По оси абсцисс отложено относительное расстояние от поверхности Δ/r , где Δ — расстояние от поверхности, r — радиус образца. Границы упрочненных слоев показаны штрихпунктирными линиями. Как видно из рисунка, остаточные напряжения на поверхности сжимающие и достигают больших величин. Эпюры рас-

пределения остаточных напряжений по поперечному сечению в значительной степени зависят от режима поверхностной обработки.

В работе [29] показано влияние режимов накатывания роликами, диаметр которых 100 мм, радиус профиля 8 мм, на прочность металла поверхностного слоя и величину остаточных напряжений в образцах диаметром 180 мм из высокопрочного чугуна. Накатанные образцы разрезаны на диски толщиной 25 мм, в которых определены окружные остаточные напряжения. Результаты исследований представлены на рис. 43.

С увеличением усилия обкатки (что при одном и том же диаметре ролика и радиусе его профиля соответствует повышению удельного давления) сначала растут остаточные сжимающие напряжения, затем на поверхности возникают нежелательные растягивающие напряжения, а на глубине 2—5 мм — сравнительно высокие

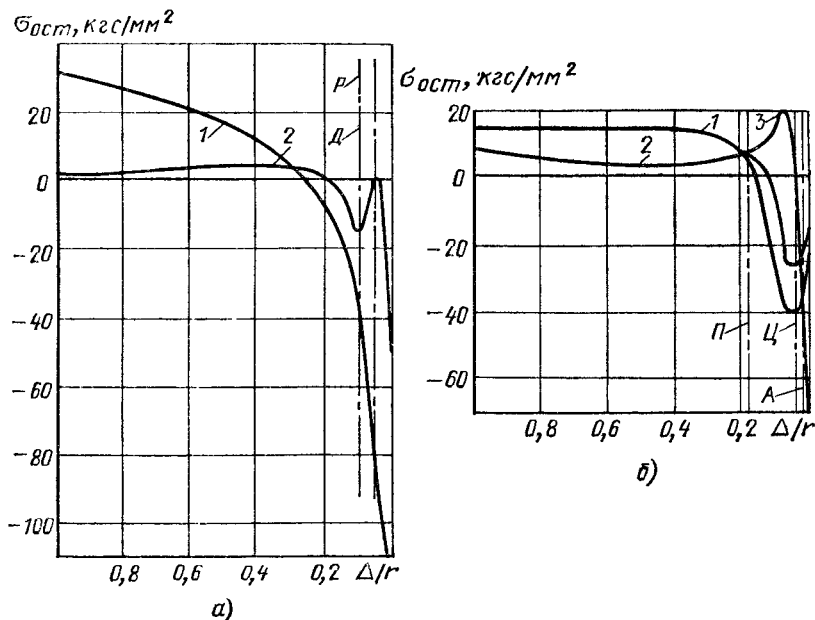


Рис. 42. Распределение остаточных напряжений по данным С. В. Серенсена [30] при: а — накатке и наклепе (1 — накатка роликом (P); 2 — наклеп дробью (Д)); б — термической обработке (1 — поверхностная закалка (П); 2 — цементация (Ц); 3 — азотирование (А))

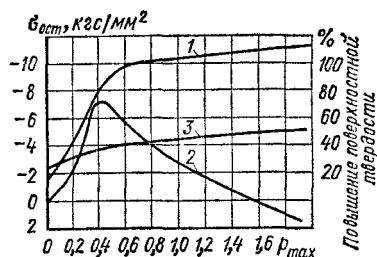


Рис. 43. Влияние усилия накатки на величину остаточных напряжений [29]:

1 — остаточные напряжения на глубине от 2 до 5 мм; 2 — остаточные напряжения на поверхности; 3 — поверхностная твердость

сжимающие. При этом твердость поверхности также сначала возрастает, а при дальнейшем увеличении усилия обкатки, падает. Поэтому существует некоторое оптимальное значение усилия обкатки, соответствующее наибольшему эффекту упрочнения.

В работе [64] рассмотрено влияние технологических факторов на остаточные напряжения в вагонных осях. Остаточные напряжения определены методом расточки с использованием датчиков сопротивления. После накатки роликом в поверхностном слое действуют значительные осевые и окружные сжимающие напряжения. На некоторой глубине, зависящей от режима накатывания, их величины уменьшаются и знак меняется на обратный. Здесь, так же как и в работе

[30], отмечается, что рост усилий накатывания сопровождается увеличением осевых и окружных сжимающих напряжений. После перехода через максимум дальнейший рост усилий накатывания приводит к уменьшению сжимающих напряжений. В то же время с увеличением остаточных напряжений сжатия в поверхностном слое глубина распространения сжимающих напряжений по сечению уменьшается до определенных значений, а затем стабилизируется.

Благоприятное влияние остаточных сжимающих напряжений в поверхностном слое упрочненных деталей связано с характером диаграммы предельных напряжений при асимметричном цикле. Такие диаграммы для разных случаев представлены на рис. 44, 45, 46; по оси абсцисс отложено среднее напряжение цикла σ_m , по оси ординат — предельная амплитуда напряжений σ_a .

Из рисунков следует, что при асимметричных циклах со средними сжимающими напряжениями предельная амплитуда σ_a увеличивается с ростом среднего сжимающего напряжения, причем тем в большей степени, чем более хрупким является металл.

Если напряжения от внешних нагрузок в детали меняются по симметричному циклу, а в поверхностном слое действуют постоянные сжимающие остаточные напряжения, то результирующие суммарные напряжения изменяются по асимметричному циклу со

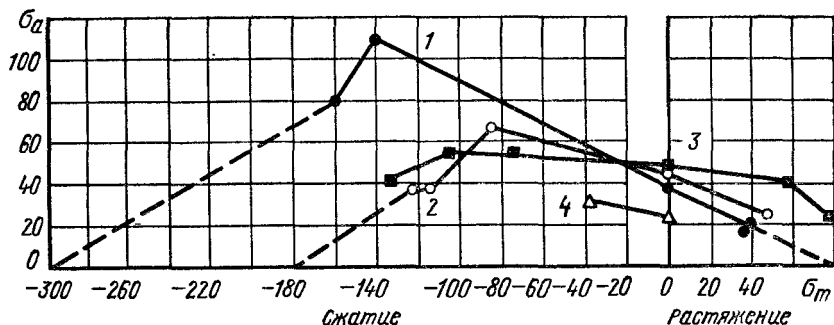


Рис. 44. Диаграммы предельных напряжений при асимметричном цикле для:

1 — стали ЭИ355 (азотированной); 2 — стали ЭИ355 (улучшенной); 3 — стали 18Х2Н4МА; 4 — стали 25 [30]

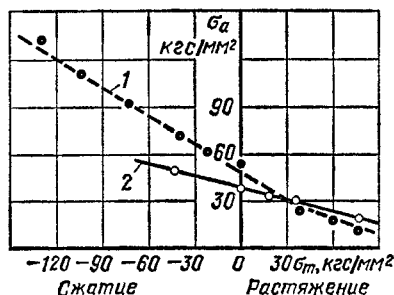


Рис. 45. Диаграмма предельных напряжений для свободного цементированного слоя при асимметричном цикле [13]:

1 — для цементированной стали; 2 — для ложноцементированной стали

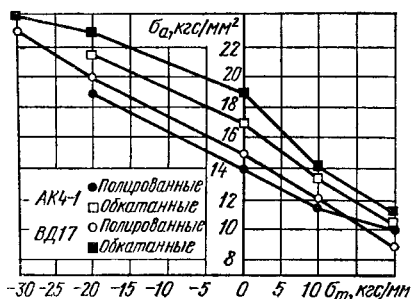


Рис. 46. Диаграмма предельных напряжений при асимметричном цикле для алюминиевых сплавов [53]

средними напряжениями, равными остаточным и с амплитудой напряжений, равной напряжению от внешней нагрузки:

$$\sigma_m = \sigma_{ост}; \quad \sigma_a = \sigma_{раб}.$$

Указанный характер диаграмм предельных напряжений при асимметричном цикле объясняет увеличение предела выносливости детали.

Распределение механических свойств по сечению

Распределение механических свойств материала по сечению образца или детали также существенно влияет на эффект упрочнения при различных методах обработки. Одной из наиболее просто определяемых характеристик механических свойств ма-

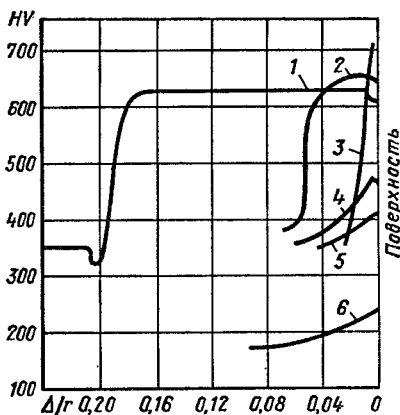


Рис. 47. Распределение твердости по поверхности обработки стали по данным С. В. Серенсена [30]:

1 — 40ХН2МА (закалка т. в. ч.); 2 — 18Х2Н4МА (цементация); 3 — ЭИ275 (азотирование); 4 — 18Х2Н4МА (обкатка роликом); 5 — 18Х2Н4МА (дробеструйная обработка); 6 — углеродистой (обкатка роликом)

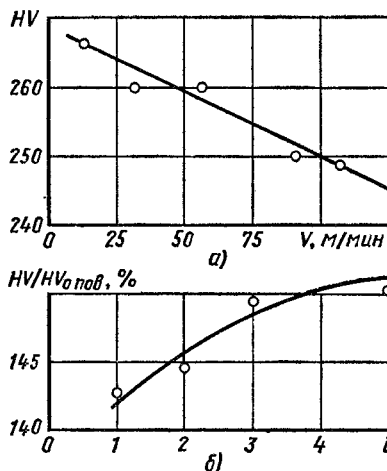


Рис. 48. Зависимость твердости поверхностного слоя при накатке шариком ($d_{\text{вала}} = 150$ мм; $n_{\text{нак}} = 190$ об/мин; $S_{\text{нак}} = 0,26$ мм/об):

a — от окружной скорости ($P_{\text{нак}} = 700$ кгс); б — от числа проходов i ($P_{\text{нак}} = 500$ кгс)

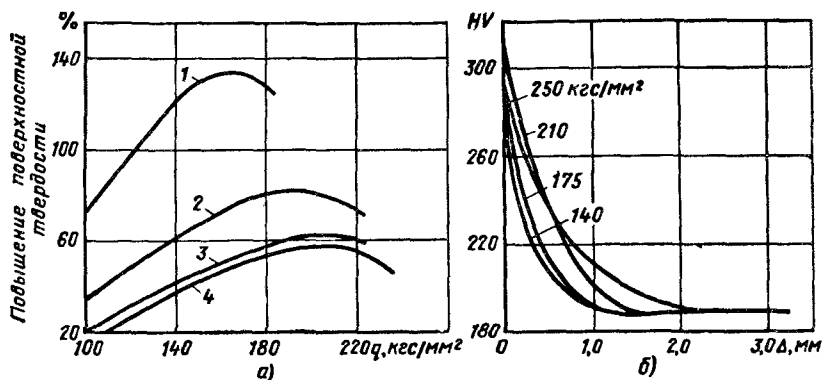


Рис. 49. Влияние контактного давления при обкатке шариком ($D_{\text{шар}} = 10$ мм; $D_{\text{дет}} = 30$ мм):

а — на повышение твердости (1 — армо-железо; 2 — сталь 20; 3 — сталь 45; 4 — сталь У8); б — на толщину упрочненного слоя стали 45 при различных значениях давления

териала является твердость. Кривые распределения твердости для основных процессов поверхностной обработки показаны на рис. 47. [30].

Характер кривых распределения твердости зависит от режима упрочнения. В работе [33] были рассмотрены изменения поверхностной твердости от режима упрочнения при обкатке шариком различных материалов. Основные результаты исследований представлены на рис. 48, 49, 50.

На величину упрочнения в значительной степени влияют среднее контактное давление и величина контактной площади между инструментом и обрабатываемой деталью. Как видно из рис. 49, б, степень и глубина упрочнения растут с увеличением давления. Однако упрочнение достигает максимального значения при определенном

давлении. Чем пластичнее материал, тем меньше давление. Например, для армо-железа (см. рис. 49, а) увеличение твердости прекращается при контактном давлении $q = 160$ кгс/мм², а для стали У8 — при $q = 220$ кгс/мм². С увеличением давления при обкатке (рис. 49, б) пластическая деформация проникает в более глубокие слои, и толщина упрочненного слоя соответственно увеличивается.

Основным технологическим параметром при обкатке закаленных сталей является давление на контактной площади. Поверхностная твердость значительно увеличивается с ростом давления на контактной площади (см. рис. 50). Но твердость поверхностных слоев деталей, упрочненных поверхностной обработкой, может значительно снизиться в результате последую-

Таблица 6

Изменение поверхностной твердости в зависимости от обработки

Марка стали	Твердость HV при обработке							
	З	З + Х	З + Н	З + Х + Н	З + Пр	З + Х + Пр	З + Пр + Н	З + Х + Пр + Н
12Х2Н4А (18ХНВА)	650	690	740	760	550	540	700	690

Примечание. З — закалка; Х — обработка холодом; Пр — прижог; Н — наклеп.

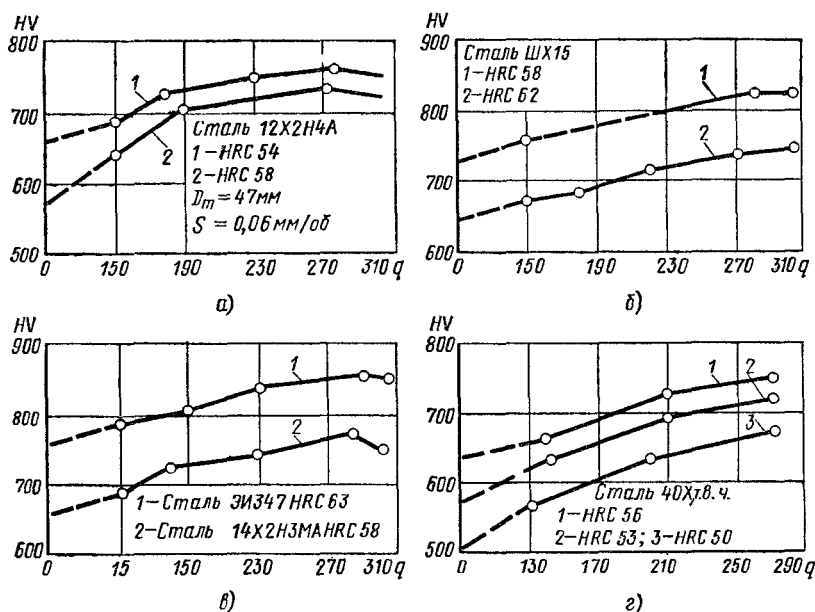


Рис. 50. Влияние контактного давления на увеличение твердости закаленных сталей

шей механической обработки. Например, с появлением прижогов при шлифовании значительно снижается твердость поверхностных слоев.

В табл. 6 представлены результаты изучения влияния различной обработки на твердость цементированного слоя [2]. Наклеп повышает твердость слоя во всех случаях по сравнению с исходным состоянием; наклеп после прижога в процессе шлифования практически восстанавливает твердость до исходного значения.

Кривые распределения твердости дают представление о других характеристиках механических свойств, таких, как предел прочности, предел выносливости. Характер зависимости между пределом выносливости и твердостью, показанной на рис. 51, позволяет в первом приближении принять, что предел выносливости растет пропорционально увеличению твердости.

При азотировании сталей, наклепе алюминиевых сплавов с ростом твердости пределы прочности и выносливости не увеличиваются. Основной причиной повышения пределов вынос-

ливости при поверхностном упрочнении в этих случаях является влияние сжимающих остаточных напряжений в поверхностном слое. Когда увеличение твердости приводит также к повышению пределов прочности и пределов выносливости в поверхностном слое, к положительному влиянию остаточ-

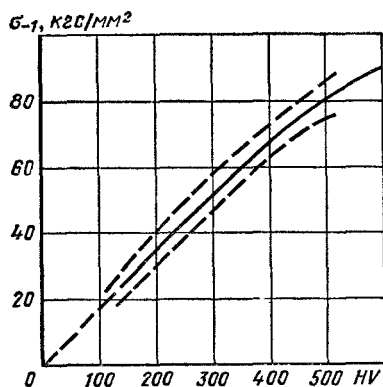


Рис. 51. Зависимость предела выносливости от твердости стали [77]

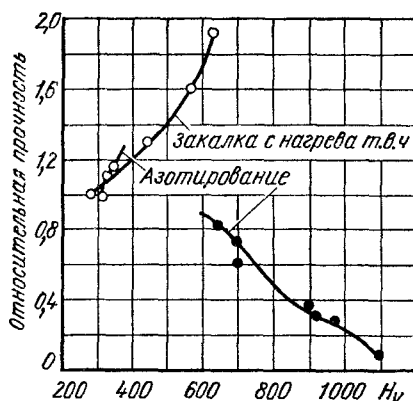


Рис. 52. Предел прочности слоя в зависимости от твердости по данным С. В. Серенсена [30]:

1 — закалка т. в. ч.; 2 — азотирование

ных сжимающих напряжений добавляется эффект улучшения механических свойств слоя.

Зависимость предела прочности от твердости металла поверхностных слоев при азотировании и закалке т. в. ч. представлена на рис. 52. Эти данные получены на микрообразцах, вырезанных из различных зон слоя. Из рисунка следует, что предел прочности азотированного слоя с ростом твердости (при больших твердостях) падает из-за охрупчивания, а при поверхностной закалке т. в. ч. — растет.

Влияние различных факторов (распределение механических свойств, остаточных и рабочих напряжений по сечению, абсолютных размеров и т. д.) на эффект упрочнения

Влияние поверхностного упрочнения на сопротивление усталости оценивается коэффициентом

$$\beta_{\text{упр}} = \frac{\sigma_{-1\text{упр}}}{\sigma_{-1}},$$

где $\sigma_{-1\text{упр}}$; σ_{-1} — пределы выносливости упрочненных и неупрочненных образцов.

Анализируя влияние перечисленных факторов на эффект упрочнения, целесообразно рассмотреть схемы, представленные на рис. 53 и 54, которые поясняют эффект упрочнения образцов диаметром 10,5 мм из стали 45, в результате обкатки шариками. Усталостные испытания проведены при изгибе с вращением [10]. Параметры обкатки и коэффициенты β , характеризующие эффект упрочнения, представлены в табл. 7.

Кривыми a на рис. 53, 54 характеризуется распределение пределов выносливости по поперечному сечению без учета влияния остаточных напряжений (имеется в виду, что пределы выносливости определены как бы на микрообразцах, вырезанных из различных зон по высоте поперечного сечения образца).

Таблица 7

Параметры обкатки и эффект упрочнения

№ рис.	P , кгс	v , м/мин	S , мм/об	N	d_0 , мм	$d_{\text{ш}}$, мм	Δ , мм	β_a	β_p
53	50	30	0,06	1	10,52	10	1	1,27	1,28
54	180	30	0,06	1	10,52	20	2	1,45	1,5

Принятые обозначения: P — усилие при обкатке; v — окружная скорость образца; S — подача; N — число проходов; d_0 — диаметр образца; $d_{\text{ш}}$ — диаметр шарика; Δ — глубина наклепанного слоя.

$\beta_a = \frac{\sigma_{-1\text{упр}}}{\sigma_{-1}}$ — коэффициент, характеризующий повышение предела выносливости от обкатки, найденный экспериментально; β_p — аналогичный коэффициент, полученный в результате оценки эффекта упрочнения по рис. 53, 54.

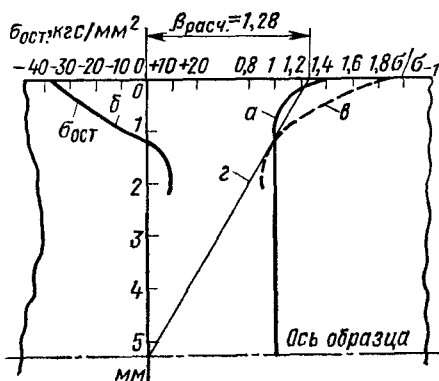


Рис. 53. Схема упрочнения при обкатке шариками (глубина упрочненного слоя $\Delta = 1$ мм):

а — кривая распределения твердости и пределов выносливости зон слоя без учета остаточных напряжений; *б* — эпюра распределения остаточных напряжений; *в* — кривая предельных амплитуд напряжений с учетом остаточных напряжений; *г* — эпюра предельных рабочих напряжений

Кривые *а* построены по кривым распределения твердости в предположении, что $\frac{\sigma_{накл}}{\sigma_{исх}} = \frac{H_{накл}}{H_{исх}}$, т. е. от наклепа предел выносливости микрообразцов повышается пропорционально увеличению твердости. Кривые *б* показывают экспериментально найденное распределение остаточных напряжений от обкатки. Для оценки влияния остаточных напряжений необходима диаграмма предельных напряжений при асимметричном цикле. В этом случае можно использовать диаграмму, которая в относительных координатах представлена на рис. 55.

Если значения пределов выносливости по кривым *а* (см. рис. 53, 54) умножить на величину отношения $\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}}$, найденную по рис. 55 в зависимости от величины остаточного напряжения, соответствующего данному расстоянию от поверхности, то получим кривые *в* (рис. 53, 54).

Кривые *в* характеризуют распределение пределов выносливости отдельных слоев по поперечному сечению с учетом влияния остаточных напряжений и упрочнения от наклепа. В по-

верхностном слое, в котором действуют сжимающие напряжения, кривые *в* расположены правее кривых *а*, вследствие того, что остаточные сжимающие напряжения увеличивают предельные амплитуды. В зоне, где действуют растягивающие остаточные напряжения, кривые *в* проходят левее кривых *а*, так как растягивающие средние напряжения снижают предельную амплитуду. Кривые *а* и *в* пересекаются на таком расстоянии от поверхности, на котором остаточные напряжения равны нулю.

При изгибе гладких образцов предельная эпюра распределения рабочих напряжений, соответствующая разрушению от усталости, представлена линиями *г*. Эти линии должны быть касательными к кривым *в*, так как разрушение от усталости начинается тогда, когда рабочие напряжения достигнут предела выносливости в какой-либо точке поперечного сечения. Значение рабочего напряжения на поверхности по линии *г*, отнесенное к пределу выносливости неупрочненного образца (шкала σ/σ_{-1}), определяет эффект упрочнения, характеризуемый расчетным коэффициентом эффективности упрочнения β_p . Сопоставляя коэффициенты

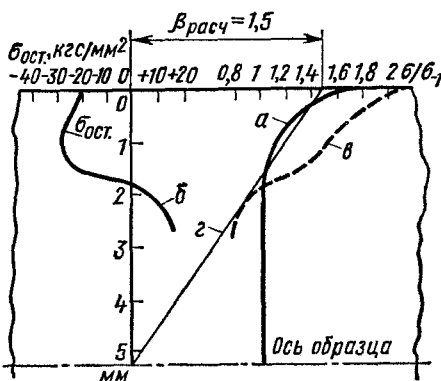


Рис. 54. Схема упрочнения при обкатке шариками (глубина упрочненного слоя $\Delta = 2$ мм):

а — кривая распределения твердости и пределов выносливости зон слоя без учета остаточных напряжений; *б* — эпюра распределения остаточных напряжений; *в* — кривая предельных амплитуд напряжений с учетом остаточных напряжений; *г* — эпюра предельных рабочих напряжений

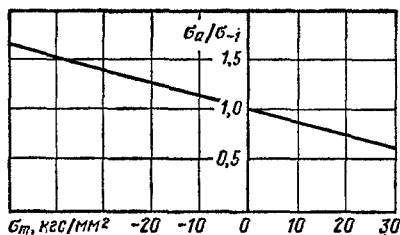


Рис. 55. Диаграмма предельных напряжений при асимметричном цикле для среднеуглеродистой стали в относительных координатах

σ_p и σ_z , найденные по схемам (см. рис. 53, 54) и экспериментально (см. табл. 6), можно сделать вывод, что приведенные схемы дают удовлетворительное объяснение эффекта упрочнения. Из рис. 53 и 54 следует также, что разрушение гладких образцов, наклепанных роликами или шариками, должно быть подслоинным.

При поверхностном наклепе твердость при переходе от сердцевины к наклепанному слою меняется плавно; вследствие этого трещина усталости, зародившаяся на некоторой глубине, уже в начальной стадии распространяется не только в глубину, но и по направлению к поверхности, быстро достигая ее, что не имеет места при химико-термической обработке. Поэтому обнаружить четкий очаг подслоинного разрушения удается не всегда, хотя в ряде случаев он проявляется достаточно четко.

Схемы, подобные приведенным на рис. 53 и 54, позволяют проанализировать влияние различных факторов (глубины упрочненного слоя, абсолютных размеров, уровня концентрации напряжений и т. д.) на эффект упрочнения. Так как разрушение в описанном выше случае является подслоинным, то твердость и величина остаточных напряжений у поверхности не влияют на эффект упрочнения. Основную роль при подслоинном разрушении играют глубина наклепанного слоя и распределение остаточных напряжений в зоне перехода от упрочненного слоя к неупрочненной сердцевине. Эффект упрочнения в этом случае растет с увеличением толщины слоя

и глубины проникновения остаточных сжимающих напряжений.

При дальнейшем увеличении толщины упрочненного слоя, не сопровождающемся увеличением твердости на поверхности, разрушение из подслоинного может перейти на поверхность, что поясняется схемой, представленной на рис. 56. В этом случае дальнейшее увеличение глубины слоя не приводит к повышению эффекта упрочнения и основную роль играют твердость и величина остаточных напряжений на поверхности. Кривая 1 показывает распределение пределов выносливости по сечению с учетом остаточных напряжений при толщине слоя Δ (аналогично кривым σ на рис. 53 и 54), кривая 2 — при толщине слоя Δ' , кривая 3 — при толщине слоя Δ'' .

При толщине Δ зарождение трещины усталости происходит в точке А, а эффект упрочнения характеризуется величиной $\Delta\sigma$. При толщине слоя Δ' усталостная трещина может зародиться как в точке В', так и в точке В, причем эффект упрочнения определяется величиной $\Delta\sigma' = (\sigma_{-1})_n - (\sigma_{-1})_c > \Delta\sigma$, где $(\sigma_{-1})_n$, $(\sigma_{-1})_c$ — пределы выносливости поверхностного слоя и сердцевины (с учетом остаточных напряжений).

При дальнейшем увеличении толщины слоя разрушение будет начинаться с поверхности и роста эффекта упрочнения не будет.

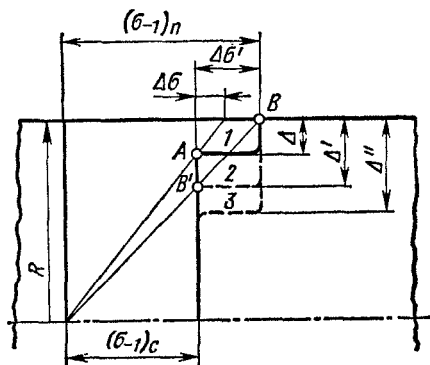


Рис. 56. Схема перехода от подслоинного разрушения к поверхностному при увеличении толщины упрочненного слоя

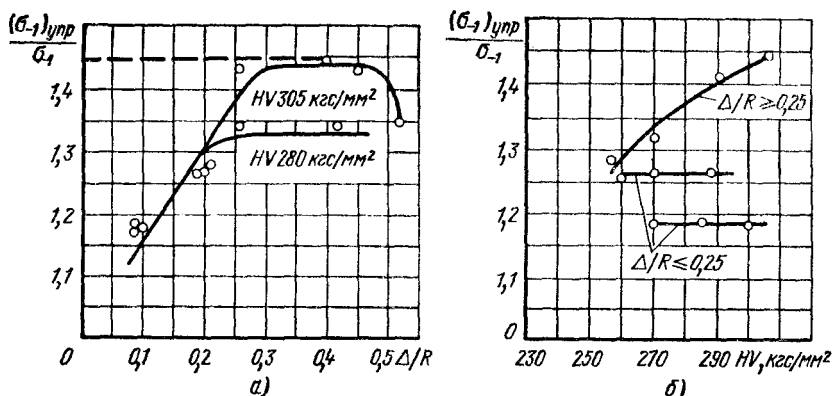


Рис. 57. Повышение предела выносливости образцов из стали 45 при обкатке шариками:

а — в зависимости от относительной толщины слоя; б — в зависимости от твердости поверхности

Экспериментальные данные подтверждают это. На рис. 57 приведены результаты усталостных испытаний образцов [10]. При относительных толщинах слоя $\frac{\Delta}{R} \leq 0,25$ эффект упрочнения

увеличивается с ростом Δ и не зависит от твердости на поверхности; при значении $\frac{\Delta}{R} \geq 0,25$ (когда следует ожидать

разрушения с поверхности) решающее значение приобретает твердость, а увеличение глубины слоя не сказывается на эффекте упрочнения.

Аналогичные представленным на рис. 53, 54 схемы для количественной оценки эффекта упрочнения были построены по соответствующим результатам экспериментальных исследований применительно к нитроцементации и наклепу дробью нитроцементированных слоев. При этом получено хорошее соответствие расчетных и экспериментальных значений $\beta_{\text{упр}}$ [25].

Изменение предела выносливости при испытании натуральных зубьев тяговых зубчатых передач тепловозов (испытывали секторы, вырезанные из колес) на усталость в зависимости от глубины наклепанного слоя показано на рис. 58. С увеличением глубины наклепанного слоя до определенной величины (в данном случае до 2,6—2,8 мм) предел выносливости повышается

в 1,8 раза. Дальнейшее повышение глубины наклепанного слоя приводит к снижению предела выносливости. При этом на поверхности упрочнения зубьев появлялись признаки шелушения.

В ряде работ исследовано влияние абсолютных размеров поперечного сечения на эффект упрочнения [21—24, 30, 63]. На рис. 59 сравнивается эффект упрочнения валов диаметрами d и D . При одинаковой толщине упрочненного слоя Δ эффект упрочнения на валу диаметром D определяется величиной $\Delta\sigma_D$ и оказывается меньше, чем на валу диаметром d , т. е. $\Delta\sigma_D < \Delta\sigma_d$. Таким образом, эффект упрочнения уменьшается с увеличением

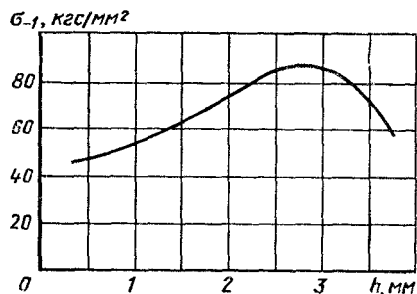


Рис. 58. Зависимость предела выносливости от толщины упрочненного слоя зубьев зубчатых передач тепловозов

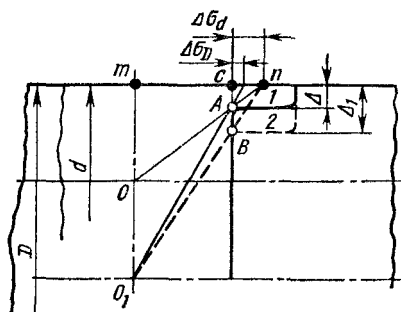


Рис. 59. Влияние размеров сечения на эффект упрочнения

диаметра вала. Однако для вала диаметром D при толщине слоя Δ_1 , эффект упрочнения такой же, как и для вала диаметром d при толщине слоя Δ . Из подобия треугольников ACn и Omn и треугольников BCn и O_1mn можно написать:

$$\frac{\Delta}{\frac{d}{2}} = \frac{Cn}{mn} = \frac{\Delta_1}{\frac{D}{2}} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta}{d} = \frac{\Delta_1}{D}.$$

Таким образом, при изгибе гладких образцов одинаковый эффект упрочнения на валах различного диаметра должен получаться в том случае, если относительная толщина упрочненного слоя одинакова. Это положение в некоторых случаях подтверждается экспериментальными данными (рис. 60). При одинаковом отношении Δ/R на образцах разного диаметра эффект упрочнения практически один и тот же.

При концентрации напряжений разрушение начинается, как правило,

с поверхности. В этом случае толщина упрочненного слоя имеет второстепенное значение.

В тонком слое металла, находящемся непосредственно у поверхности детали, накопление усталостных повреждений протекает интенсивнее, чем во внутренних слоях. Этому способствует также концентрация напряжений от микронеровностей поверхности. У высокопрочных сталей влияние этих факторов сильнее. Поэтому на гладких образцах эффект упрочнения может оставаться существенным с увеличением абсолютных размеров даже при уменьшении относительной глубины упрочненного слоя Δ/d , вследствие перехода очага усталостной трещины в подслоиную область.

Влияние указанных выше факторов имеет большое значение при химико-термической обработке, когда непосредственно под слоем действуют значительные растягивающие напряжения.

На рис. 61 показано влияние предела прочности сердцевины на эффект упрочнения при химико-термической обработке валов диаметром 40 мм (относительная толщина упрочненного слоя $\Delta/R = 0,05 \div 0,2$). Во всех случаях с ростом прочности сердцевины предел выносливости увеличивается. Известен ряд технологических приемов, снижающих остаточные растягивающие напряжения в подслоиную область и вследствие этого приводящих к повышению пределов выносливости упрочненных образцов. Таким приемом, например, является предварительный нагрев перед закалкой т. в. ч. В опытах со сталью 45 найдено, что

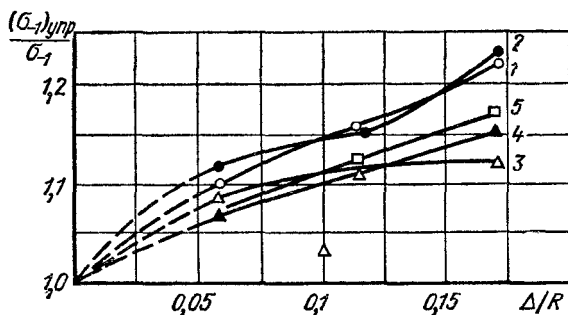


Рис. 60. Повышение предела выносливости гладких образцов в зависимости от относительной глубины упрочненного слоя при обкатке по данным Б. Ф. Балашова [2]: 1 — $d = 6,5$ мм; 2 — $d = 35$ мм (сталь 12ХН3А); 3 — $d = 6,5$ мм; 4 — $d = 35$ мм (сталь 38ХН3МА); 5 — $d = 6,5$ мм (сталь 18Х2Н4МА)

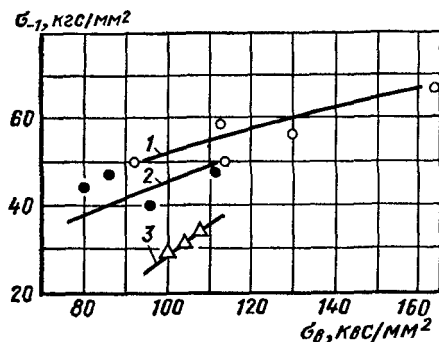


Рис. 61. Изменение предела выносливости в зависимости от предела прочности сердцевинны [30]:

1 — изгиб (цементация); 2 — изгиб (азотирование); 3 — кручение (азотирование)

благодаря предварительному нагреву до температуры 800—850°С перед закалкой т. в. ч. удалось снизить максимальные растягивающие напряжения под упрочненным слоем с 35 до 25 кгс/мм², причем точка, соответствующая нулю остаточных напряжений, сместилась на 0,3 мм. Это обстоятельство при некотором увеличении толщины упрочненного слоя вызвало дополнительно повышение предела выносливости на 20%, а без увеличения глубины слоя — на 10%.

При наличии резкой концентрации напряжений с большим градиентом напряжений у поверхности очаг разрушения переходит на поверхность (рис. 62). При этом увеличение толщины упрочненного слоя не приводит к

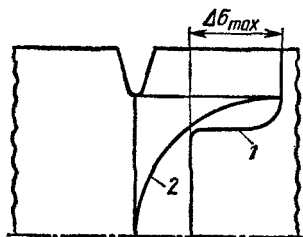


Рис. 62. Схема эффекта упрочнения при наличии резкой концентрации напряжений:

1 — кривая распределения предельных амплитуд напряжений с учетом остаточных напряжений; 2 — кривая предельных амплитуд рабочих напряжений

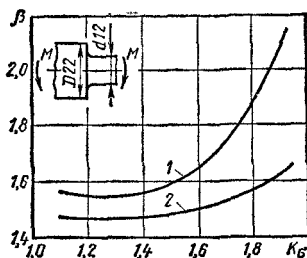


Рис. 63. Влияние обдудки дробью на предел выносливости ступенчатых образцов при изгибе с вращением (сталь 45ХН, $\sigma_B = 115$ кгс/мм²) [42]:

1 — при расходе дробы $Q = 10$ кг/мин; частоте вращения ротора машины $n_p = 3500$ об/мин; 2 — при $Q = 20$ кг/мин; $n_p = 2100$ об/мин

повышению эффекта упрочнения, что подтверждается экспериментальными данными.

Таблица 8

Зависимость пределов выносливости образцов с концентрацией напряжений от толщины упрочненного слоя

Толщина слоя Δ , мм	σ_{-1} , кгс/мм ²	Упрочнение, %	$HV_{пов}$
—	21,0	—	—
0,2	35,0	67	620
0,4	34,5	64	600
0,6	33,0	57	540

В табл. 8 приведены результаты усталостных испытаний при изгибе с вращением образцов из хромоникель-молибденовой стали с резкой концентрацией напряжений ($\alpha_\sigma = 3$) в зависимости от глубины слоя азотирования [30]. В этом случае увеличение глубины упрочненного слоя не вызывает повышения эффекта упрочнения. Эффект упрочнения на образцах с резкой концентрацией напряжений оказывается значительно большим, чем на гладких образцах или образцах с малыми коэффициентами концентрации. Это подтверждается экспериментальными данными (рис. 63, 64). С ростом уровня концентрации напряжений эффект упрочнения резко возрастает. На рис. 64: ρ — радиус кривизны в месте концентрации напря-

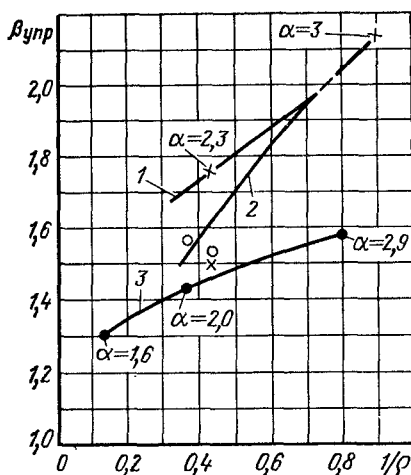


Рис. 64. Повышение пределов выносливости образцов с концентрацией напряжений при азотировании в зависимости от уровня концентрации по данным С. В. Серенсена [30]:

1 — образцы с галтелью (изгиб); 2 — то же (кручение); 3 — образцы с гиперболической канавкой (изгиб)

жений. Испытания проводили на образцах диаметром 40 мм с относительной глубиной упрочненного слоя $\Delta/R = 0,015 \div 0,03$.

Если уровень концентрации напряжений невысокий, то разрушение упрочненных образцов с концентрацией может быть подслоевым. Изменение эффекта упрочнения с увеличением уровня концентрации напряжений показано на рис. 65. Кривая 1

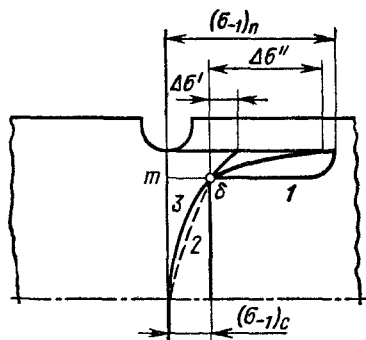


Рис. 65. Влияние уровня концентрации напряжений на эффект упрочнения

характеризует распределение пределов выносливости по поперечному сечению с учетом влияния остаточных напряжений. При больших уровнях концентрации напряжений (кривая 3) эффект упрочнения ($\Delta\sigma$) значительно больше, чем в случаях малых уровней концентрации (кривая 2), когда эффект упрочнения оценивается величиной $\Delta\sigma'$.

М. Н. Степнов исследовал влияние концентрации напряжений на эффект упрочнения алюминиевых сплавов. Согласно данным эксперимента (табл. 9) с увеличением уровня концентрации напряжений эффективность упрочнения повышалась [53].

Таблица 9

Зависимость эффекта упрочнения от уровня концентрации напряжений

Сплав	Коэффициент упрочнения $\beta_{упр}$ (база 10 ³)	Теоретический коэффициент концентрации α_σ
МЛ5	1,25	1,0
	1,51	1,57
	1,50	1,87
	1,60	2,28
ВМ65-1	1,28	1,00
	1,41	1,57
	1,5	1,87
	1,64	2,28
АК2	1,3	1,0
	1,33	1,5
	1,89	1,95
	1,63	2,38
ВД17	2,34	3,06
	1,29	1,0
	1,24	1,5
	1,60	1,95
	2,0	2,38
	2,5	3,06

Влияние абсолютных размеров поперечного сечения на эффект упрочнения образцов с концентрацией напряжений зависит от расположения очага зарождения трещины усталости. Если трещина зарождается у поверхности (например, в образцах с повышенной концентрацией напряжений), то эффект упрочнения, очевидно, не зависит от относительной толщины упрочненного слоя и, следовательно, от размеров

образца. При средних же уровнях концентрации напряжений эффект упрочнения определяется взаимным расположением эпюры распределения пределов выносливости по сечению (с учетом влияния остаточных напряжений) и эпюры распределения рабочих напряжений.

Зависимость эффекта упрочнения от степени асимметрии цикла характеризуют результаты испытания плоских образцов (30×8 мм) без концентрации и с концентрацией напряжений из стали 12Х 2Н4А на плоский изгиб (табл. 10). В таблице приведены коэффициенты влияния асимметрии цикла $\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}$. Образцы с концентра-

цией напряжений (с надрезом) имели теоретический коэффициент концентрации напряжений $\alpha_\sigma = 2$.

Вследствие указанного выше характера диаграмм предельных напряжений при асимметричном цикле в области средних растягивающих напряжений цикла эффект упрочнения снижается с ростом асимметрии цикла, особенно при химико-термических обработках.

Таким образом, снижение предельной амплитуды с ростом средних растягивающих напряжений у свободного

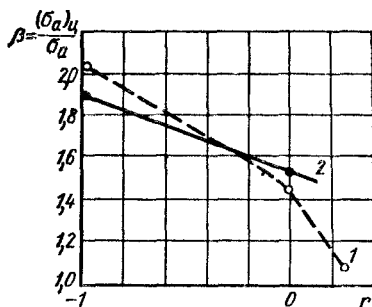


Рис. 66. Зависимость эффекта упрочнения от асимметрии цикла:

1 — для свободного цементированного слоя; 2 — для цементированных образцов

цементированного слоя и у цементированных образцов велико. Вследствие этого эффект упрочнения при цементации с ростом средних растягивающих напряжений снижается. В качестве примера на рис. 66 представлена зависимость отношения предельных амплитуд цементированных и нецементированных образцов от коэффициента асимметрии цикла [13].

Снижение эффекта упрочнения в данном случае определяется в основном

Таблица 10

Коэффициенты влияния асимметрии цикла цементированных образцов [13]

Образец			Ψσ
Ложноцементированный	Гладкий		0,14
	Надрезанный		0,095
Цементированный	Гладкий	С притиркой	0,5
		Без притирки	0,6
		Среднее значение	0,55
	Надрезанный	С притиркой	0,48
		Без притирки	0,62
		Среднее значение	0,55
Свободный цементированный слой			0,64

механическими свойствами слоя, а не остаточными напряжениями, так как для свободного слоя $\psi_{\sigma} = 0,64$, а для цементированных образцов $\psi_{\sigma} = 0,48 \div 0,62$, т. е. разница незначительная. Снижение эффекта упрочнения следует ожидать также при азотировании, цианировании и других обработках, при которых поверхностный слой становится хрупким.

Так как для наклепанных сталей относительное снижение предельных амплитуд с ростом асимметрии значительно меньше, чем для хрупких материалов (цементированный или азотированный слой, чугун и т. п.), то следует ожидать, что с ростом асимметрии эффект упрочнения стальных образцов будет снижаться в меньшей степени, чем в случае, показанном на рис. 66. Технологические методы поверхностного упрочнения широко используют в промышленности [7, 19, 21—25, 29—34, 70].

5. Влияние коррозии на сопротивление усталости

Явление усталости металла, развивающееся при одновременном действии коррозионно-агрессивной среды и переменных напряжений, называется коррозионной усталостью. При коррозионной усталости в поверхностных слоях металла возникают трещины. В основном внутрикристаллические. Образовавшиеся трещины — результат избирательной коррозии. Около небольших местных коррозионных повреждений поверхности, образующихся вначале, создается концентрация напряжений, причем на дне коррозионной полости возникают максимальные напряжения. Дно полости имеет отрицательный потенциал. Это приводит к более интенсивному развитию коррозии на дне полости и к постепенному углублению трещины коррозионной усталости (рис. 67).

Чем больше время пребывания детали в коррозионно-агрессивной среде и чем больше число циклов переменных напряжений в условиях коррозии, тем глубже будут трещины коррозионной усталости, а следовательно, меньше сопротивление усталости. В связи с

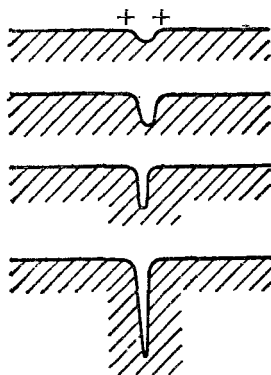


Рис. 67. Схема развития трещины коррозионной усталости (по Г. В. Акимову)

этим кривая коррозионной усталости непрерывная ниспадающая линия, и предел выносливости в обычном смысле слова, не существует. Кривая коррозионной усталости представлена на рис. 68, из которого следует, что она систематически падает почти до 1 млрд. циклов, причем до $20 \cdot 10^6$ циклов более интенсивно. Под пределом коррозионной выносливости понимается предел ограниченной выносливости.

Положение коррозионной кривой усталости существенно зависит от частоты приложения переменных напряжений. Снижение частоты испытаний приводит к понижению числа циклов до разрушения и пределов коррозионной выносливости. Объясняется это тем, что с понижением частоты время действия коррозии в пределах цикла увеличивается, что приводит к большему коррозионному повреждению.

В качестве примера на рис. 69 представлена зависимость сопротивления усталости стали марки 20Х при испытании на усталость при изгибе с вращением в воде [16]. По оси ординат отложены значения коэффициентов

$$\beta_N = \frac{\sigma_{N_{\text{кор}}}}{\sigma_{N_{\text{возд}}}},$$

где $\sigma_{N_{\text{кор}}}$ — предел ограниченной коррозионной выносливости (при испытании в среде);

$\sigma_{N_{\text{возд}}}$ — предел ограниченной выносливости при испытании на воздухе.

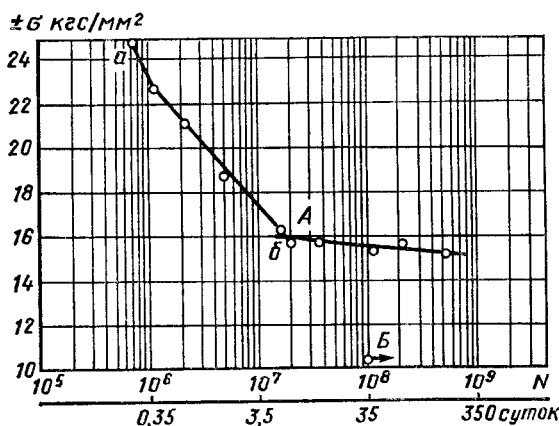


Рис. 68. Кривая коррозионной усталости стали марки 20Х [16]

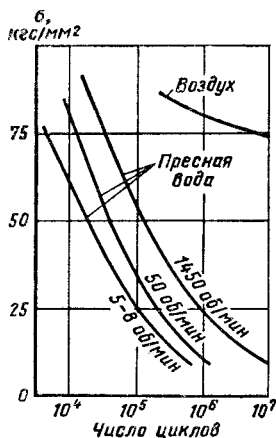


Рис. 70. Влияние изменения частоты циклов на коррозионно-усталостную прочность кремненикелевой стали [74]

При увеличении частоты испытания от 2000 до 10 000 циклов в минуту пределы ограниченной выносливости увеличиваются более чем в 1,5 раза (см. рис. 69). Другой пример влияния изменения частоты показан на рис. 70, на котором представлены результаты коррозионных усталостных испытаний образцов из кремненикелевой стали ($\sigma_H = 176$ кгс/мм²) [74].

При $N = 10^5$ циклов увеличение частоты испытания от 5—8 до 1450 циклов в минуту приводит более чем к двукратному повышению предела ограниченной выносливости (см. рис. 70). Поэтому при анализе или сопоставлении результатов коррозионно-уста-

лостных испытаний, а также при расчете деталей на прочность необходимо учитывать частоту испытания.

В ряде случаев детали машин подвергаются еще до эксплуатации предварительной коррозии при хранении или транспортировке. Для оценки влияния предварительной коррозии производят соответствующие испытания. Образцы вначале подвергают воздействию коррозионной среды в течение определенного времени, после чего проводят усталостные испытания уже без воздействия среды. Влияние коррозии на предел выносливости можно охарактеризовать коэффициентом

$$\beta_{\text{кор}} = \frac{\sigma_{1\text{кор}}}{\sigma_1},$$

где $\sigma_{1\text{кор}}$ — предел выносливости после действия предварительной коррозии; σ_1 — предел выносливости полированного образца на воздухе.

Коэффициенты $\beta_{\text{кор}}$, характеризующие снижение предела выносливости от предварительной коррозии (до испытания на усталость), показаны для стали на рис. 71, для алюминиевых сплавов — на рис. 72.

Цифрами на кривых показано количество дней, в течение которых образец подвергался воздействию коррозионной

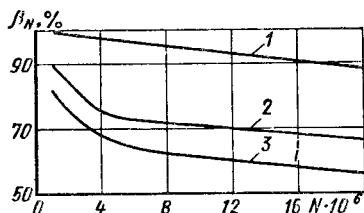


Рис. 69. Влияние частоты изменения напряжений на выносливость стали марки 20Х в случае коррозионной усталости при частоте [16]:

1 — $n = 10000$ цикл/мин; 2 — $n = 3000$ цикл/мин; 3 — $n = 2000$ цикл/мин

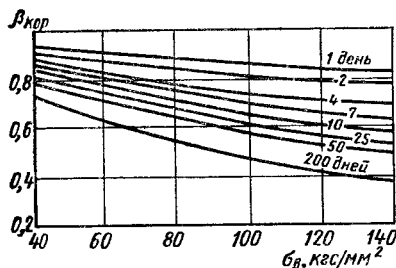


Рис. 71. Влияние коррозии, имевшей место до испытания на усталость, на предел выносливости стальных образцов [74]

среды до испытания на усталость (в ненагруженном состоянии). Кривые на рис. 71 и 72 соответствуют усталостным испытаниям в воде при изгибе с вращением на базе 10 млн. циклов.

Влияние коррозии для случая одновременного действия коррозионной среды и переменных напряжений представлено в виде зависимости коэффициентов $\beta_{кор}$ от предела прочности для стали на рис. 73 и для чугуна на рис. 74. Эти данные получены при изгибе с вращением на образцах малых размеров на базе 10 млн. циклов при частоте нагружения 2000—3000 циклов в минуту.

Для легких сплавов $\beta_{кор} = 0,3 \div 0,5$ (база испытания $N = 5 \cdot 10^7$ циклов, частота $n = 2000 \div 3000$ циклов в минуту).

Обширные данные по влиянию коррозии на сопротивление усталости приведены в работах [9, 16, 69, 74]. Например, А. А. Гликман приводит результаты, показывающие, что для углеродистых, мало-, среднелегированных сталей предел ограниченной выно-

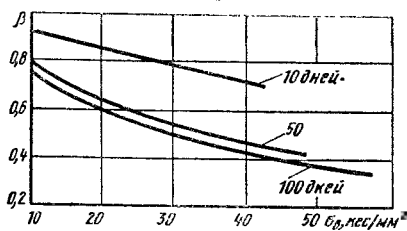


Рис. 72. Влияние коррозии, имевшей место до испытания на усталость, на предел выносливости образцов из алюминиевых сплавов [74]

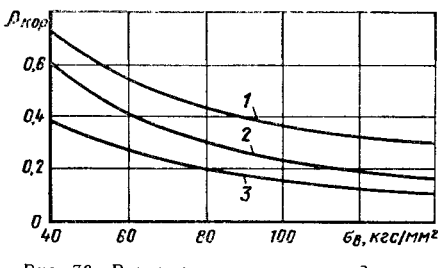


Рис. 73. Влияние коррозии на предел выносливости стальных образцов при изгибе с вращением (среденные кривые) при испытаниях в:

1 — пресной воде (образец с концентрацией напряжений); 2 — пресной воде (образец без концентрации), морской воде (образец с концентрацией); 3 — морской воде (образец без концентрации)

сливости при коррозии в пресной воде снижается в 1,5—9 раз, причем увеличение предела прочности стали не приводит к увеличению предела коррозионной выносливости (рис. 75) [9].

Для нержавеющей стали аустенитного класса предел выносливости в пресной воде в среднем лишь на 10% ниже предела выносливости на воздухе. Однако при коррозии в морской воде на базе испытаний $(20-50) \cdot 10^6$ циклов снижение предела выносливости даже для этих сталей заметно; так, для стали марки 18—8: $\sigma_{18-8}^{мор. вод} = 20 \div 24$ кгс/мм², $\sigma_{18-8}^{прес. вод} = 20 \div 21$ кгс/мм²; $\sigma_{18-8}^{мор. вод} = 8 \div 11$ кгс/мм².

Детали, работающие в условиях коррозии, подвергают поверхностному упрочнению и защищают от коррозии.

Некоторые жидкости, такие как смазочные масла, консистентные смазки

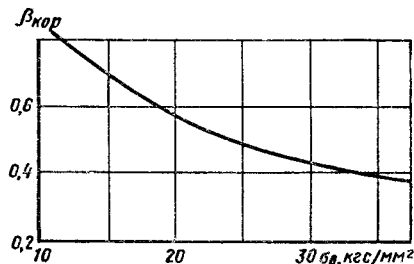


Рис. 74. Влияние коррозии, возникающей во время испытания в пресной воде, на предел выносливости чугунных образцов при изгибе и кручении

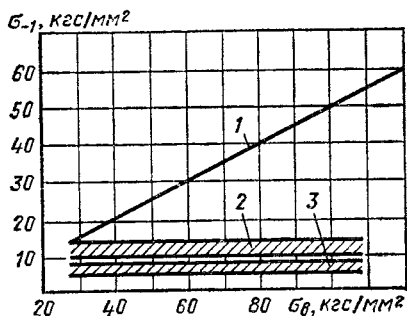


Рис. 75. Зависимость предела выносливости от предела прочности для различных сталей в разных средах:

1 — в воздухе; 2 — в пресной воде; 3 — в морской воде [9]

и т. д., являются поверхностно-активными, но химически не агрессивными средами и могут влиять на сопротивление усталости.

На рис. 76 показаны результаты усталостных испытаний образцов из

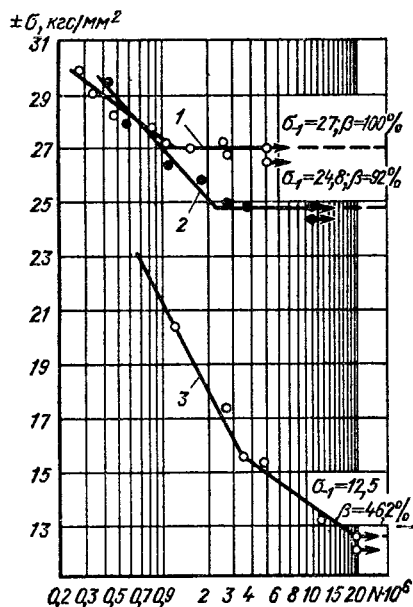


Рис. 76. Кривые усталости образцов из стали марки 20X Φ 20 мм (по А. В. Карлашеву), полученные в различных средах: 1 — в воздухе; 2 — в активированном масле; 3 — в воде

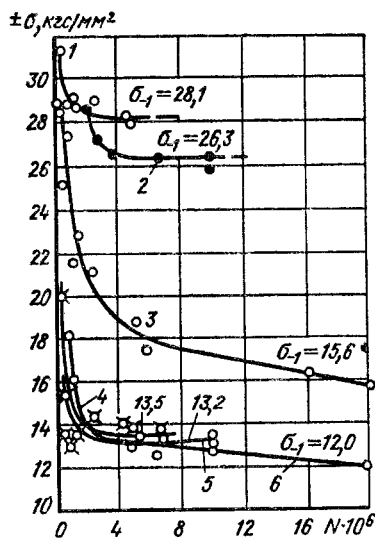


Рис. 77. Кривые усталости при испытании шлифованных гладких образцов [16]: 1 — в воздухе; 2 — в масле; 3 — в воде; образцов с концентрацией напряжения: 4 — в воздухе; 5 — в масле; 6 — в воде

стали марки 20X на воздухе, в активированном масле (адсорбционная усталость) и в воде (коррозионная усталость) [16]. Снижение пределов выносливости стали под влиянием обычных неактивированных масел доходит до 10%, а под влиянием активированных масел — до 15—20%.

Для расчета деталей машин на прочность важное значение имеет правильный учет совместного действия коррозии, с одной стороны, и концентрации напряжений и абсолютных размеров — с другой.

Кривые коррозионной усталости образцов гладких и с концентрацией напряжений из стали марки 20X перлитно-ферритной структуры показаны на рис. 77.

Эффективные коэффициенты концентрации составляют: на воздухе $K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}} = \frac{28,1}{13,5} = 2,08$; в масле $K_{\sigma} = \frac{26,3}{13,2} = 2$; в воде $K_{\sigma_{кор}} = \frac{\sigma_{-1_{кор}}}{\sigma_{-1k_{кор}}} = \frac{15,6}{12,0} = 1,3$; т. е. они в условиях

Таблица 11

Совместное влияние коррозии и концентрации напряжений на сопротивление усталости

Материал и вид испытания	Образец (d, мм)	Предел выносливости в кгс/мм ²		$K_{\sigma_{\text{воз}}}$	$\frac{1}{\beta_{\text{кор}}}$	$K_{\sigma_{\text{кор}}}$			Литературный источник
		на воздухе	в коррозионной среде			из опыта	по формуле	отклонение, %	
Сталь 20X (перлит-феррит), изгиб	Гладкий, d = 8	32,5	21,5	2,11	1,51	2,11	2,62	+24	[16]
	С концентрацией, d = 14	15,4	15,4						
То же	Гладкий, d = 20	29,1	17	2,07	1,65	2,25	2,72	+21	
	С концентрацией, d = 20	13,6	12,5						
Сталь 40X (нормализованная), изгиб	Гладкий, d = 8	43,5	37,2	1,6	1,17	1,72	1,77	+3	
	С концентрацией, d = 8	27,2	25,3						
Чугун, изгиб	Гладкий, d = 20	12	11	1,11	1,09	1,32	1,20	-9	
	С концентрацией, d = 20	10,8	9,1						
Хромоникелевая сталь марки SAE3140 ($\sigma_B = 80$ кгс/мм ²), кручение	Гладкий	30,8	22,8	1,00	1,35	—	—	—	
	С буртиком	20	19,2	1,54	—	1,60	1,89	+18	
	С буртиком	19,6	21	1,57	—	1,47	1,92	+30	
	С отверстием	15,4	9,5	2,00	—	3,25	2,35	-28	
Хромоникелевая сталь марки SAE3140 ($\sigma_B = 113$ кгс/мм ²), кручение	Гладкий	39,2	22,8	—	1,72	—	—	—	
	С буртиком	25,9	14	1,51	—	2,8	2,23	-20	
	С отверстием	21	14	1,87	—	2,8	2,59	-8	
Хромоникелевая сталь марки SAE3140 ($\sigma_B = 89$ кгс/мм ²), изгиб	Гладкий	44,8	23,8	—	1,88	—	—	—	
	С буртиком	25,2	13,3	1,78	—	3,37	2,66	-21	
	С отверстием	21,7	11,2	2,07	—	4,0	2,95	-26	
Хромоникелевая сталь марки SAE3140 ($\sigma_B = 110$ кгс/мм ²), изгиб	Гладкий	63,0	9,1	—	6,92	—	—	—	
	С буртиком	25,2	7,7	2,5	—	8,18	8,42	+3	
	С отверстием	21,7	6,3	2,9	—	10,0	8,82	-12	

Продолжение табл. 11

Материал и вид испытания	Образец (d, мм)	Предел выносливости в кгс/мм ²		$K_{\sigma_{\text{воз}}}$	$\frac{1}{\beta_{\text{кор}}}$	$K_{\sigma_{\text{кор}}}$			Литературный источник
		на воздухе	в коррозионной среде			из опыта	по формуле	отклонение, %	
Серый чугун ($\sigma_B = 28$ кгс/мм ²), изгиб	Гладкий	12,3	9,9	—	1,25	—	—	—	
	С надрезом	10,5	9,1	1,17	—	1,35	1,42	+5	
Сталь ($\sigma_B = 55$ кгс/мм ²), изгиб	Гладкий	37,8	20,3	—	1,86	—	—	—	[78]
	С буртиком	17,2	9,1	2,2	—	4,15	3,06	-26	
	С отверстием	17,5	12,6	2,16	—	3,0	3,02	0	
Сталь ($\sigma_B = 49,5$ кгс/мм ²), изгиб	Гладкий	35,0	16,8	—	2,08	—	—	—	
	С буртиком	16,8	9,8	2,08	—	3,57	3,16	-11	
	С отверстием	16,6	11,9	2,11	—	2,94	3,19	+9	
Сталь ($\sigma_B = 64$ кгс/мм ²), изгиб	Гладкий	38,2	13,3	—	2,87	—	—	—	[65]
	С буртиком	18,2	10,5	2,1	—	3,64	3,97	+9	
	С отверстием	18,6	11,2	2,05	—	3,41	3,92	+15	
Сталь ($\sigma_B = 87,5$ кгс/мм ²), изгиб	Гладкий	44,5	9,8	—	4,53	—	—	—	
	С буртиком	21,0	7,7	2,12	—	5,77	5,65	-2	
	С отверстием	17,5	9,1	2,54	—	4,88	6,07	+24	

коррозии значительно ниже, чем на воздухе. Коэффициенты влияния коррозии для образцов с концентрацией напряжений $\beta_K = \frac{\sigma_{-1\text{кор}}}{\sigma_{-1\text{возд}}} = \frac{12}{13,5} = 0,89$, выше, чем для гладких образцов: $\beta_{\text{кор}} = \frac{\sigma_{-1\text{кор}}}{\sigma_{-1\text{воз}}} = \frac{15,6}{28,1} = 0,56$ (см. рис. 77).

Совместное влияние коррозии и концентрации напряжений может быть учтено коэффициентом $K_{\sigma_{\text{кор}}}$ по формуле, аналогичной выражению (3.32):

$$K_{\sigma_{\text{кор}}} = K_{\sigma} + \frac{1}{\beta_{\text{кор}}} - 1, \quad (3.37)$$

где $K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1\text{возд}}}{\sigma_{-1\text{кор}}}$ — эффективный коэффициент концентрации при испытании на воздухе;

$\beta_{\text{кор}} = \frac{\sigma_{-1\text{кор}}}{\sigma_{-1\text{воз}}}$ — коэффициент влияния коррозии для гладких образцов;

$K_{\sigma_{\text{кор}}} = \frac{\sigma_{-1\text{воз}}}{\sigma_{-1\text{кор}}}$ — суммарный коэффициент, учитывающий одновременное влияние коррозии и концентрации напряжений;

здесь $\sigma_{-1\text{воз}}$, $\sigma_{-1\text{кор}}$ — пределы выносливости образца гладкого и с концентрацией напряжений (соответственно), определенные на воздухе;

Таблица 12

Сравнительные испытания на усталость при изгибе и растяжении-сжатии [9]

Материал	σ_B , кгс/мм ²	Предел усталости на воздухе		Предел усталости при коррозии	
		σ_{-1}	σ_{-1p}	$\sigma_{-1}^{\text{кор}}$	$\sigma_{-1p}^{\text{кор}}$
		кгс/мм ²			
Углеродистая сталь; 0,48% С	99,5	39,4	24,2	4,4	3,8
Нержавеющая сталь; 0,12% С, 14,5% Cr	63,2	38,8	34,6	14,2	17,3
Нержавеющая аустенитная сталь; 0,11% С, 18,3% Cr, 8,2% Ni	104,3	37,4	37,8	24,9	23,3
Нержавеющая сталь; 0,25% С, 17% Cr, 1,16% Ni	86,0	51,5	44,8	19,4	24,5
Дуралюмин	41,4	14,2	12,6	5,4	4,1

$\sigma_{-1\text{кор}}$, $\sigma_{-1p\text{кор}}$ — пределы коррозионной выносливости образцов гладких и с концентрацией напряжений.

Коэффициенты $K_{\sigma\text{кор}}$, определенные по формуле и опытным путем, приведены в табл. 11. В отдельных случаях значения $K_{\sigma\text{кор}}$, полученные по формуле, завышены, но это завышение приводит к ошибке в запас прочности, что можно допустить как первое приближение.

Влияние масштабного фактора на пределы коррозионной выносливости в настоящее время изучено мало, и имеющиеся по этому вопросу экспериментальные данные в ряде случаев противоречивы.

В расчете деталей машин на прочность следует полагать, что влияние масштабного фактора при коррозионной усталости не меньше, чем при испытании на воздухе.

Представляют интерес данные о влиянии коррозии при различных видах напряженного состояния. В табл. 12 даны пределы выносливости при изгибе и растяжении-сжатии, полученные на базе 50 млн. циклов при частоте 2200 циклов в минуту.

В первом приближении можно полагать, что между пределами коррозионной выносливости при различных видах напряженного состояния существуют те же зависимости, что и при испытании на воздухе.

Диаграммы предельных напряжений при асимметричном цикле при испытании в коррозионной среде имеют некоторые особенности в области сред-

них сжимающих напряжений (табл. 13). Наложение средних сжимающих напряжений весьма благотворно влияет на сопротивление коррозионной усталости, поэтому предел коррозионной усталости только на 5% ниже предела усталости на воздухе. Однако растягивающие средние напряжения действуют отрицательно, значительно снижая предельную амплитуду напряжений. Положительное влияние средних сжимающих напряжений на сопротивление коррозионной усталости используется при применении методов поверхностного упрочнения к деталям, работающим в условиях коррозии. В этих случаях в поверхностных слоях детали создаются значительные остаточные сжимающие напряжения, приводящие к резкому повышению пределов коррозионной выносливости.

Таблица 13

Сравнительные испытания на усталость при односторонних циклах разного знака — растяжения и сжатия [9]

Образцы и условия испытания	Предел выносливости при одностороннем цикле, кгс/мм ²	
	растяжение	сжатие
Шлифованные, воздух	120	165
С надрезом (глубина 0,03 мм), воздух	95	153
Шлифованные, коррозия в пресной воде	15	157

Таблица 14

Результаты усталостных и коррозионно-усталостных испытаний хромированной стали марки 45 с предварительной поверхностной электрозакалкой и без нее [41]

Вид обработки образцов	Предел выносливости на базе испытаний 10^7 циклов			
	на воздухе		в 3%-ном растворе HCl	
	в кгс/мм ²	в %	в кгс/мм ²	в %
Нормализация (исходное состояние)	25,75	100	10,0	100
Электролитическое хромирование	20,3	79	8,7	87
То же, с предварительной поверхностной электрозакалкой	34,6	134	30,0	300

Таблица 15

Влияние покрытий на выносливость образцов в условиях коррозии

Материал	Коррозионная среда; образец; база испытания (число циклов); n , об/мин; d мм	Металл слоя покрытия	Толщина слоя, мм	Коэффициент	Литературный источник
Сталь с содержанием 0,36% C; 0,28% Si; 0,73% Mn; нормализованная при 840—860 °C	Пресная вода; образец гладкий, $d = 10$; $N = 10^7$; $n = 1450$	Zn	0,030	0,94	[22]
Сталь с содержанием 0,37% C; 0,74% Mn; 0,61% Cr; 0,21% Si; 1,4% Ni; закалка и отпуск ($\sigma_B = 87$ кгс/мм ²)	Пресная вода; образец гладкий, $d = 9$; $N = 10^8$; $n = 1450$	Zn	0,0040	0,41	[66]
		Cd	0,0025	0,25	
			0,0125	0,45	
Сталь марки 50; холоднотянутая ($\sigma_B = 100$ кгс/мм ²) Сталь марки 50; нормализованная ($\sigma_B = 65$ кгс/мм ²)	3%-ный раствор NaCl; образец гладкий, $d = 7$; $N = 2 \cdot 10^7$; $n = 2200$	Zn	0,014	0,87	[69]
		Cd	0,013	0,77	
		Zn	0,014	0,90	
		Cd	0,013	0,84	
Дуралюмин с содержанием: 4—4,5% Cu; 0,64% Mn; 0,63% Mg; 0,84% Fe, 0,22% Si ($\sigma_B = 39$ кгс/мм ²)	3%-ный раствор NaCl; образец гладкий, $d = 8$; $N = 5 \cdot 10^7$; $n = 2000$	Zn	—	0,71	[69]
		Zn + лак из синтетической резины	—	0,65	[69]
		Cd	—	<0,5	

Таблица 16

Результаты испытаний на коррозионную усталость в 3%-ном растворе NaCl упругих образцов из стали марки 45 [41]

Вид обработки образцов	Предел выносливости при базе испытаний 10^7 циклов			
	в кгс/мм ²		в %	
	на воздухе	в 3%-ном растворе NaCl	на воздухе	в 3%-ном растворе NaCl
Шлифование	25,5	10,0	100	100
Наклеп дробью	29,7	20,2	116	202
Обкатка роликами	28,2	25,2	111	252
Поверхностная закалка т. в. ч.	47,5	35,8	187	358

Методы повышения сопротивления коррозионной усталости. Электролитическое хромирование полезно с точки зрения повышения сопротивления коррозионной усталости. Рябченковым А. В. и Новиковым В. Н. была исследована возможность использования комбинированного способа упрочнения: в качестве первой операции используется поверхностная закалка с нагрева т. в. ч., наклеп поверхности дробью или роликом или кратковременное азотирование; второй операцией является электролитическое хромирование. После первой операции в поверхностном слое остаются значительные сжимающие остаточные напряжения, которые компенсируют затем растягивающие остаточные напряжения от хромирования. В результате происходит значительное повышение пределов выносливости образцов (табл. 14).

Образцы, обкатанные дробью или роликом и затем электролитически хромированные, имеют предел коррозионной выносливости (в соленой воде) на 95—113% выше, чем образцы, прошедшие только хромирование.

При электролитическом никелировании так же как и при хромировании в поверхностном слое образцов появляются значительные остаточные растягивающие напряжения, которые приводят к снижению пределов выносливости.

Анодные покрытия, особенно цинком, в отличие от хромирования, никелирования или омеднения, практически не снижают предела выносливости образцов, испытываемых на воздухе.

При достаточно большой толщине слоя цинка (до 30 мкм) предел коррозионной выносливости не намного ниже предела выносливости, определенного на воздухе. Данные о влиянии электролитических покрытий цинком и кадмием на коррозионный предел выносливости приведены в табл. 15. Эти данные показывают, что покрытие цинком может служить защитой от коррозионной усталости.

Влияние технологических методов поверхностного упрочнения на коррозионно-усталостную прочность деталей. Такие методы поверхностного упрочнения, как наклеп поверхности дробью или роликом, поверхностная закалка с нагрева т. в. ч., кратковременное азотирование и т. п. — весьма эффективные средства повышения сопротивления коррозионной усталости деталей машин. Причиной повышения пределов коррозионной выносливости в этих случаях являются значительные сжимающие остаточные напряжения в поверхностном слое, возникающие в процессе обработки. В табл. 16 представлены результаты усталостных испытаний образцов из стали марки 45, прошедших различную поверхностную обработку.

6. Расчет на прочность при установившихся режимах переменных напряжений

Под установившимся режимом переменных напряжений будем понимать периодический закон изменения напря-

жений во времени по асимметричному циклу с неизменными во времени значениями амплитуды σ_a и среднего напряжения цикла $\sigma_{\text{ш}}$. В этой главе будут изложены традиционные детерминистические методы расчета на прочность, в которых характеристики нагруженности и прочности рассматриваются, как детерминированные величины, а их случайные вариации при расчете во внимание не принимаются. Расчет, согласно этим методам, сводится к вычислению запасов прочности и сопоставлению их с допустимыми нормативными значениями, устанавливаемыми на основе опыта расчетов в КБ и наблюдениями за поведением машин в условиях эксплуатации.

В настоящее время в ряде случаев указанный детерминистический подход является недостаточным, и требуется применение более эффективных вероятностных методов расчета на усталость (см. гл. 6). Однако часто объем экспериментальной информации о нагрузках и прочности, необходимой для использования вероятностных методов расчета, является ограниченным, что снижает достоверность получаемых оценок ресурса и надежности. В этих случаях применение детерминистических подходов, основанных на вычислении коэффициентов запаса прочности, остается оправданным.

Если напряжения в детали изменяются по симметричному циклу, то коэффициент запаса прочности может быть вычислен по формулам:

$$\left. \begin{aligned} &\text{при действии нормальных напряжений} \\ &n_\sigma = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_a}, \\ &\text{при действии касательных напряжений} \\ &n_\tau = \frac{\tau_{-1d}}{\tau_a}, \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

где σ_{-1d} и τ_{-1d} — пределы выносливости детали при изгибе и кручении в номинальных напряжениях; σ_a и τ_a — амплитуды переменных напряжений изгиба или кручения в детали.

При сложном напряженном состоянии для расчета на прочность при переменных нагрузках используют ги-

потезы прочности. Для материалов в пластическом состоянии лучше соответствуют экспериментальным данным гипотеза наибольших касательных напряжений и гипотеза октаэдрических напряжений. Для бруса эти гипотезы записывают в виде:

$$\sigma_{-1} = \sqrt{\sigma_a^2 + 4\tau_a^2} \quad (3.39)$$

и

$$\sigma_{-1} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}. \quad (3.40)$$

На основании экспериментальных данных условие прочности при изгибе и кручении выражается в виде эллиптической зависимости (3.13)

$$\sigma_{-1} = \sqrt{\sigma_a^2 + \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 \tau_a^2}. \quad (3.41)$$

Для детали с концентрацией напряжений получаем аналогично

$$\sigma_{-1d} = \sqrt{\sigma_a^2 + \left(\frac{\sigma_{-1d}}{\tau_{-1d}}\right)^2 \tau_a^2}. \quad (3.42)$$

В результате элементарных преобразований имеем

$$\frac{\sigma_a^2}{\sigma_{-1d}^2} + \frac{\tau_a^2}{\tau_{-1d}^2} = 1, \quad (3.43)$$

откуда

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2} \quad (3.44)$$

или

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}, \quad (3.45)$$

где n — коэффициент запаса прочности;

$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_a}$ — коэффициент, характеризующий прочность только по нормальным напряжениям;

$n_\tau = \frac{\tau_{-1d}}{\tau_a}$ — коэффициент, характеризующий прочность только по касательным напряжениям.

Для вала с поперечным отверстием при изгибе с кручением следует учесть действительное распределение напряжений по краю отверстий. Это можно

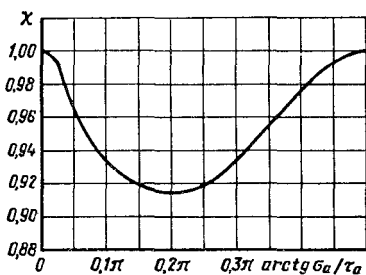


Рис. 78. Значения поправочного коэффициента χ , учитывающего смещение точек действия наибольших нормальных и касательных напряжений при изгибе вала с кручением (вал с поперечным отверстием)

сделать, введя коэффициент χ в выражение для запаса прочности. Тогда

$$n = \frac{\chi n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}. \quad (3.46)$$

Зависимость $\chi \left(\arctg \frac{\sigma_a}{\tau_a} \right)$ показана на рис. 78.

Для хрупких материалов расчет запаса прочности производят по формуле, вытекающей из уравнения (3.10):

$$n = \frac{K_r n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}, \quad (3.47)$$

где K_r — поправочный коэффициент (рис. 79), учитывающий разницу в величинах запасов прочности, определенных по формулам (3.9) и (3.10); τ_{ak} , σ_{ak} — предельные амплитуды для образцов с концентрацией напряжений.

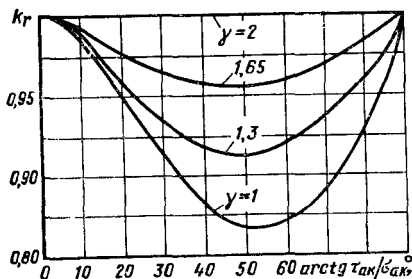


Рис. 79. Значения поправочного коэффициента K_r

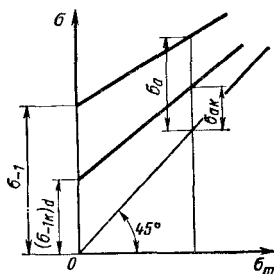


Рис. 80. Схематизированная диаграмма предельных напряжений для детали

Параметром кривых, представленных на рис. 79, является коэффициент

$$\gamma = \frac{\sigma_{-1d}}{\tau_{-1d}}.$$

Определение запасов прочности при асимметричном цикле. При расчете запасов прочности принимают схематизированную диаграмму предельных напряжений для образцов без концентрации напряжений (рис. 80), а также учитывают влияние на выносливость различных факторов при асимметричном цикле.

Линия предельных напряжений, построенная в координатах σ_{max} σ_m , есть прямая, проходящая через две точки A и B с координатами $(0; \sigma_{-1})$ и $\left(\frac{\sigma_0}{2}, \sigma_0 \right)$; ее уравнение имеет вид

$$\sigma_{max} = \sigma_{-1} + \frac{2(\sigma_0 - \sigma_{-1})}{\sigma_0} \sigma_m = \sigma_{-1} + \left(1 + \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \right) \sigma_m.$$

Введем коэффициент

$$\psi_{\sigma} = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}, \quad (3.48)$$

зависящий от свойств металла. Тогда уравнение линии предельных напряжений для образцов без концентрации напряжений примет вид

$$\sigma_{max} = \sigma_{-1} + (1 - \psi_{\sigma}) \sigma_m. \quad (3.49)$$

Аналогично запишем уравнение при действии касательных напряжений

$$\tau_{max} = \tau_{-1} + (1 - \psi_{\tau}) \tau_m. \quad (3.50)$$

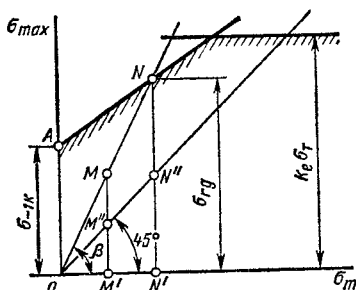


Рис. 81. Схема к определению запасов прочности при простом нагружении

Учет концентрации напряжений, абсолютных размеров сечения, состояния поверхности и т. д. производится на основе установленной выше закономерности по экспериментальным данным. Эта закономерность заключается в том, что отношение предельных амплитуд напряжений гладкого образца и детали, на прочность которой влияют отмеченные выше факторы, остается постоянным независимо от величины среднего напряжения цикла (см. рис. 28, 29).

На этом основании строят схематизированную диаграмму предельных напряжений для детали (см. рис. 80). Указанное построение может быть получено и аналитически. Предельная амплитуда напряжений образца

$$\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_m = [\sigma_{-1} + (1 - \psi_\sigma) \sigma_m] - \sigma_m = \sigma_{-1} - \psi_\sigma \sigma_m. \quad (3.51)$$

Предельная амплитуда напряжений детали $\sigma_{ад}$ в $K_{\sigma D}$ раз меньше σ_a , т. е.

$$\sigma_{ад} = \frac{\sigma_a}{K_{\sigma D}} = \frac{\sigma_{-1} - \psi_\sigma \sigma_m}{K_{\sigma D}}.$$

Уравнение линии предельных напряжений для детали примет вид:

$$\sigma_{\max д} = \sigma_{ад} + \sigma_m = \frac{\sigma_{-1} - \psi_\sigma \sigma_m}{K_{\sigma D}} + \sigma_m = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D}} + \left(1 - \frac{\psi_\sigma}{K_{\sigma D}}\right) \sigma'_m.$$

Диаграмму предельных напряжений для детали и ее аналитическое выражение используют при определении запасов прочности (рис. 81).

Пусть номинальные напряжения в детали $\sigma_{\max}$ и σ_m характеризуются точкой M (см. рис. 81); так как точка M лежит ниже линии предельных напряжений, то деталь, очевидно, будет иметь некоторый запас прочности больше единицы.

Предположим, что в процессе работы детали с ростом нагрузки отношение $\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} = \text{const}$, т. е. переменная и постоянная составляющие цикла напряжений пропорционально возрастают. Такое нагружение детали называется простым.

При простом нагружении точка, характеризующая цикл напряжений, будет смещаться от точки M к точке N по лучу ON, выходящему из начала координат. При этом коэффициент асимметрии цикла r будет оставаться постоянным. Это вытекает из зависимости:

$$\text{tg } \beta = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} = \frac{2\sigma_{\max}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{2}{1+r}.$$

$$\text{При } \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} = \text{const} \quad r = \text{const}.$$

Точка N, соответствующая разрушению, называется предельной.

Коэффициент запаса прочности

$$n_\sigma = \frac{NN'}{MM'} = \frac{NN''}{MM''} = \frac{N'N''}{M'M''} = \frac{\sigma_{мд}}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{рд}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{ад}}{\sigma_a},$$

где $\sigma_{рд}$ — предел выносливости при асимметричном цикле для детали; $\sigma_{ад}$ — предельная амплитуда напряжений для детали.

Величину $\sigma_{рд}$ (ординату точки N) найдем в результате совместного решения уравнений линии AN (линии предельных напряжений для детали) и луча ON, т. е.

$$\sigma'_{мажд} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D}} + \left(1 - \frac{\psi_\sigma}{K_{\sigma D}}\right) \sigma'_m$$

и

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_m} \sigma'_m,$$

где штрихами обозначены текущие координаты.

Отсюда, полагая, что $\sigma_{\max} = \sigma_{rd}$, получим

$$\sigma_{rd} = \frac{\sigma_{-1} \sigma_{\max}}{\sigma_a K_{\sigma D} + \psi_{\sigma} \sigma_m}.$$

Поэтому окончательное выражение для коэффициента запаса прочности имеет вид

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a K_{\sigma D} + \psi_{\sigma} \sigma_m}. \quad (3.52)$$

Аналогично при кручении

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a K_{\tau D} + \psi_{\tau} \tau_m}. \quad (3.53)$$

Формулы (3.52), (3.53) впервые предложены С. В. Серенсеном и Р. С. Кинашвили в 40-х годах и с тех пор нашли широкое применение в промышленности для расчета на прочность при напряжениях, переменных во времени.

Напряжение в детали при асимметричных циклах может оказаться близким к предельному по статической несущей способности, если средние напряжения σ_m большие.

Эта несущая способность характеризуется напряжениями $K_{\sigma} \sigma_t$ в пластическом состоянии и σ_b в хрупком. Поэтому наряду с определением коэффициентов запаса прочности по усталости следует определять коэффициенты запаса прочности по статической несущей способности (см. гл. 1). В соответствии с этим диаграмма предельных напряжений будет ограничена по статической несущей способности линией $\sigma_{\max} = K_{\sigma} \sigma_t$ (или при кручении $\tau_{\max} = K_{\tau} \tau_t$), как показано на рис. 81.

Для асимметричных циклов с $\sigma_m < 0$ можно принять $\psi_{\sigma} = 0$.

Определение запасов прочности при асимметричном цикле и сложном напряженном состоянии. Коэффициенты запаса прочности определяют по усталости и по статической несущей способности.

Коэффициент запаса прочности по усталости

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \geq [n], \quad (3.54)$$

где n_{σ} и n_{τ} вычисляются по формулам (3.52) и (3.53).

Полученное расчетом значение n должно быть не меньше нормативного минимально допустимого значения коэффициента запаса прочности по усталости $[n]$.

Независимо от расчета на усталость нужно проверить выполнение условия обеспечения статической несущей способности при действии максимальных напряжений циклов $\sigma_{\max}$ и $\tau_{\max}$ по методике, изложенной в гл. 1.

Условия работы ряда деталей характерны таким изменением нагрузок в процессе работы, что отношение $\sigma_{\max}/\sigma_m$ не остается постоянным при увеличении нагрузки. Такой характер нагружения называется сложным. При сложном нагружении среднее напряжение цикла σ_m и амплитуда напряжений σ_a могут изменяться независимо друг от друга. Так, например, при возникновении упругих колебаний в детали σ_m остается постоянным, σ_a может возрастать. Если среднее напряжение σ_m определяется сборочными натягами, то оно может меняться при постоянной амплитуде σ_a .

Коэффициент запаса прочности может определяться по статической (σ_m) и переменной (σ_a) составляющим напряжений цикла, а также по максимальному напряжению $\sigma_{\max}$:

$$n_m = \frac{\sigma_{md}}{\sigma_m}; \quad n_a = \frac{\sigma_{ad}}{\sigma_a}; \quad n = \frac{\sigma_{\max d}}{\sigma_{\max}}, \quad (3.55)$$

где σ_{md} и σ_{ad} — предельные напряжения, соответствующие заданному условию возрастания напряжений.

Схемы для определения указанных коэффициентов запаса прочности представлены на рис. 82, на котором линией 1 обозначены предельные напряжения для детали (построена с учетом концентрации напряжений, абсолютных размеров). Кривая MN характеризует зависимость между $\sigma_{\max}$ и σ_m в процессе возрастания нагрузки (рис. 82, а). Точка N характеризует предельный цикл с ординатами $\sigma_{\max d} = \sigma_{ad} + \sigma_{md}$, являющимися предельными напряжениями.

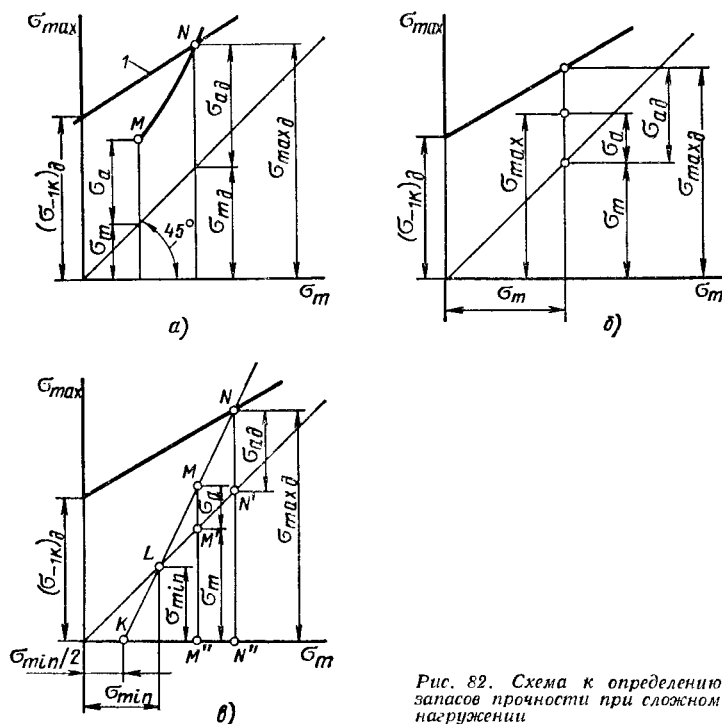


Рис. 82. Схема к определению запасов прочности при сложном нагружении

Далее рассматриваются случаи: $\sigma_m = \text{const}$ (рис. 82, б) и $\sigma_{\min} = \text{const}$ (рис. 82, в).

Для случаев, представленных на рис. 82, б, в, коэффициент запаса прочности определяется по амплитуде и максимальному напряжению.

По рис. 82, б:

$$n_a = \frac{\sigma_{ad}}{\sigma_a} = \frac{\sigma_{-1d} - \frac{\psi_\sigma}{K_{\sigma D}} \sigma_m}{\sigma_a}; \quad (3.56)$$

$$n = \frac{\sigma_{\max d}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1d} + \sigma_m \left[1 - \frac{\psi_\sigma}{K_{\sigma D}} \right]}{\sigma_m + \sigma_a}. \quad (3.57)$$

По рис. 82, в линия возрастания действующих напряжений MN проходит через точку $K \left(\frac{\sigma_{\min}}{2}, 0 \right)$ и точку

$L(\sigma_{\min}, \sigma_{\min})$ коэффициент запаса прочности по амплитуде

$$n_a = \frac{NN'}{MM'} = \frac{\sigma_{-1d} - \frac{\psi_\sigma}{K_{\sigma D}} \sigma_{\min}}{\left(1 + \frac{\psi_\sigma}{K_{\sigma D}} \right) \sigma_a}. \quad (3.58)$$

Коэффициент запаса прочности по максимальному напряжению

$$n = \frac{NN''}{MM''} = \frac{2\sigma_{-1d} + \left(1 - \frac{\psi_\sigma}{K_{\sigma D}} \right) \sigma_{\min}}{\left(1 + \frac{\psi_\sigma}{K_{\sigma D}} \right) (2\sigma_a + \sigma_{\min})}. \quad (3.59)$$

Каждый из указанных коэффициентов запаса прочности сопоставляется со своим минимально допустимым значением, определяемым на основе практики расчетов в конструкторских бюро и наблюдениями за машинами в эксплуатации.

Величина минимально допустимых коэффициентов запаса прочности при расчете на выносливость зависит от достоверности определения усилий и напряжений, от однородности материалов, уровня технологии изготовления детали и других причин, которые нужно учесть при расчете.

При повышенной точности расчета с широким использованием экспериментальных данных по определению усилий, напряжений и характеристик прочности при достаточной однородности материала и качества технологических процессов принимают при расчете по формулам (3.52)–(3.54) $[n] = 1,3 \div 1,5$ (например, в коленчатых валах поршневых авиационных двигателей).

При недостаточном полном объеме экспериментальной информации о нагрузках и прочности, при ограниченном числе результатов натурных усталостных испытаний, при среднем уровне технологии производства и дефектоскопии $[n] = 1,5 \div 2$.

При малом объеме или отсутствии экспериментальной информации о нагрузках и прочности, при невысоком уровне технологии производства, пониженной однородности материала (литые и сварные детали значительных размеров) $[n] = 2 \div 3$.

Обычно коэффициенты запаса прочности принимают более высокими для ответственных деталей, разрушение которых может приводить к авариям.

Следует иметь в виду, что минимально допустимое значение коэффициента запаса прочности $[n]$ неразрывно связано с методом расчета, который включает в себя правила выбора и определения расчетных нагрузок, величин пределов выносливости и параметров кривой усталости детали, расчетные формулы. Изменение метода расчета в какой-либо его части должно сопровождаться уточнением величин $[n]$. Это уточнение основывается на расчетах деталей уже эксплуатирующихся машин данного типа и сопоставлении результатов расчета с информацией об отказах по условию прочности в эксплуатации.

Так, например, при расчетах рам тележек многих типов локомотивов по

методике, предложенной в ЦНИИ МПС [43] и основанной на использовании формул типа (3.52), было установлено, что при $n_\sigma < 2$ в эксплуатации появлялись усталостные трещины до исчерпания установленного ресурса. При $n_\sigma > 2$ указанные трещины не появлялись. Так была установлена нормативная величина $[n] = 2$.

Величины допустимых коэффициентов запаса прочности $[n]$ перекрывают возможные случайные колебания показателей прочности и нагруженности и непосредственно связаны с надежностью. С ростом значения $[n]$ увеличивается вероятность безотказной работы, приближаясь к единице. Вероятностные методы расчета на усталость раскрывают эту связь и помогают обосновать нормативные величины $[n]$ (см. гл. 6).

7. Расчеты на усталость при амплитудах напряжений, меняющихся во времени

В большинстве случаев режимы работы машин в условиях эксплуатации переменны, вследствие чего амплитуды напряжений σ_d изменяются во времени. Указанные изменения могут циклически повторяться. Совокупность амплитуд напряжений за определенный период эксплуатации t_0 , характеризующий эту цикличность, назовем блоком нагружения. Период t_0 может измеряться в часах работы, километрах пробега, количеством технологических операций и т. д.

Для расчета на усталость необходимо иметь данные о величинах амплитуд напряжений, возникающих в детали в процессе эксплуатации, и количестве циклов их повторения в продолжении одного блока нагружения. Эти данные представляют в виде ступенчатой функции распределения амплитуд напряжений (форма ее показана в табл. 17) соответствующей одному блоку нагружения. При неограниченном увеличении числа ступеней i и стремлении к нулю наибольшей разности $\Delta\sigma_i = \sigma_{ai} - \sigma_{ai-1}$ ступенчатая функция распределения переходит в непрерывную, заданную тем или иным законом распределения.

Таблица 17

Ступенчатая функция распределения амплитуд напряжений

i	1	2	3	...	r	
σ_{ai}				...		
v_{i6}				...		$v_6 = \sum_{i=1}^r v_{i6}$

В табл. 17: i — номер уровня амплитуд напряжений σ_{ai} , которые должны быть расположены в убывающем порядке по мере увеличения i так, что $\sigma_{a1} = \sigma_{a \max}$ — максимальная амплитуда напряжений в блоке нагружения, σ_{ar} — минимальная, v_{i6} — число циклов повторения амплитуды σ_{ai} в блоке нагружения; $v_6 = \sum_{i=1}^r v_{i6}$ — общее количество циклов повторения амплитуд всех уровней в блоке нагружения.

Если срок службы (ресурс) детали до появления усталостного разрушения, измеренный в километрах пробега, часах работы и т. д. обозначить L , то количество блоков нагружения за срок службы

$$\lambda = \frac{L}{l_6}. \quad (3.60)$$

Тогда общее количество циклов n_i повторения амплитуд i -го уровня σ_{ai} за срок службы

$$n_i = v_{i6} \lambda, \quad (3.61)$$

а общее суммарное количество циклов повторения амплитуд всех уровней

$$N_{\text{сум}} = \sum_{i=1}^r n_i = \lambda v_6. \quad (3.62)$$

Для расчета деталей машин на усталость при варьируемых амплитудах переменных напряжений по известным параметрам кривой усталости и функции распределения амплитуд напряжений необходимо использовать какую-нибудь гипотезу суммирования усталостных повреждений, возникаю-

щих от действия амплитуд различных уровней.

Наиболее простой является гипотеза линейного суммирования усталостных повреждений, предложенная Пальмгреном в 1924 г. и развитая применительно к расчетам деталей машин на усталость Решетовым Д. Н., Серенсеном С. В., Бахаревым В. М., Майнером М. А. (1945 г). Смысл этой гипотезы сводится к следующему. Пусть N_i — это число циклов до появления усталостного разрушения при действии переменных напряжений с амплитудой σ_{ai} (предполагается стационарное нагружение при неизменной величине σ_{ai}). Величина N_i определяется из уравнения кривой усталости в форме, аналогичной уравнению (3.2)

$$N_i = \frac{\sigma_{-1d}^m N_0}{\sigma_{ai}^m}. \quad (3.63)$$

При блочном нагружении с переменными амплитудами предполагается, что относительное усталостное повреждение от действия амплитуды σ_{ai} равно n_i/N_i , где n_i определяется по формуле (3.61). Усталостное разрушение при варьируемых амплитудах наступает согласно линейной гипотезе тогда, когда сумма относительных повреждений по всем уровням амплитуд достигает единицы, т. е.

$$\sum_{i=1}^r \frac{n_i}{N_i} = 1. \quad (3.64)$$

Если амплитуда напряжений $\sigma_{ai} < \sigma_{-1d}$, то при наличии горизонтального участка кривой усталости $N_i = \infty$. Поэтому в выражении (3.64) суммируются только те слагаемые, для которых $\sigma_{ai} > \sigma_{-1d}$.

За последние 30 лет были проведены многочисленные исследования справедливости линейной гипотезы суммирования усталостных повреждений. Эти исследования заключаются в проведении программных усталостных испытаний, в которых амплитуда напряжений в одном блоке нагружения изменяется по определенной программе, и фиксируется общее количество блоков

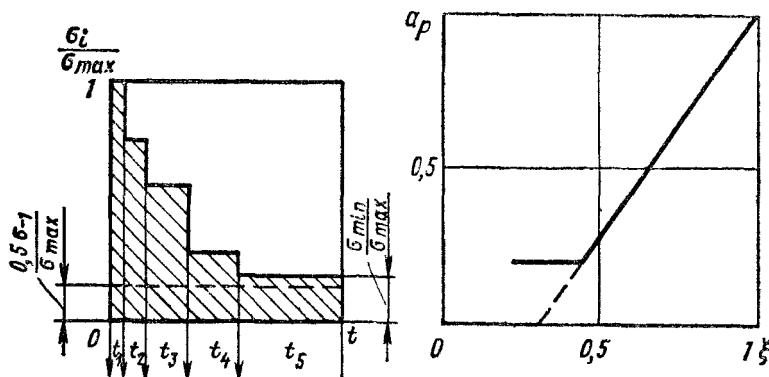


Рис. 83. Ступенчатое распределение амплитуд напряжений в блоке нагружения

$\lambda_{\text{сум}}$ или суммарное число циклов $N_{\text{сум}}$ до разрушения. Зная параметры кривой усталости σ_{-1d} , N_0 , m и пользуясь уравнениями (3.61) и (3.64), можно подсчитать сумму относительных усталостных повреждений, обозначаемую $a = \sum_{i=1}^r \frac{n_i}{N_i}$, и сопоставить

ее с единицей. В результате этих исследований было установлено, что при испытании ограниченного числа образцов величина a может изменяться в очень широких пределах (от 0,01 до 100). Если $a = 0,01$, то подсчет числа циклов до разрушения по уравнению (3.64) приведет к ошибке 100-кратной не в запас долговечности. Поэтому были высказаны сомнения в справедливости линейной гипотезы, и предлагались другие более сложные гипотезы, как правило, нелинейные, которые, однако, не привели к более хорошему соответствию расчетных и экспериментальных данных по долговечности (см. обзор в работах [20, 48]).

Последующие исследования на большом числе образцов показали, что при усталостных испытаниях идентичных образцов наблюдается весьма большой разброс чисел циклов N (до 10—100 и более раз), что связано со статистической природой процесса усталостного разрушения (см. гл. 6). Если стационарные (при постоянной амплитуде) и программные испытания проводить на большом числе образцов

(обычно 20—50 шт. в каждом варианте) и сумму относительных повреждений a вычислять по средним значениям чисел

циклов $\bar{n}_i$ и $\bar{N}_i$, т. е. $a = \sum \frac{\bar{n}_i}{\bar{N}_i}$, то

разброс величин a становится существенно меньшим.

В работах [20, 47] показано, что в предположении справедливости линейной гипотезы можно ожидать колебаний величин a в пределах $0,5 < a < 2$ вследствие случайности средних чисел циклов $\bar{n}_i$ и $\bar{N}_i$ (при испытании по 20 образцов в каждом варианте). Эти двукратные отклонения a от единицы являются случайными.

Таким образом, было показано, что в отдельных случаях опытные данные не противоречат предположению о справедливости линейной гипотезы в форме уравнения (3.64). Такое положение наблюдается тогда, когда нет существенной разницы между максимальными и минимальными амплитудами блока нагружения, нет кратковременных резких перегрузок. В противном случае наблюдаются систематические отклонения a от единицы [например, a изменяется в пределах от 0,1 до 0,4 при среднем значении $\bar{a} = 0,2$, что соответствует ошибке в оценке ресурса в 5 раз при использовании уравнения (3.64)].

Было установлено, что a в среднем уменьшается с уменьшением площади, заштрихованной на рис. 83. На этом рисунке в относительных величинах

изображена форма блока нагружения, причем заштрихованная площадь

$$\xi = \sum_{i=1}^l \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a\max}} t_i, \quad (3.65)$$

где

$$t_i = \frac{v_{i6}}{v_6}.$$

На основе статистического анализа экспериментальных данных была предложена следующая формула для расчетного значения суммы относительных повреждений a_p :

$$a_p = \frac{\frac{\sigma_{a\max}}{\sigma_{-1d}} \xi - K}{\frac{\sigma_{a\max}}{\sigma_{-1d}} - K} \quad \text{при } a_p \geq 0,2. \quad (3.66)$$

Если по формуле (3.66) получается $a_p < 0,2$, то в расчетах следует принимать $a_p = 0,2$, так как меньшие значения не оправдываются опытными данными.

В формуле (3.66) введена величина $K = 0,5 \div 0,7$, позволяющая получить лучшее соответствие опытных и расчетных данных. Эта величина соответствует относительному уровню повреждающих амплитуд напряжений, а именно, как установлено рядом экспериментов, амплитуды $\sigma_{ai} < K\sigma_{-1d} = (0,5 - 0,7) \times \sigma_{-1d}$ не оказывают повреждающего действия и могут не учитываться при расчетах на усталость. В соответствии с этим в формуле (3.65) учитываются только те амплитуды, которые превышают $K\sigma_{-1d}$. Далее принимается $K = 0,6$. При подсчете ξ следует из первоначальной функции распределения амплитуд, заданной в виде табл. 16, отбросить амплитуды $\sigma_{ai} < 0,6K$, после чего подсчитать новое значение $v_6 = \sum_{i=1}^l v_{i6}$, где l — номер первого уровня амплитуды, который превышает $0,6\sigma_{-1d}$; затем $t_i = \frac{v_{i6}}{v_6}$ и ξ по формуле (3.65).

Расчет среднего ресурса детали согласно корректированной линейной гипотезе суммирования усталостных повреждений проводят по формуле

$$\sum_{i=1}^m \frac{n_i}{N_i} = a_p, \quad (3.67)$$

где m — номер первого уровня амплитуды, который превышает σ_{-1d} .

Таким образом, суммирование в формуле (3.65) осуществляется по амплитудам $\sigma_{ai} > 0,6\sigma_{-1d}$ (для которых вычисляются v_6 и t_i), а в формуле (3.67) по амплитудам $\sigma_{ai} > \sigma_{-1d}$.

Корректированная линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений проверялась по многочисленным результатам программных усталостных испытаний, проведенных на большом числе образцов в различных лабораториях. В результате сопоставления расчетных и опытных чисел циклов до разрушения было показано, что корректированная линейная гипотеза дает удовлетворительную для практики точность расчета ресурса деталей [20, 47]. Так, если линейная гипотеза без корректировки с вероятностью 10% может приводить к 5—7-кратной ошибке не в запас ресурса и в отдельных случаях достигать 20-кратной ошибки, то ошибка в оценке ресурса по корректированной линейной гипотезе [см. уравнения (3.67)] с вероятностью 95% не превышает 2,5-кратную. В работах [20, 47] показано, что 2—2,5-кратную ошибку в расчетной оценке ресурса на стадии проектирования следует считать приемлемой для практики, учитывая практическую невозможность достижения больших точностей. Последнее связано с тем, что пологость левой ветви кривой усталости приводит к значительным отклонениям по числу циклов даже при незначительных отклонениях уровня напряжений, связанных с неизбежными погрешностями в оценке эксплуатационных напряжений и характеристик сопротивления усталости. Получающиеся в расчетах ошибки в оценке ресурса компенсируются введением коэффициентов запаса по ресурсу.

Подставляя в уравнение (3.67) выражения (3.63) для N_i и (3.61) для n_i ,

найдем

$$\lambda = \frac{a_p \sigma^m - 1_d N_0}{\sum_{i=1}^m v_{i0} \sigma_{at}^m} \quad (3.68)$$

Формула (3.68) позволяет рассчитать средний ресурс детали, выраженный числом блоков нагружения до появления усталостного повреждения (трещины или разрушения), если использованы соответствующие величины, входящие в правую часть равенства (3.68).

Если распределение амплитуд напряжений задано некоторой непрерывной функцией распределения с плотностью вероятности $f(\sigma_a)$, то уравнение, аналогичное уравнению (3.67), принимает вид

$$\int_{\sigma_{-1d}}^{\infty} \frac{dn}{N} = a_p \quad (3.69)$$

Величина dn представляет собой число циклов действия за срок службы амплитуд напряжений, лежащих в пределах от σ_a до $\sigma_a + d\sigma_a$ и выражается формулой

$$dn = N_{\text{сум}} f(\sigma_a) d\sigma_a = \lambda v_0 f(\sigma_a) d\sigma_a.$$

Выражая N по уравнению (3.63) и подставляя в равенство (3.69), с учетом выражения для dn , получаем

$$\lambda = \frac{a_p N_0 \sigma^m - 1_d}{v_0 J}, \quad (3.70)$$

где

$$J = \int_{\sigma_{-1d}}^{\infty} \sigma_a^m f(\sigma_a) d\sigma_a. \quad (3.71)$$

Пусть распределение амплитуд задано Рэлеевским законом распределения,

плотность вероятности которого выражается формулой

$$f(\sigma_a) = \begin{cases} \frac{\sigma_a}{S_\sigma^2} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2S_\sigma^2}} & \text{при } \sigma_a \geq 0; \\ 0 & \text{при } \sigma_a < 0. \end{cases} \quad (3.72)$$

Вычислим интеграл J , подставив в уравнение (3.71) формулу (3.72):

$$J = \frac{1}{S_\sigma^2} \int_{\sigma_{-1d}}^{\infty} \sigma_a^{m+1} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2S_\sigma^2}} d\sigma_a. \quad (3.73)$$

Для вычисления J могут быть использованы [4] таблицы интеграла вероятностей χ^2 [1], представляющего собой выражение

$$P(x, n) = \frac{1}{2^n \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_x^{\infty} y^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}} dy. \quad (3.74)$$

Функция $P(x, n)$, построенная по соответствующим таблицам, представлена на рис. 84. Интеграл, входящий в правую часть равенства (3.74), может быть выражен так [4]:

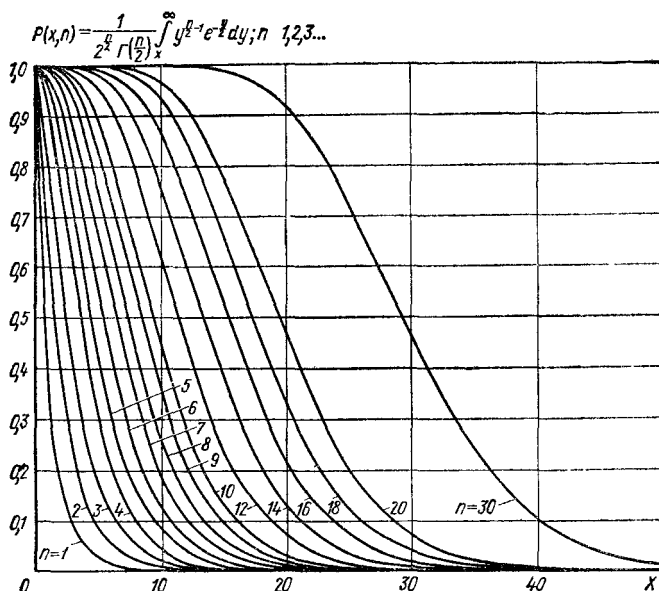
$$\int_x^{\infty} y^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{y}{2}} dy = 2\psi(n) P(x, n), \quad (3.75)$$

где

$$\psi(n) = 2^{\frac{n}{2}-1} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right). \quad (3.76)$$

Значения $\psi(n)$ могут быть найдены по формулам:

$$\psi(n) = \begin{cases} (n-2)!! \sqrt{\frac{\pi}{2}} & \text{при нечетном } n, \\ 2^{\frac{n}{2}-1} \left(\frac{n}{2}-1\right)! & \text{при четном } n. \end{cases} \quad (3.77)$$

Рис. 84. Значения интеграла $P(x, n)$

Здесь $(n-2)!! = 1, 3, 5 \dots (n-4) \times (n-2)$;

$$\psi(1) = \psi(3) = \sqrt{\frac{\pi}{2}}; \quad \psi(2) = 1.$$

Производя в интеграле (3.73) замену переменной $y = \frac{\sigma_a^2}{2S_\sigma^2}$ и сопоставляя с выражением (3.74) получаем

$$J = S_\sigma^m P(x_0^2, m+2) \psi(m+2), \quad (3.78)$$

где

$$x_0 = \frac{\sigma_{-1d}}{S_\sigma}.$$

Таким образом, формула для расчета ресурса детали при Рэлеевском законе распределения амплитуд с параметром S_σ согласно уравнению (3.70) получает вид

$$\lambda = \frac{a_p N_0 x_0^m}{v_6 P(m+2) P(x_0^2, m+2)}. \quad (3.79)$$

Эта формула совпадает с формулой Болотина В. В. [4], так как если обозначить через T_{II} — ресурс детали,

выраженный в секундах, а T_e — «эффективный» период процесса, то

очевидно $N_{\text{сум}} = \lambda v_6 = \frac{T_{II}}{T_e}$. Введя эти обозначения и принимая $a_p = 1$ (линейная гипотеза без корректировки), можно из уравнения (3.79) получить формулу В. В. Болотина [4] для T_{II} .

Если случайный процесс изменения напряжений во времени является стационарным, достаточно узкополосным, гауссовским процессом с дисперсией S_σ^2 , то распределение амплитуд напряжений является Рэлеевским с параметром S_σ , а эффективный «период» T_e может быть вычислен по известной функции спектральной плотности $\Phi(\omega)$ по формуле Райса [37]:

$$T_e = 2\pi \frac{\left[\int_0^\infty \Phi(\omega) d\omega \right]^{1/2}}{\left[\int_0^\infty \omega^2 \Phi(\omega) d\omega \right]^{1/2}}. \quad (3.80)$$

Таким образом, в случае указанного типа процессов, основываясь на оценке

Таблица 18

Формулы для подсчета ресурса деталей при различных законах распределения амплитуд напряжений

Распределение амплитуд	Плотность вероятности закона распределения амплитуд	Формула для определения ресурса	Примечание
Нормальное	$\frac{1}{S_{\sigma_a} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_a - \bar{\sigma}_a)^2}{2S_{\sigma_a}^2}}$	$\lambda = \frac{a_0 N_0 x_0^m \sqrt{2\pi}}{v_6 \sum_{r=0}^m C_r^r v_m^r \sigma_a^r \psi(r+1) P(x_0^2, r+1)}$	$x_0 = \frac{\sigma_{-1\lambda} - \bar{\sigma}_a}{S_{\sigma_a}}$ $v_{\sigma_a} = S_{\sigma_a} / \bar{\sigma}_a$ C_r^r — биномиальные коэффициенты
Правая ветвь нормального распределения	$\frac{2}{S_{\sigma_a} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2S_{\sigma_a}^2}}$	$\lambda = \frac{a_p N_0 x_0^m \sqrt{2\pi}}{2v_6 \psi(m+1) P(x_0^2, m+1)}$	$x_0 = \frac{\sigma_{-1\lambda}}{S_{\sigma_a}}$
Экспоненциальное	$\frac{1}{\bar{\sigma}_a} e^{-\left(\frac{\sigma_a}{\bar{\sigma}_a}\right)}$	$\lambda = \frac{a_p N_0 x_0^m \cdot 2^{m-1}}{v_6 \psi(2m+2) P(2x_0^2, 2m+2)}$	$x_0 = \frac{\sigma_{-1\lambda}}{\bar{\sigma}_a}$
По Рэлею	$\frac{\sigma_a}{S_{\sigma_a}^2} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2S_{\sigma_a}^2}}$	$\lambda = \frac{a_p x_0^m N_0}{v_6 \psi(m+2) P(x_0^2, m+2)}$	$x_0 = \frac{\sigma_{-1\lambda}}{S_{\sigma_a}}$

уровня нагруженности методами корреляционной теории случайных функций, по формуле (3.79) можно вычислить ресурс. Формула (3.79) справедлива и для других типов процессов, если методами непосредственной схематизации случайного процесса, описанными выше, установлено, что распределение амплитуд можно описать законом Рэлея.

Аналогичные выводы формул для долговечности могут быть осуществлены с использованием функции $P(x, n)$ и для других законов распределения амплитуд напряжений. Такие формулы для некоторых законов приведены в табл. 18.

Выведем также формулу для коэффициента a_p , корректирующего линей-

ную гипотезу суммирования повреждений. В случае непрерывного закона распределения амплитуд напряжений выражение (3.65) для ζ принимает вид:

$$\zeta = \int_{K\sigma_{-1\lambda}}^{\infty} \frac{1}{A} \sigma f(\sigma) d\sigma, \quad (3.81)$$

где $A = \int_{K\sigma_{-1\lambda}}^{\infty} f(\sigma) d\sigma$ — нормирующий множитель, который вводится в связи с тем, что функция распределения амплитуд $f(\sigma)$ принимается усеченной с абсциссой усечения $K\sigma_{-1\lambda}$. Подставляя выражение (3.72) для рэлевского закона распределения в уравнение (3.81)

Таблица 19

Формулы для расчета a_p при различных законах распределения амплитуд

Распределение амплитуд	Формулы для определения a_p	Примечание
Нормальное	$a_p = \frac{\frac{P(y_0^2, 2)}{P(y_0^2, 1)} - y_0}{5,5 - y_0}$	$y_0 = \frac{0,5\sigma - 1\lambda}{S_{\sigma a}}$
Правая ветвь нормального распределения	$a_p = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi} \cdot \frac{P(y_0^2, 2)}{P(y_0^2, 1)}} - y_0}{5,5 - y_0}$	$y_0 = \frac{0,5\sigma - 1\lambda}{S_{\sigma a}}$
Экспоненциальное	$a_p = \frac{\frac{P(2y_0, 4)}{P(2y_0, 2)} - y_0}{12 - y_0}$	$y_0 = \frac{0,5\sigma - 1\lambda}{\sigma_a}$
По Рэлею	$a_p = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{P(y_0^2, 3)}{P(y_0^2, 2)}} - y_0}{4 - y_0}$	$y_0 = \frac{0,5\sigma - 1\lambda}{S_{\sigma}}$

и выполняя интегрирование, получаем с учетом выражения (3.66)

$$a_p = \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{P(y_0^2, 3)}{P(y_0^2, 2)}} - y_0}{\frac{\sigma_{a \max}}{S_{\sigma}} - y_0}, \quad (3.83)$$

где $y_0 = \frac{K\sigma - 1\lambda}{S_{\sigma}} = \frac{0,5\sigma - 1\lambda}{S_{\sigma}}$; S_{σ} — параметр распределения Рэлея для амплитуд напряжений; $\sigma_{a \max}$ — максимальная амплитуда напряжений блока на разрушения.

Значение $\sigma_{a \max}$ целесообразно взять таким, которое отвечает достаточно малой вероятности появления больших амплитуд, причем амплитуды более высокие, чем $\sigma_{a \max}$, встречаются за срок службы настолько редко, что не оказывают влияния на сопротивление усталости. Как показывает сопоставление с опытными данными, указанную вероятность целесообразно принять равной $P = 10^{-5} \div 2 \cdot 10^{-5}$. Для закона распределения Рэлея этой вероятности соответствует значение $\sigma_{a \max}/S_{\sigma} \approx 4$.

Аналогично выведены формулы a_p для других законов распределения амплитуд напряжений, представленные в табл. 19.

Таким образом, средний ресурс детали, выраженный числом блоков до разрушения λ , подсчитывается по формуле (3.68) в случае ступенчатой функции распределения амплитуд напряжений с вычислением a_p по уравнению (3.66). В случае непрерывных законов распределения амплитуд ресурс λ вычисляется по выражениям (3.70), (3.71). Выражения λ и a_p для некоторых законов распределения амплитуд сведены в табл. 18, 19.

Зная ресурс детали, выраженный числом блоков λ , можно по уравнению (3.60) найти предельный ресурс L , выраженный в км пробега, часах работы и т. д.;

$$L = \lambda \cdot 6. \quad (3.84)$$

Если $L_{\text{нар}}$ — наработка детали (в часах, км и т. п.) до изъятия из эксплуатации, то запас по ресурсу определяется выражением

$$n_L = \frac{L}{L_{\text{нар}}}.$$

Вычисленное значение n_L должно быть не ниже допускаемого значения $[n_L]$, устанавливаемого на основе опыта расчетов для данного типа машин и сопоставления результатов расчета со статистикой случаев усталостных разрушений.

Амплитуды напряжений, возникающие в процессе работы в деталях машин, рассчитываемых на значительные сроки службы (например, 20 лет и более), как правило меньше предела выносливости. Вследствие этого, сумма, стоящая в знаменателе выражения (3.68), равна нулю, так что расчет на усталость по линейной гипотезе выполнить нельзя.

В этом случае предполагается переход к предельному состоянию как результат возможного увеличения уровня переменной напряженности с сохранением формы функции распределения амплитуд, т. е. при подобном преобразовании блока нагружения [50]. А, именно, предполагается, что все амплитуды возрастают в n раз, где n — коэффициент запаса прочности. При этом суммирование в формуле (3.68) должно производиться по амплитудам, для которых выполняется условие $n\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1L}$ или $\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1L}/n$.

С учетом сказанного выше выражение (3.68), характеризующее условие прочности в этом случае, примет вид

$$\lambda = \frac{a_p \sigma_{-1L}^m N_0}{\sum_{(\sigma_{ai} > \frac{\sigma_{-1L}}{n})} (n\sigma_{ai})^m v_{i6}}, \quad (3.85)$$

где λ — ресурс детали в блоках нагружения, для которого вычисляется коэффициент запаса прочности.

Найдем из выражения (3.85) величину n :

$$n = \frac{\sigma_{-1L}}{\sigma_{\text{экв}}}, \quad (3.86)$$

где

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt[m]{\frac{\lambda v_6}{N_0 a_p} \sum_{(\sigma_{ai} > \frac{\sigma_{-1L}}{n})} \sigma_{ai}^m t_{i6}}. \quad (3.87)$$

В случае непрерывного закона распределения амплитуд напряжений формула (3.87) примет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt[m]{\frac{v_6 \lambda J_1}{N_0 a_p}}, \quad (3.88)$$

где

$$J_1 = \int_{\frac{\sigma_{-1L}}{n}}^{\infty} \sigma^m f(\sigma) d\sigma. \quad (3.89)$$

Так как $\sigma_{\text{экв}}$ является функцией n , то определение этой величины осуществляется с помощью известных способов решения трансцендентных уравнений (методом последовательных приближений или графически, путем сопоставления графиков функций от n , стоящих в левой и правой части уравнения (3.86)).

Вычисленное значение n не должно быть меньше допустимого значения $[n]$.

Расчет по эквивалентным напряжениям, связанный с предположением о возможности n -кратного увеличения амплитуд напряжений, является условным, т. к. величина коэффициента запаса прочности отражает возможные случайные вариации не только уровня нагруженности, но и характеристик сопротивления усталости.

Предположение о возрастании амплитуд в n раз приводит к тому, что предельные показатели сопротивления усталости могут не соответствовать фактическому режиму работы за счет смещения уровня напряжений на более высокий участок кривой усталости, чем тот, который соответствует реальным условиям. Это может, например, привести к заметному влиянию показателя угла наклона левой ветви кривой усталости на ресурс, хотя при значительных ресурсах это влияние не существенно, как будет показано в гл. 6. Поэтому предпочтительнее в этом случае метод, основанный на учете постепенного снижения предела выносливости вследствие циклических перегрузок, описанный в гл. 6.

Другой возможный подход к использованию линейной гипотезы суммирования повреждений для расчета деталей машин на усталость предложен Решетовым Д. Н. [38, 39]. Согласно этому

подходу расчет на прочность производится по эквивалентной нагрузке, определяемой умножением максимальной нагрузки на коэффициент долговечности

$$K = K_1 K_{N,n} \quad (3.90)$$

где $K_1 = \sqrt{\frac{60 T n_1}{N_0}}$ — коэффициент, характеризующий потребный срок службы;

$K_{N,n} = \sqrt[m]{\sum \left(\frac{Q_i}{Q_1}\right)^m \frac{n_i}{n_1} \frac{T_i}{T}}$ — коэффициент, характеризующий переменность режима работы вследствие изменения мощности N и числа оборотов n ;

Q_1 — максимальная нагрузка, по отношению к которой вычисляется коэффициент долговечности;

Q_i — нагрузка при режиме i ;

n_1, n — число оборотов в минуту при максимальной Q_1 и i -й нагрузках, соответственно;

T — общее расчетное время работы в часах;

T_i — время работы в часах при i -м режиме;

m, N_0 — параметры кривой усталости [см. уравнение (3.2)].

На основе указанного подхода разработаны нормативные методы расчетов на усталость деталей в станкостроении [88].

Список литературы

1. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. М., «Наука», 1965, 464 с.
2. Балашов Б. Ф. Повышение сопротивления усталости деталей наклепыванием. — В кн.: Повышение износостойкости и срока службы машин. Т. 2, Киев, изд-во АН УССР, 1960, с. 7—17.
3. Балтер М. А. Упрочнение деталей машин. М., «Машиностроение», 1968, 196 с.
4. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике. М., Стройиздат, 1965, 279 с.
5. Вагапов Р. Д., Шишорина О. И., Хрипнина Л. А. Моделирование при испытаниях на усталость. — В кн.: Испытание деталей машин на прочность. Под ред. С. В. Серенсена. М., Машгиз, 1960, с. 24—66.
6. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ их результатов. М., «Машиностроение», 1964, 275 с.
7. Вопросы перевода подвижного состава на роликовые подшипники. — «Труды ВНИИЖТ», вып. 221, 1961, 200 с.
8. Гальперин М. Я., Когаев В. П. Параметры функций распределения пределов выносливости образцов из сталей и легких сплавов. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте. Под ред. С. В. Серенсена. М., «Наука», 1969, с. 36—40.
9. Гликман Л. А. Коррозионно-механическая прочность металлов. М. — Л. Машгиз, 1955, 176 с.
10. Грозинская З. П. Влияние технологических факторов при обкатке шариками на качество поверхностного слоя. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук, М., ИМАш, 1956, 16 с.
11. Данилов Ю. С., Кадобнова Н. В. Роль частоты нагружения при испытаниях на выносливость. — «Заводская лаборатория», № 6, 1959, 27 с.
12. Дмитриченко С. С. Методы оценки и повышения долговечности несущих систем

тракторов и других машин. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук, М., МВТУ, 1970, 36 с.

13. Еленевский Д. С., Шнейерсон Л. М. Выносливость стальных деталей с химико-термическим упрочнением при асимметричных циклах нагрузки. — «Вестник машиностроения», 1960, № 10, с. 17—22.

14. Иванова В. С. Усталостное разрушение металлов. М., Металлургиздат, 1963, 272 с.

15. Карпенко Г. В. Влияние механической обработки на прочность и выносливость стали. М. — Киев, Машгиз, 1959, 186 с.

16. Карпенко Г. В. Влияние активных жидких сред на выносливость стали. Киев, изд-во АН УССР, 1955, 208 с.

17. Когаев В. П., Серенсен С. В. Статистическая методика оценки влияния концентрации напряжений на сопротивление усталости. — «Заводская лаборатория», 1962, № 1, с. 79—87.

18. Когаев В. П. Расчетная оценка пределов выносливости деталей машин. — «Вестник машиностроения», 1972, № 1, с. 11—14.

19. Когаев В. П. Вопросы поверхностного упрочнения в проблеме конструирования. — В кн.: Теоретические основы конструирования машин, М., изд-во АН СССР, 1958.

20. Когаев В. П. Статистические закономерности усталости металлов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук, М., ИМАш, 1968, 55 с.

21. Кудрявцев И. В. Внутренние напряжения, как резерв прочности в машиностроении. М., Машгиз, 1951, 278 с.

22. Кудрявцев И. В., Саввин Н. М., Рябенков А. В. Методы поверхностного упрочнения деталей машин. М., Машгиз, 1949, 222 с.

23. Кудрявцев И. В., Саввин Н. М. Повышение несущей способности крупных ступенчатых валов из легированных сталей. — «Вестник машиностроения», 1961, № 11, с. 11—15.

24. Кудрявцев И. В., Наумченков Н. Е. Усталостная прочность электрошлаковых сварных соединений в крупных стальных отливках. — «Сварочное производство», 1959, № 1, с. 4—9.
25. Морозов Б. И., Шубина Н. Б. Наклеп дробью тяжело нагруженных зубчатых колес. М., «Машиностроение», 1972, 104 с.
26. Механическая усталость в статистическом аспекте. (Сборник статей), М., «Наука», 1969, 174 с.
27. Нейбер Г. Концентрация напряжений. М., Гостехиздат, 1947, 204 с.
28. Некоторые вопросы усталостной прочности стали. (Сборник статей). Под ред. Н. Н. Давиденкова, М., Машгиз, 1953, 216 с.
29. Поверхностное упрочнение деталей подвижного состава и пути. — «Труды ЦНИИ», вып. 82, 1964, 162 с.
30. Повышение усталостной прочности деталей машин поверхностной обработкой. (Сборник статей). Под ред. С. В. Серенсена, М., Машгиз, 1952, 219 с.
31. Повышение надежности и долговечности колесчатых валов транспортных дизелей. (Сборник статей). М., «Транспорт», 1965, 138 с.
32. Повышение прочности и долговечности деталей машин. [Сборник статей]. Под ред. И. В. Кудрявцева, М., «Машиностроение», 1969, 312 с. (ЦНИИТМаш).
33. Повышение выносливости и надежности деталей машин и механизмов. Куйбышев, Книжное издательство, 1966, 222 с. Авт.: Б. А. Кравченко, Д. Д. Паншев, Б. И. Колесников, Н. И. Моренков.
34. Повышение прочности и долговечности деталей машин методом поверхностного наклепа. (Сборник статей). Под ред. И. В. Кудрявцева, М., «Машиностроение», 1965, 212 с.
35. Попов Г. Г., Усов А. М. Исследование усталостной прочности стали. М., Трансжелдориздат, 1958, 132 с.
36. Расчеты на прочность в машиностроении. (Сборник статей). М., Машгиз, 1959.
37. Райс С. Теория флуктуационных шумов. — В кн.: Теория передачи электрических сигналов при наличии помех. М., изд. иностр. лит., 1953.
38. Решетов Д. Н. Расчет деталей станков. М., Машгиз, 1945, 138 с.
39. Решетов Д. Н., Чатынян С. М. Расчет деталей машин на прочность при переменных режимах нагружений. — «Вестник машиностроения», 1965, № 8, с. 11—14.
40. Ромашов К. Ф. Исследование процессов обработки металлов резанием. — «Труды МАТИ», 1960, № 45.
41. Рябченко А. В. Коррозионно-усталостная прочность стали. М., Машгиз, 1952.
42. Саверин М. М. Дробеструйный наклеп. М., Машгиз, 1955, 312 с.
43. Сварные конструкции локомотивных тележек. (Основные положения проектирования и изготовления). М., «Транспорт», 1971, 72 с.
44. Серенсен С. В., Козлов Л. А., Гарф М. Э. Машин для испытаний на усталость. М., Машгиз, 1957, 404 с.
45. Серенсен С. В., Козлов Л. А., Кобаев В. П. Концентрация напряжений в деталях машин (применительно к расчету на выносливость). — «Вестник машиностроения», 1949, № 10, с. 23—28; № 11, с. 27—30; № 12, с. 19—20; 1950, № 3, с. 21—24; № 4, с. 23—26; № 6, с. 250—21.
46. Серенсен С. В., Кобаев В. П., Козлов Л. А. Выносливость деталей машин в связи с состоянием поверхности и поверхностным упрочнением. — «Вестник машиностроения», 1950, № 6, с. 16—18; № 7, с. 35—36; № 8, с. 27—30; № 9, с. 27—33.
47. Серенсен С. В., Кобаев В. П. Долговечность деталей машин с учетом вероятности разрушения при нестационарной переменной нагруженности. — «Вестник машиностроения», 1956, № 1.
48. Серенсен С. В., Кобаев В. П., Шнейдерович Р. М. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. М., Машгиз, 1963, 451 с.
49. Серенсен С. В., Буглов Е. Г. О вероятностных представлениях переменной нагруженности деталей машин. — «Вестник машиностроения», 1960, № 10, с. 10—17.
50. Серенсен С. В., Козлов Л. А. Характеристики нестационарной нагруженности и определение запаса прочности. — «Вестник машиностроения», 1964, № 6, с. 5—10.
51. Славенас Ю. Ю. К вопросу исследования масштабного фактора при усталостном испытании стали. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук, Каунас, 1957.
52. Степнов М. Н. Влияние абсолютных размеров деталей и концентрации напряжений на сопротивление усталости легких конструкционных сплавов в статистическом аспекте. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте. М., «Наука», 1969, с. 29—35.
53. Степнов М. Н. Поверхностное упрочнение наклепом алюминиевых сплавов АК4-1 и ВД17. (Сборник «Вопросы сопротивления материалов»). — «Труды МАТИ», вып. 37, 1959, с. 96—118.
54. Степнов М. Н., Гнацинов Е. В. Усталость легких конструктивных сплавов. М., «Машиностроение», 1973, 317 с.
55. Слобін Б. З., Трофимов О. Ф. Статистический анализ изменений случайной нагруженности для оценки накопления усталостного повреждения. — «Вестник машиностроения», 1966, № 10, с. 3—5.
56. Троценко В. Т. Усталость и неупругость металлов. Киев, «Наукова Думка», 1971, 229 с.
57. Ужик Г. В. Методы испытания металлов и деталей машин на выносливость. М., изд-во АН СССР, 1948, 264 с.
58. Ужик Г. В. Эффект концентрации напряжений при асимметричных циклах нагрузки. — «Вестник машиностроения», 1949, № 4, с. 5—8.
59. Усталость металлов. (Сборник статей). Под ред. Г. В. Ужика, М., изд-во иностр. лит., 1961, 378 с.
60. Усталость и выносливость металлов. (Сборник статей). Под ред. Г. В. Ужика, М., изд. иностр. лит., 1963, 497 с.
61. Фридман Я. Б., Гордеева Т. А., Зайцев А. М. Строение и анализ изломов металлов. М., Машгиз, 1960, 128 с.
62. Фрохт М. М. Фотоупругость. М., ОГИЗ, Гостехиздат, 1948, 432 с.
63. Шакин М. Я. Вопросы прочности наклепанных дробью деталей при нестационарной нагруженности. Автореферат дис-

сертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук, М., ИМаш, 1957.

64. Школьник Л. М., Шахов В. И. Технология и приспособления для упрочнения и отделки деталей накатыванием. М., «Машиностроение», 1964, 184 с.

65. Collins, Dolan, Proc. ASTM, Vol. 38, 1938, Part. 11, 158 p.

66. Dolan, Benninger, Beckott. Proc. ASTM, Vol. 40, 1940, 658 p.

67. Dolan, Thomas. Journ. of App. Mech. dec. 1938, A 141, Vol. 5, N 4.

68. Gough H. J. The Engineer, 1949 (N 4892—4895).

69. Gough H. J., Sopwith D. G. Journ. of The Iron and steel Inst. Vol. CXXXV, N 1, 1937, 315 p.

70. Horger O. J., Nelfert N. B. Internal stress and fatigue. In Fatigue and fracture of metals. New York, 1952.

71. Internat. Conf. on fatigue of Met. Inst. Mech. Eng. 1956.

72. Kuhn P. Revue de metallurgie, N 9, 1958.

73. Massanet C. Revue Universelle des Mines de La Metallurgie, 9 serie, T. XI, Juni, 1955, p. 203—232.

74. Mc Adam, D. J. Proc. ASTM, 1926, Vol. 26; 1927, Vol. 27; 1928, Vol. 28; 1930, Vol. 30; 1931, Vol. 31.

75. Peterson R. E. Stress concentration design factors, John Wiley and Sons., 1953.

76. Peterson R. E., Wahl A. Journ. of Appl. March 1936, Vol. 3, No 1.

77. Peterson R. E. Lessels. Exper. Stress Analyses, Vol. 11, No 1.

78. Russell, Lowther. Metals Alloys, Febr. 1941, p. 169.

79. Siebel E. Handbuch der Werkstoffprüfung, Springer — Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1957.

80. Symposium on Basic mechanism of fatigue. ASTM, s. t. p., 1958, N 237.

81. Symposium on Large fatigue testing machines and their results. Jun., 1957. ASTM, STP, N 216, Philadelphia, 1958, p. 151.

82. Wiegand H. Oberfläche und Dauerfestigkeit. Berlin — Spandau, 1940.

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ СТАТИЧЕСКОМ И ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ В УСЛОВИЯХ ПОВЫШЕННЫХ ТЕМПЕРАТУР

1. Сопротивление длительному статическому деформированию и разрушению

Детали многих машин, в особенности паровых и газовых турбин, дизелей, реакторов и др., длительно работают под нагрузкой при повышенных температурах. Этим условиям свойственны и некоторые особенности пластического деформирования и разрушения деталей. В результате ползучести деформации могут во времени достигать предельных величин, при которых происходит нарушение работы машины; в результате релаксации возможно постепенное ослабление упругого натяга в соединениях деталей; за счет уменьшения предельных напряжений во времени возможно разрушение деталей после определенного срока эксплуатации.

Детали из пластмасс, длительно работающие при нормальных температурах, также должны рассчитываться с учетом ползучести и уменьшения прочности во времени.

Ползучестью называют медленное нарастание деформаций во времени при действии постоянных напряжений. Влияние температуры на процесс ползучести можно характеризовать гомологической температурой θ , равной отношению абсолютной температуры испытания к абсолютной температуре плавления материала.

Ползучесть практически проявляется при гомологических температурах порядка 0,3—0,4 и более. В частности, комнатная температура испытания свинца соответствует гомологической температуре $\theta \approx 0,5$, и деформация ползучести в этом случае достаточно велика. С увеличением температуры испытания интенсивность процессов ползучести возрастает.

На рис. 1 показаны кривые ползучести, т. е. экспериментальные зависи-

мости деформации ползучести от времени нагружения, для различных температур при одинаковых напряжениях для армко-железа.

Рассмотрим некоторые свойства кривых ползучести. Семейство таких кривых для различных напряжений испытания показано на рис. 2. При нагружении образца в первоначальный момент времени достигается упругая или упруго-пластическая деформация (участок OA на рис. 3), а затем развиваются во времени деформации ползучести. Обычно можно различать три стадии ползучести. Первая стадия (участок AB) соответствует неустановившейся ползучести, когда скорость деформации непрерывно уменьшается, стремясь к некоторой постоянной скорости, характеризующей вторую стадию — стадию установившейся ползучести (участок BC). Третья стадия, предшествующая разрушению, характеризуется увеличением скорости деформирования за счет уменьшения сечения образца. Это уменьшение обусловлено образованием шейки (вязкое разрушение) или образованием с течением времени трещин внутри образца без заметных местных деформаций (постепенное развитие хрупкого разрушения). В первом

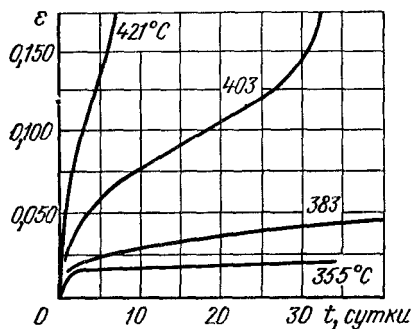


Рис. 1. Кривая ползучести армко-железа при различных температурах

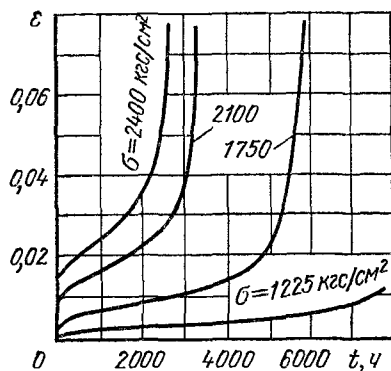


Рис. 2. Кривая ползучести хромокремнемолитбеновой стали при различных напряжениях и температуре 540 °C

случае излом носит внутрикристаллитный характер и развивается при сравнительно низких температурах и больших скоростях деформирования. Во втором случае излом носит межкристаллитный характер и возникает при высоких температурах и относительно низких скоростях деформирования. Следовательно, при повышении температуры испытания при одном и том же времени до разрушения происходит переход от вязкого разрушения к хрупкому. С другой стороны, при одной и той же температуре испытания вязкое разрушение сменяется хрупким с увеличением времени до разрушения. Процесс потери пластичности во времени носит название охрупчивания.

Напряжение, соответствующее разрушению через определенное время нагружения, называется пределом длительной прочности $\sigma_{Вt}$. Предел длитель-

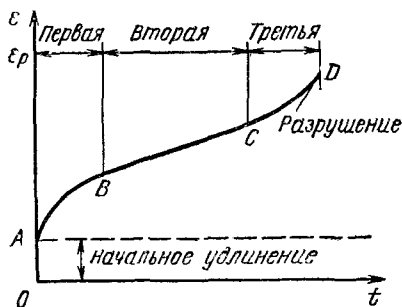


Рис. 3. Схема кривой ползучести

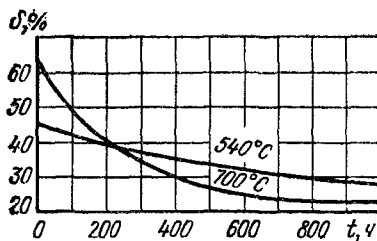


Рис. 4. Кривые разрушающих деформаций (кривые длительной пластичности) малоуглеродистой стали

ной прочности зависит от времени до разрушения и температуры. Зависимость пределов длительной прочности от времени называется кривой длительной прочности. Эта зависимость носит степенной характер.

Кривая деформаций в момент разрушения, в зависимости от времени до разрушения (рис. 4), проходит через конечные точки кривых ползучести, которыми заканчивается третья стадия ползучести.

На рис. 5 показаны кривые длительной прочности в логарифмических координатах для стали 4Х14Н14В2М при различных температурах; на одной из кривых ($t = 700^\circ \text{C}$) виден перелом, соответствующий охрупчиванию материала [10].

Для случая ползучести в процессе нагружения остается постоянным напряжение, действующее на образец; деформация растет во времени и заканчивается разрушением. Если зафиксировать деформацию нагруженного образца, то возникшие в первый момент в результате упругого или упруго-пластического деформирования напряжения по мере развития во времени деформаций начнут уменьшаться.

Это явление называется релаксацией напряжений. Релаксация, представ-

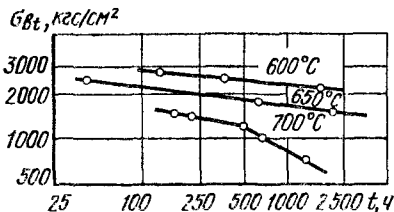


Рис. 5. Кривые длительной прочности

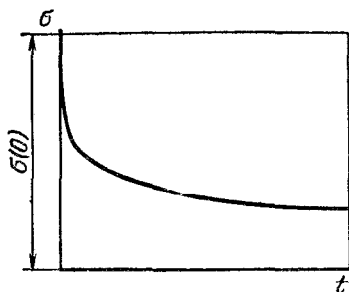


Рис. 6. Схема кривой релаксации

ляющая собой проявление ползучести при убывающих напряжениях, протекает особенно интенсивно в начальный период (рис. 6). Существуют процессы, при которых деформация развивается по определенному закону во времени. Эти процессы занимают промежуточное положение между ползучестью и релаксацией.

К таким процессам может быть, например, отнесено изменение натяга на валу вращающегося, неравномерно нагретого диска.

Таким образом, ползучесть и релаксация являются крайними случаями одного процесса, который должен характеризоваться некоторой реологической зависимостью между величинами, описывающими ползучесть в общем случае. Эта зависимость называется гипотезой ползучести.

При сложном напряженном состоянии могут быть использованы зависимости между интенсивностями напряжений и интенсивностями деформаций (или скоростей деформаций) σ_i и $\dot{\epsilon}_i$ (или $\dot{\epsilon}_i$), причем если принять коэффициент Пуассона $\mu = 0,5$, то все зависимости, полученные при одноосном растяжении, можно использовать при сложном напряженном состоянии.

Подробный анализ гипотез ползучести дан в работе [15], где предложена общая гипотеза, состоящая в том, что скорость ползучести определяется напряжением, температурой, а также некоторым количеством структурных параметров q . Тогда общее уравнение ползучести записывается в виде

$$\dot{\epsilon}_c = f(\sigma, T, q_1, q_2, \dots, q_n). \quad (4.1)$$

Эта гипотеза позволяет описывать весьма сложные случаи ползучести, но ее применение связано с большим объемом вычислений.

Наиболее простой для технических приложений является гипотеза старения, устанавливающая связь между пластической деформацией, напряжением и временем:

$$F(\epsilon_c, \sigma, t) = 0, \quad (4.2)$$

однако она не позволяет описывать резкие изменения нагрузки, особенно изменение знака нагрузки и т. д.

При фиксированном времени t^* уравнение гипотезы старения $F(\epsilon_c, \sigma, t^*)$ фактически выражает связь между напряжением и деформацией; для характеристики этой связи может быть использована функция ползучести φ ; аналогично тому, как функция пластичности φ использовалась для характеристики упруго-пластического деформирования (см. гл. 1).

Используя гипотезу старения можно записать деформацию ползучести в виде суммы деформаций установившейся и неустановившейся ползучести (см. рис. 3)

$$\epsilon_c = g(\sigma, t) + S(\sigma) t. \quad (4.3)$$

Для многих металлов и сплавов полагают участки установившейся ползучести подобными. В этом случае можно записать

$$\epsilon_c = g(\sigma) \theta(t) + S(\sigma) t, \quad (4.4)$$

где $g(\sigma)$ и $S(\sigma)$ — функции напряжений, параметры которых зависят от температуры; $\theta(t)$ — функция времени.

Для аналитического выражения $g(\sigma)$ и $S(\sigma)$ наиболее часто используют степенную зависимость

$$g(\sigma) = K_1 \sigma^n; \quad S(\sigma) = K \sigma^n \quad (4.5)$$

и зависимость гиперболического синуса

$$g(\sigma) = K_1 \operatorname{Sh} \frac{\sigma}{\sigma_0}; \quad S(\sigma) = K \operatorname{Sh} \frac{\sigma}{\sigma_0}, \quad (4.6)$$

которые содержат по два параметра, определяемых из эксперимента.

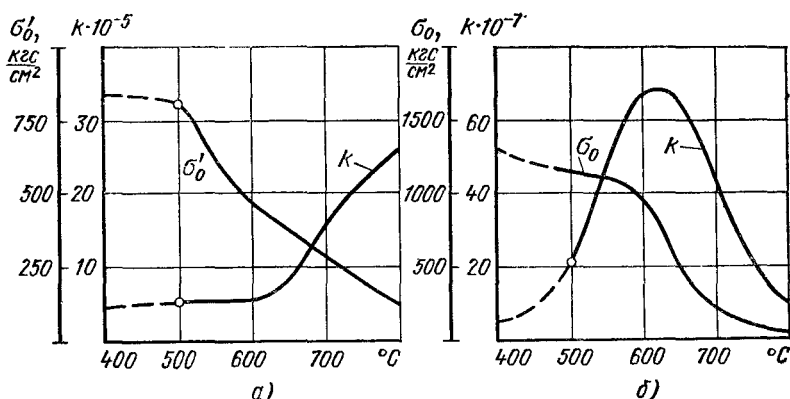


Рис. 7. Параметры ползучести в зависимости от температуры:

а — для $g(\sigma)$; б — для $S(\sigma)$

На рис. 7 показаны значения параметров ползучести для стали марки 4X14N14B2M в зависимости от температуры при использовании зависимости гиперболического синуса.

Функция времени $\theta(t)$ задается графически или аналитически при соблюдении следующих условий: $t = 0$, $\theta(t) = 0$; $t \rightarrow \infty$; $\theta(t) \rightarrow 1$. Для аналитического представления функции могут быть использованы зависимости:

$$\theta(t) = 1 - e^{-bt},$$

или

$$\theta(t) = \ln \left(1 + \frac{t}{b} \right),$$

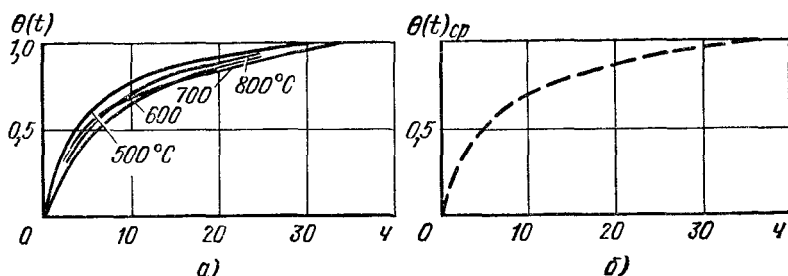
где e — основание натуральных логарифмов; b — постоянная, зависящая от температуры.

В ряде случаев функция $\theta(t)$ от температуры мало зависит. На рис. 8 показаны графики функции $\theta(t)$ для стали марки 4X14N14B2M при различных температурах. Из рисунка следует, что независимо от температуры можно без больших погрешностей принять один график функций $\theta(t)$.

В тех случаях, когда справедливо тождество $g(\sigma) = S(\sigma)$, т. е. когда зависимости для неустановившейся и установившейся стадии ползучести одинаковы, имеет место подобие в целом кривых ползучести по времени. В этом частном случае выражение для деформации ползучести упрощается

$$e_c = S(\sigma) [\theta(t) + t]. \quad (4.7)$$

Суммарная деформация при использовании приведенных выше зависи-

Рис. 8. Графики $\theta(t)$ для стали 4X14N14B2M

а — при различных температурах; б — осредненный график

мостей гипотезы старения выражается уравнением

$$e = f(\sigma) + g(\sigma) \theta(t) + S(\sigma) t, \quad (4.8)$$

где $f(\sigma)$ — соответствует упругой или упруго-пластической деформации (при $t = 0$) и, следовательно,

$$\varphi_t = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{e}} = \frac{\sigma}{eE} = \frac{\sigma}{[f(\sigma) + g(\sigma) \theta(t) + S(\sigma) t] E}. \quad (4.9)$$

В работе [14] был предложен иной вариант теории старения на основе подобия полной деформации, а не деформации ползучести. В этом случае можно написать выражение для изохронных кривых ползучести

$$\sigma = F(e) \tau(t),$$

причем при $t = 0$, $\tau(t) = 1$.

Из этой зависимости вытекает, что в случае ползучести изохронная кривая при фиксированном времени может быть получена из кривой упруго-пластического деформирования умножением на некоторый коэффициент, зависящий от времени.

На рис. 9 показано семейство изохронных кривых, а на рис. 10 — функция $\tau(t)$ для хромистой стали. Функция $\tau(t)$ может быть выражена также аналитически; хорошее соответствие с результатами эксперимента дает выражение

$$\tau(t) = \frac{1}{1 + at^b},$$

где a и b — постоянные, зависящие от температуры.

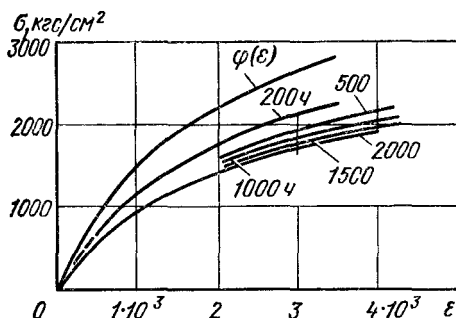


Рис. 9. Семейство кривых деформирования по параметру времени для хромистой стали

Такая зависимость позволяет определять полную деформацию и функцию ползучести φ_t непосредственно из кривых ползучести, без их аналитического выражения.

Если изохронные кривые ползучести подобны во времени, то их удобно использовать для описания сложных процессов деформирования. На рис. 11 приведены изохронные кривые для армированного в двух направлениях стеклопластика при растяжении его под углом 45° к направлению волокон [22]. Поведение этих материалов при произвольном нагружении хорошо описывается интегральными соотношениями типа Вольтерра с использованием дробно-экспоненциальных функций, предложенных Ю. Н. Работновым [14].

$$\varphi[e(t)] = \sigma(t) + \lambda \int_0^t \mathcal{E}_\alpha(-\beta, t-\tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (4.10)$$

где

$$\mathcal{E}_\alpha(-\beta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^n (\alpha+1, \alpha)}{\Gamma[(\alpha+1)(n+1)]}$$

— дробно-экспоненциальная функция, параметры которой определяются по методике, предложенной в работе [12] из данных испытаний на ползучесть.

Функции $\mathcal{E}_\alpha$ табулированы, что существенно облегчает их практическое использование [16].

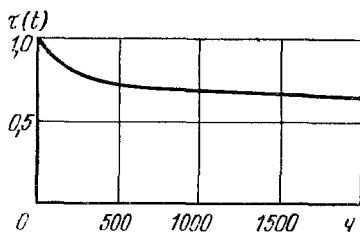


Рис. 10. Функция времени $\tau(t)$

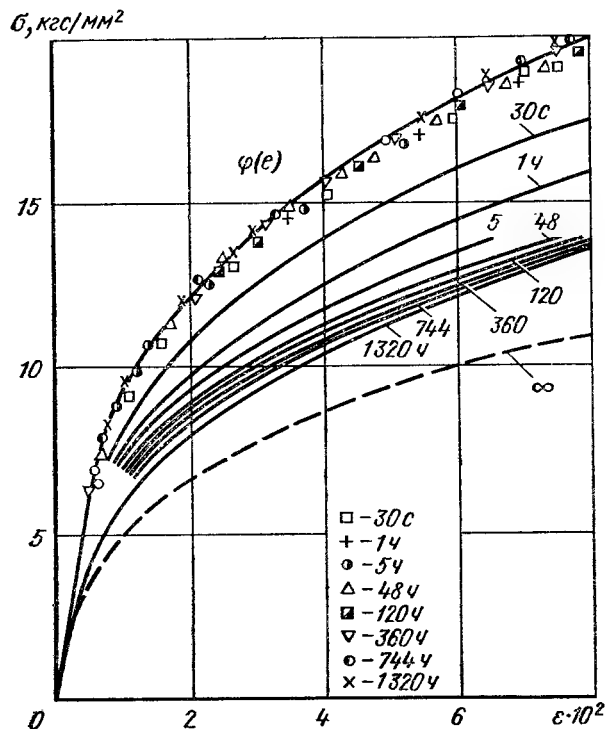


Рис. 11. Изохронные кривые ползучести для стеклопластика при растяжении его под углом 45° к направлению волокон.

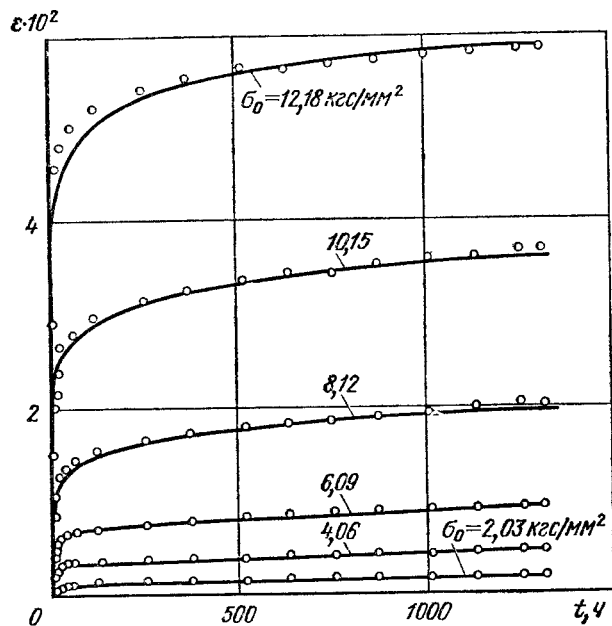


Рис. 12. Кривые ползучести стеклопластика

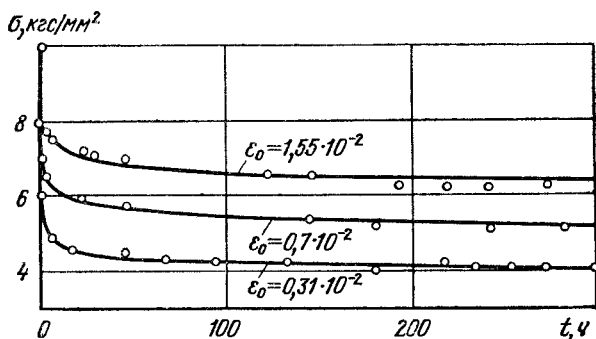


Рис. 13. Кривые релаксации стеклопластика

Для случая ползучести, когда $\sigma(t) = \sigma_0$

$$\varphi[e(t)] = \sigma_0 \left[1 + \lambda \int_0^t \Delta_\alpha(-\beta, t-\tau) d\tau \right]; \quad (4.11)$$

для случая релаксации $e(t) = e_0$

$$\sigma(t) = \varphi(e_0) \times \left[1 - \lambda \int_0^t \Delta_\alpha(-\beta - \lambda, t-\tau) d\tau \right], \quad (4.12)$$

где $\Delta_\alpha(-\beta - \lambda, t)$ резольвента ядра $\Delta_\alpha(-\beta, t)$ интегрального уравнения (4.10).

На рис. 12 приведены кривые ползучести стеклопластика, по которым получены показанные на рис. 11 изохронные кривые. Для этого материала при деформировании под углом 45° к направлению волокон параметры Δ_α — функции $\alpha = -0,8$; $\beta = 0,32 \text{ ч}^{-0,2}$; $\lambda = 0,26 \text{ ч}^{-0,2}$. Определенная с помощью этой функции пересчетом с изохронных кривых мгновенная кривая деформирования (при $t = 0$) $\varphi(e)$, сопоставленная с полученной из эксперимента, показана на рис. 11, соответствие с расчетом хорошее. На рис. 13 показаны кривые релаксации, полученные по уравнению (4.10), для указанных выше параметров ядра; точки соответствуют данным эксперимента; результаты расчета и эксперимента также близки.

Применение наследственных теорий ползучести, описываемых интеграль-

ными уравнениями, для анализа деформирования линейно и нелинейно-вязкоупругих тел дает практически реализуемые результаты при использовании в качестве ядер дробно-экспоненциальных функций.

В работе [4] были рассмотрены кривые ползучести и релаксации, полученные для меди при 20, 165 и 235° С, для проверки возможности использования интегральных соотношений (4.10) при описании процессов ползучести металлов. Из уравнения (4.12) вытекает подобие кривых релаксации. Так как $\varphi(e_0) = \sigma_0$, то

$$\frac{\sigma(t) - \sigma_0}{\sigma_0} = -\lambda \int_0^t \Delta_\alpha(-\beta - \lambda, t-\tau) d\tau.$$

Это подобие согласуется с данными эксперимента (рис. 14): различные точки относятся к различным уровням исходных напряжений. Вычисленные по кривым релаксации параметры Δ_α — функции (принято $\lambda = \beta$), например,

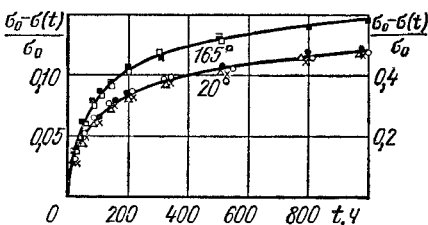


Рис. 14. Подобие кривых релаксации для меди; левая шкала относится к температуре 20°; правая — к температуре 165° С

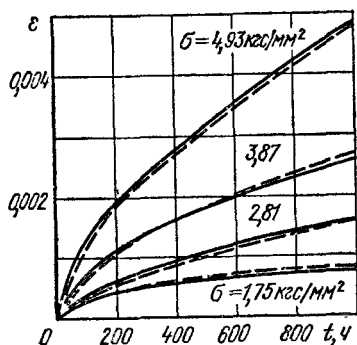


Рис. 15. Сопоставление расчетных (штриховые линии) и экспериментальных кривых ползучести

для 235°C следующие: $\alpha = -0,5$; $\lambda = 0,131 \text{ ч}^{-0,5}$.

На рис. 15 дано сопоставление экспериментальных кривых ползучести и вычисленных по уравнениям типа (4. 10) (пунктирные линии). Как видно, соответствие и в этом случае хорошее.

Рассмотренные выше закономерности ползучести являются основой для расчетов деталей. Вместе с тем, для сравнительной оценки пластического деформирования материалов может быть введена условная характеристика ползучести, так называемый предел ползучести.

Предел ползучести определяется как напряжение, соответствующее достижению определенной деформации ползучести через заданное время. Допуск на деформацию и время достижения этой деформации могут задаваться в зависимости от назначения материала.

При весьма длительной работе предел ползучести может задаваться как напряжение, соответствующее определенной скорости ползучести v_c . В этом случае деформацией неустановившейся ползучести можно пренебречь и определять деформацию за время t как $\epsilon_c = v_c t$.

Пределы ползучести определяются соответствующим перестроением кривых ползучести (см. рис. 9). Если для заданного времени предел ползучести есть напряжение, соответствующее

достижению заданной деформации, то из кривых ползучести вытекает зависимость σ от ϵ_c для этого времени. Если предел ползучести соответствует определенной скорости установившейся ползучести, то строится зависимость σ от v_c .

На рис. 16 изображены для стали марки 35ХМ зависимости пределов ползучести по деформациям и по скорости от температуры испытаний.

Прочность при повышенных температурах характеризуется кривой длительной прочности при данной температуре, т. е. зависимости разрушающего напряжения от времени до разрушения. Поэтому разрушающее напряжение зависит как от температуры, при которой работает деталь, так и от времени работы.

Следует отметить, что между скоростью ползучести и временем до разрушения существует зависимость, которая в ряде случаев может явиться основой для получения важных параметрических соотношений. На рис. 17, по данным работы [3], приведены результаты испытаний алюминиевого сплава АК4-1 при температурах 175, 200 и 250°C . Коэффициент корреляции логарифмов скорости ползучести и времени до разрушения $r \approx 0,9$. На рис. 18 приведены зависимости скорости ползучести и времени до разрушения от напряжений по параметру вероятности разрушения для сплава АК4-1 при 175°C [3].

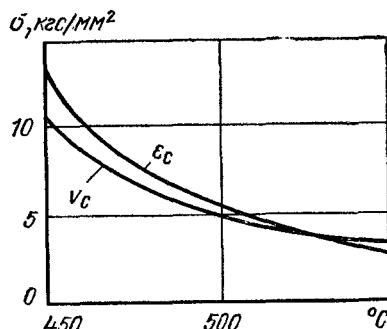


Рис. 16. Зависимость пределов ползучести (по деформациям и скоростям деформации) стали 35ХМ от температуры испытаний

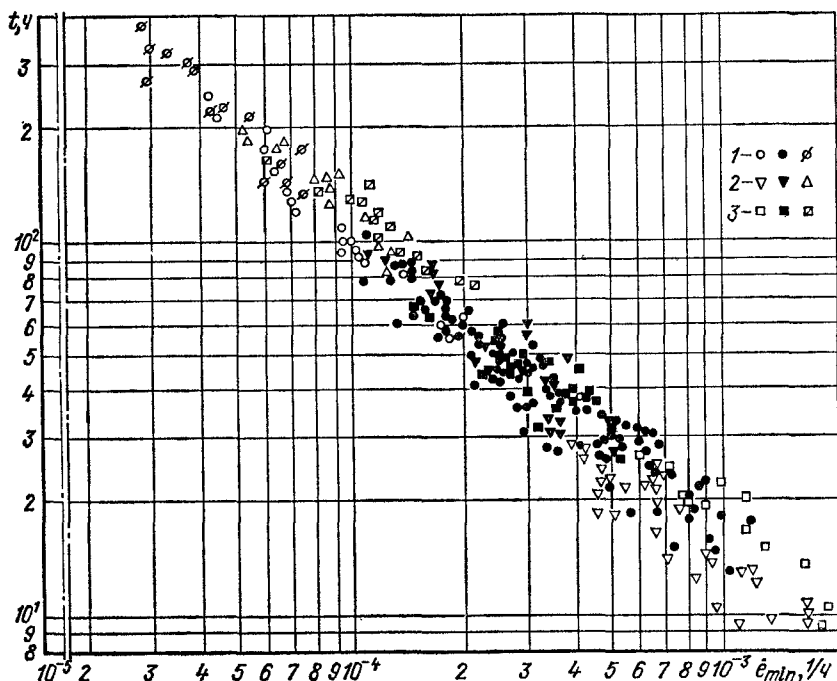


Рис. 17. Зависимость между временем до разрушения и минимальной скоростью ползучести:

1 — $\sigma = 24, 26, 28$ кгс/мм², $t = 175^\circ \text{C}$; 2 — $\sigma = 20, 22, 24$ кгс/мм²; $t = 200^\circ \text{C}$; 3 — $\sigma = 12, 14, 16$ кгс/мм²; $t = 250^\circ \text{C}$

По этим данным, а также по данным других работ, например [1], можно сделать вывод, что для степенных зависимостей

$$\dot{\epsilon}_{\min} = k_c \sigma^n \text{ и } t = k_p \frac{1}{\sigma^m} \quad (4.13)$$

постоянные n и m имеют попарно близкие значения.

Благодаря этим свойствам кривых длительной прочности и установившейся ползучести в качестве критерия разрушения можно принять достижение предельной деформации ϵ_B , не зависящей от времени до разрушения. Действительно, в этом случае

$$\dot{\epsilon}_{\min} t = \epsilon_B$$

или, с учетом уравнения (4.13)

$$\epsilon_B = k_c k_p \sigma.$$

Уравнение кривой длительной прочности в этом случае имеет вид

$$t \sigma^m = \frac{\epsilon_B}{k_c} = \text{const.}$$

Такая трактовка является приближенной и более справедлива в случае больших длительностей нагружения, когда вклад первой и третьей стадий ползучести в деформацию при разрушении уменьшается, а сама предельная деформация почти не зависит от времени. Вместе с тем выбор в качестве критерия разрушения достижения предельной (разрушающей) деформации, зависящей от времени целесообразен, особенно при длительном разрушении и при наличии циклической составляющей в нагрузке.

Описание разрушения на основе скорости установившейся ползучести

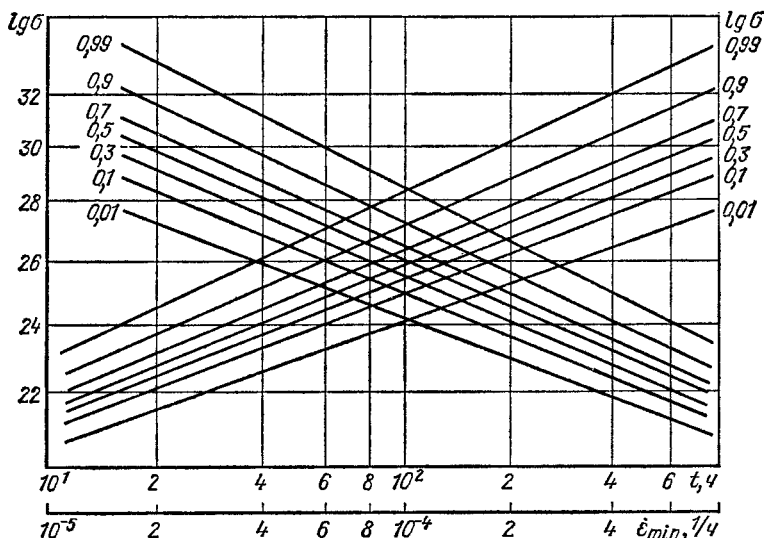


Рис. 18. Зависимости минимальной скорости ползучести и времени до разрушения от напряжений по параметру вероятности разрушения сплава АК4-1

и ее зависимости от напряжений и температуры лежит в основе получения параметрических зависимостей, подробный обзор которых содержится в книге [27]. Более точной из таких зависимостей в настоящее время является зависимость Мэисона-Халфорда, для которой в качестве параметра принимается величина

$$p = \frac{T - T_a}{\lg t_p - \lg t_a}, \quad (4.14)$$

где T — абсолютная температура; t_p — время до разрушения, T_a и t_a — постоянные.

Более широко распространена зависимость Ларсена-Миллера, содержащая одну постоянную

$$p = T(C + \lg t_p). \quad (4.15)$$

Для большинства материалов $C = 15 \div 25$, в среднем часто принимают $C = 20$.

Для одного и того же напряжения, но при различных температурах можно записать уравнение

$$T_1(C + \lg t_{p1}) = T_2(C + \lg t_{p2}),$$

из которого по данным, полученным при одной температуре, определяется время до разрушения при другой температуре

$$\lg t_{p2} = \frac{T_1}{T_2} \lg t_{p1} + C \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right).$$

Логарифмическая зависимость предела длительной прочности от параметра жаропрочности для теплоустойчивой стали показана на рис. 19, из которого следует, что в логарифмических координатах эту зависимость можно представить в виде двух прямых, что соответствует степенной зависимости длительной прочности от времени до разрушения и о переходе к охрупчиванию. Кривые зависимости разрушающего напряжения от параметра жаропрочности могут быть непосредственно использованы для определения разрушающего напряжения при заданных температуре и ресурсе работы. Например, при температуре 650°C и времени до разрушения $t_p = 500$ ч параметр T ($20 + \lg t_p$) = 923 ($20 + 2,698$) = 21 000; для стали марки ЭИ405 это соответствует разрушающему напряжению 20 кгс/мм^2 (см. рис. 19). На рис. 19

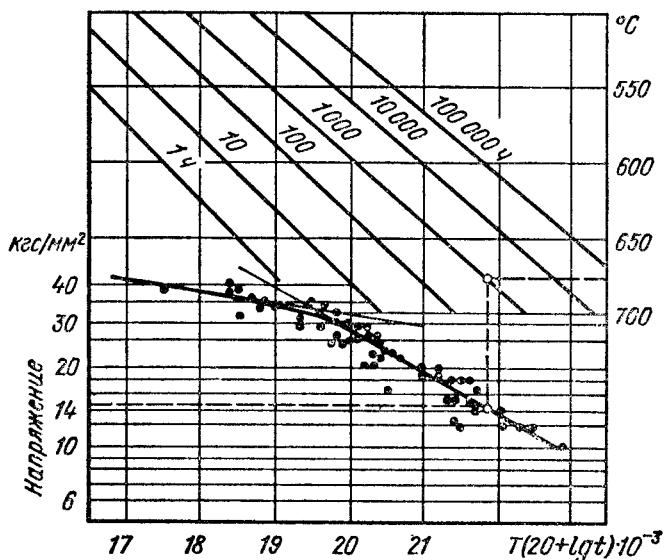


Рис. 19. Зависимость предела длительной прочности от параметра жаропрочности по Ларсену-Миллеру для стали ЭН-405

нанесены также зависимости параметра жаропрочности от температуры для ряда фиксированных значений времени работы. Если ресурс соответствует одному из этих значений, то предел длительной прочности может быть определен. Например, для 675°C и времени работы 1000 ч, $\sigma_{\text{вл}} = 14,5 \text{ кгс/мм}^2$.

Параметрические температурно-временные зависимости длительной прочности дают возможность экстраполяции кривых длительной прочности во времени и, в известной мере, интерполяции по температуре, отличные от температуры испытаний. Для этой цели могут также служить зависимости, предложенные в работах [23, 24], основанные на интерпретации механизмов ползучести в зависимости от уровня температур и напряжений; для скорости установившейся ползучести

$$\dot{\epsilon} = k_c T^{-l} \sigma^n \exp \left[-\frac{u_0 - a\sigma}{RT} \right];$$

для времени до разрушения

$$t_p = k_p T^l \sigma^{-n} \exp \left[\frac{v_0 - b\sigma}{RT} \right],$$

где R — постоянная Больцмана; k_c ; k_p ; l ; n ; a ; b ; u_0 и v_0 — параметры материала. По данным работы [23] как для чистых металлов, так и для сложных жаропрочных сплавов в большинстве случаев $l \approx 2$ и $n \approx 3$.

Если полагать, что основной составляющей длительной пластичности при больших длительностях являются деформация установившейся стадии ползучести, то деформация при разрушении из приведенных выше уравнений определяется выражением

$$e_{\text{в}}(t) = k \exp \left[-\frac{\omega_0 + c\sigma}{RT} \right], \quad (4.16)$$

или приближенно

$$e_{\text{в}}(t) = k \exp \left[-\frac{\omega_0 + g t^{1/n}}{RT} \right], \quad (4.17)$$

где k , ω_0 , C , g — постоянные.

Разрушение от статических нагрузок при высоких температурах, как уже отмечалось выше, может носить вязкий или хрупкий характер в зависимости от времени до разрушения, температуры и свойств материала.

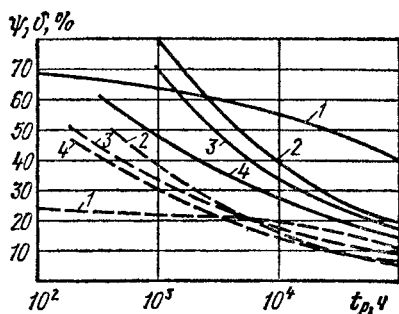


Рис. 20. Применение величин ψ и δ в зависимости от времени до разрушения при температурах:

1 — 450° С; 2 — 500° С; 3 — 550° С; 4 — 575° С

При этом с увеличением времени до разрушения пластичность, как правило, падает, а при больших временах, после наступления охрупчивания материала, меняется со временем мало и оказывается достаточно низкой.

Накопление длительных статических повреждений может описываться через накопление деформации ползучести e_c , в этом случае накопленное повреждение

$$d_{ст} = \frac{\sum e_c}{e_b(t)},$$

где $e_b(t)$ — зависящая от времени разрушающая деформация материала, полученная в условиях испытаний на ползучесть.

При большом времени деформирования это условие близко к обычно используемому:

$$d_{ст} = \sum \frac{t_i}{t_{pi}}.$$

При таком подходе нужно знать величину разрушающей деформации при длительном нагружении в зависимости от времени до разрушения. Таких данных в литературе приведено сравнительно мало, разброс этих свойств довольно велик [2, 21, 30]. На рис. 20 приведены в зависимости от времени до разрушения графики изменения величины ψ (сплошные линии) и δ (пунктирные линии) для

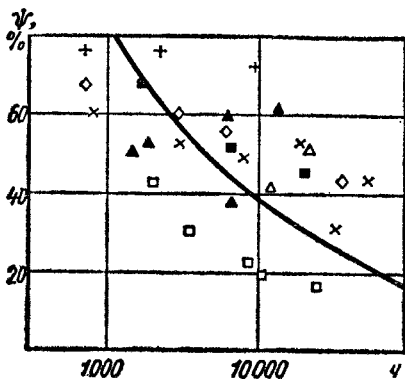


Рис. 21. Значения ψ в зависимости от времени до разрушения для хромомolibденованадиевой стали при температуре 500° С

хромомolibденованадиевой стали при температурах 450, 500, 550 и 575° С, построенные как средние значения по результатам испытаний 20—75 образцов. На рис. 21 показаны фактические данные испытаний при температуре 500° С образцов из этой же стали, по разным плавкам, вырезанных из труб и листа. Разброс по времени до разрушения составляет более порядка и это следует иметь в виду при назначении запасов по долговечности относительно средних значений длительной пластичности. Для кривых разрушающей

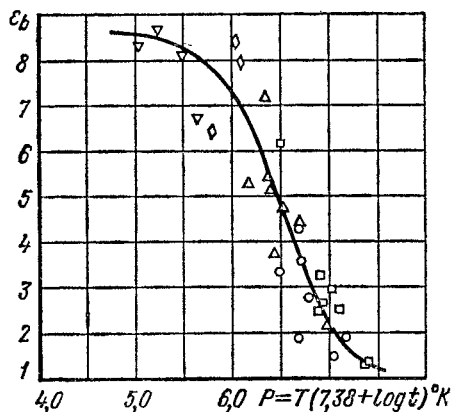


Рис. 22. Параметрическая зависимость $e_b(t)$ для аустенитной стали

деформации также получены температурно-временные зависимости, дающие возможность некоторой экстраполяции этих кривых по времени. Можно, например, использовать зависимость Ларсена-Миллера (4.15), причем постоянная C меняется в широких пределах. Для аустенитной стали на рис. 22 приведен график такой зависимости для деформации $\epsilon_b(t) = \ln \frac{1}{1-\psi(t)}$, где параметр $p = T(7,38 + \lg t_p)$ [2]. Предельная пластическая деформация может также вычисляться по уравнению (4.17).

Большой интерес представляет введение в кинетическое уравнение состояния параметра поврежденности [7, 14], что дает возможность описать и кривую длительной прочности и третью стадию кривой ползучести, однако решение задач разрушения деталей на основе этих уравнений пока затруднительно.

2. Сопrotивление длительному циклическому деформированию и разрушению

Циклическое упруго-пластическое деформирование при высоких температурах имеет значение при рассмотрении несущей способности элементов конструкций энергетического машиностроения, ракетостроения, химического аппаратостроения и т. п. В этих конструкциях может осуществляться повторное нагружение, причем цикл может включать в себя выдержку под нагрузкой. Особенность этого случая нагружения связана с тем, что необходимо учитывать, наряду с циклическим деформированием, температурно-временные факторы как в связи с сопротивлением деформированию, так и в связи с разрушением. Несущая способность в этом случае определяется сопротивлением длительным циклическим нагрузкам.

Изучение сопротивления длительному циклическому деформированию без выдержек показывает, что в этом случае, так же как и при нормальных температурах, существует обобщенная диаграмма циклического деформирова-

ния. Однако, в этом случае, помимо влияния числа циклов, основные параметры кривой циклического деформирования зависят от времени.

Приближенно можно полагать, что влияние на накопленную деформацию, а следовательно, на повреждение числа циклов и времени пребывания при высокой температуре при циклическом деформировании можно разделить.

Это предположение было проверено экспериментально на аустенитной стали 12X18H9T. Эксперимент строился таким образом, что время выдержки соответствовало времени циклического деформирования на большой скорости. За основу было принято чередование нагружения и выдержек, соответствующее 10—20 полуциклам, с тем чтобы накопить достаточное количество чередований при необходимом для окончания переходных процессов времени выдержки. На рис. 23 представлена схема нагружения. Штриховыми линиями изображены зависимости ширины петли от числа полуциклов для двух скоростей непрерывного деформирования. Линия 1 соответствует деформированию с выдержками, когда время выдержки соответствует времени циклического деформирования на малой скорости при числе циклов, равном числу циклов предшествующего циклического деформирования на большей скорости; линия 2 — деформированию, когда время выдержки соответствует числу циклов последующего циклического деформирования на большей скорости. Ширина петли при циклическом деформировании с выдержками может быть записана в виде (см. рис. 23)

$$\delta_t^{(k)} = \frac{\delta^{(k)}}{\varphi^{(t)}}, \quad (4.18)$$

где t — суммарное время выдержки; k — суммарное число полуциклов.

Соответствующий эксперимент был проведен на стали 12X18H9T при температуре 700°С, при которой временная зависимость выражена отчетливо. Результаты эксперимента, выполненного по описанной схеме, приведены на рис. 23. Сплошные линии соответствуют циклическому деформированию на большой скорости

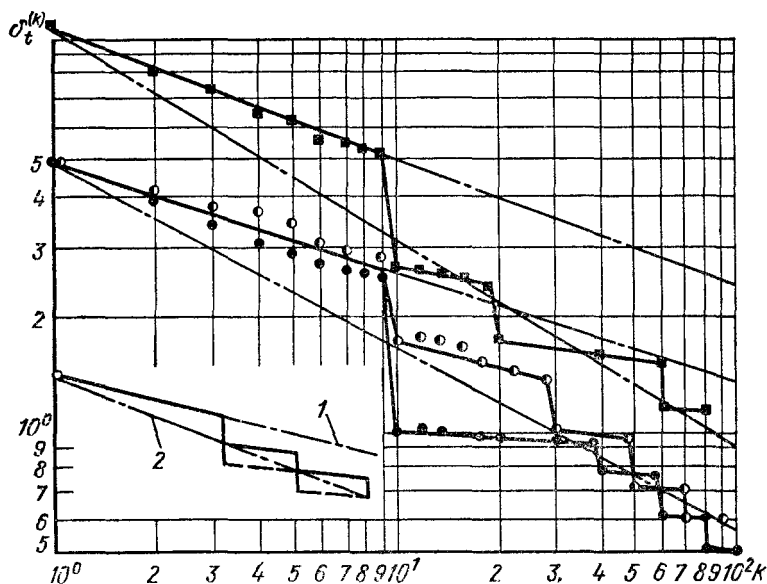


Рис. 23. Данные испытаний по ступенчатой схеме

и данным, полученным при сочетании выдержек, равных времени деформирования на малой скорости с числом циклов предшествующего или последующего деформирования на большей скорости. Из рис. 23 видно, что эксперимент подтверждает схему, по которой влияние времени и числа циклов может быть разделено.

Это дает основание искать основную зависимость для диаграммы циклического деформирования в форме, соответствующей гипотезе старения для ползучести

$$F(\epsilon_{\text{пл}}, S, t) = 0. \quad (4.19)$$

При этом соблюдается условие подобия циклической пластической деформации, когда ширина петли с учетом длительного деформирования

$$\delta_t^{(k)} = \delta^{(k)} F(t), \quad (4.20)$$

или, имея в виду зависимость ширины петли от числа циклов,

$$\delta_t^{(k)} = \delta^{(1)} F(k) F(t). \quad (4.21)$$

Из условия подобия вытекает, что приращение ширины петли обладает

свойством аддитивности в логарифмической системе координат

$$\lg \delta_t^{(k)} = \lg \delta^{(1)} + (\lg \Delta \delta^{(k)} + \lg \Delta \delta_t^{(k)}).$$

Графическая интерпретация условия подобия при циклическом деформировании схематически приведена на рис. 24. Здесь показано изменение ширины петли с числом полуциклов k для различных длительностей цикла ν . При этом за длительность ν_1 принято такое время цикла, для которого его влиянием на ширину петли можно пренебречь.

Для стали 12Х18Н9Т условие подобия, как это вытекает из эксперимента, соблюдается, причем функция времени не зависит от скорости деформирования и от величины исходной деформации. На рис. 24 для температуры 600°C приведено изменение ширины петли для трех скоростей деформирования, с длительностями циклов $\nu_1 = 0,185$ мин (которая принимается за минимальную), $\nu_2 = 6,85$ мин, $\nu_3 = 16$ мин, при одинаковой исходной деформации $\epsilon^{(0)} \approx 3,0$. Из этих данных

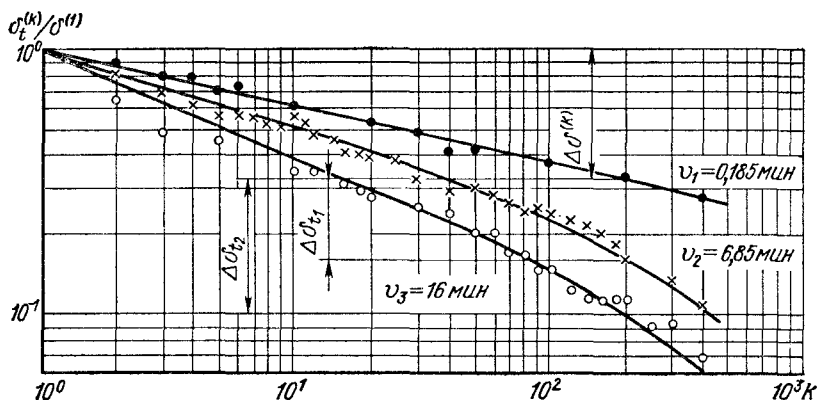


Рис. 24. Графическая интерпретация условий подобия и соответствие ей данных эксперимента и расчета

вытекает аддитивность приращений ширины петли.

В результате обработки экспериментальных данных, функцию времени можно приближенно выразить уравнением

$$F(t) = \frac{1}{Ce^{t/t_0}}, \quad (4.22)$$

где e — основание натурального логарифма, а C и t_0 — постоянные, зависящие от температуры испытаний. Значения этих постоянных приведены ниже:

Температура, °C	250	500	600	700
C	1,62	1,10	1,5	1,17
t_0 , мин	4500	3250	2750	550

На рис. 25 показано соответствие вычисленных по уравнению (4.22) значений функций времени и экспериментальных данных [43].

Приведенная выше зависимость для ширины петли позволяет записать выражение для текущего значения пластической деформации;

$$\epsilon_{пл,t}^{(k)} = F(S) F(k) F(t) \quad (4.23)$$

для стали 12X18H9T, например,

$$\epsilon_{пл,t}^{(k)} = \frac{A}{k^\alpha} \left[f\left(\frac{S}{2}\right) - \frac{S_r}{2} \right] \frac{1}{e^{t/t_0}}. \quad (4.24)$$

Таким образом, диаграмма циклического деформирования по своей

структуре подобна диаграмме для таких уровней температур, при которых влияние времени не существенно и все решения, рассмотренные в гл. 2 на основе деформационной теории, могут быть использованы и для высоких температур.

Для случая циклического деформирования с выдержками под нагрузкой, т. е. при сочетании упруго-пластического циклического деформирования и ползучести можно сделать предположение о том, что деформирование на активном участке нагружения внутри полуцикла рассматривается на основе деформационной теории, а на участке ползучести (релаксации) на основе теории старения. На рис. 26 приведены схемы длительного циклического деформирования с выдержками при постоянной нагрузке и постоянной деформации. В первом случае при выдержке осуществляется ползучесть, во втором — релаксация.

Если исходить из указанного выше предположения, то на участке активного нагружения в k -ом полуцикле при общем времени деформирования t для напряжения S , отсчитываемого от начала разгрузки, текущая пластическая деформация выражается уравнением (4.23), а на участке ползучести в k -ом полуцикле при общем времени деформирования t , за время от начала выдержки τ при напряжении, отсчитываемом от нулевого зна-

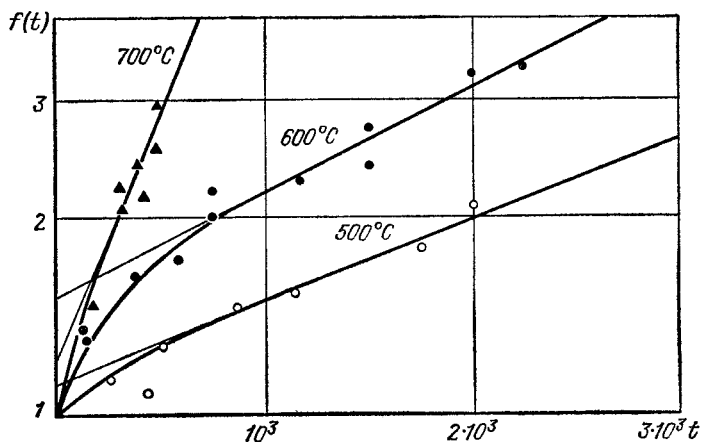


Рис. 25. Значения функций времени и их соответствие экспериментальным данным (сталь 12X18H9T)

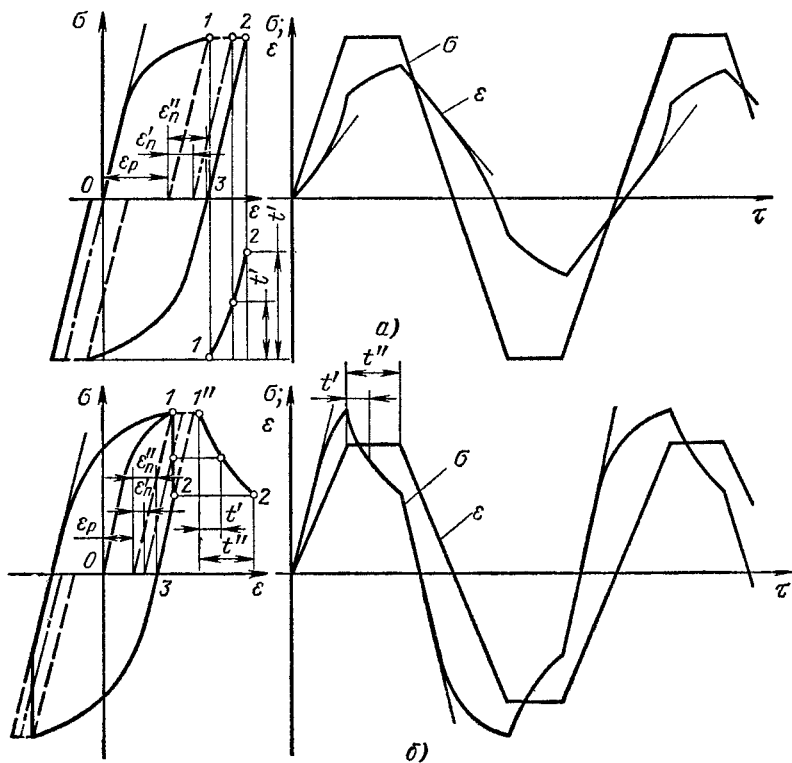


Рис. 26. Схема циклического деформирования:
а — ползучесть при выдержке; б — релаксация

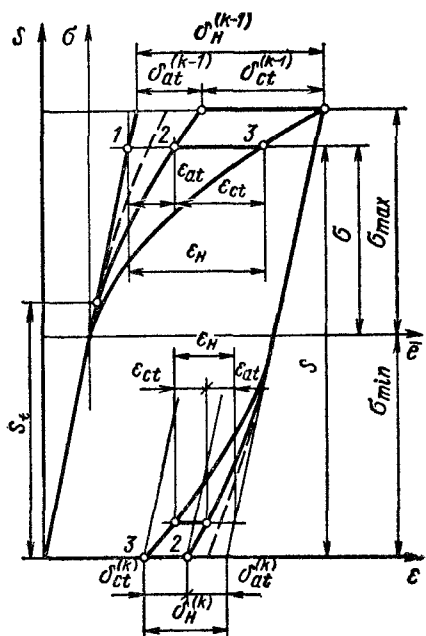


Рис. 27. Схема кривых длительного циклического деформирования

чения σ , текущая деформация ползучести

$$\epsilon_{ct}^{(k)} = \Phi(\sigma) \Phi(k) \Phi(t) \Phi(\tau). \quad (4.25)$$

Для фиксированных k и t это уравнение переходит в уравнение теории старения для ползучести, отсчитываемой от момента начала выдержки.

На рис. 27 приведена схема кривых длительного циклического деформирования для $(k-1)$ -го и k -го полуциклов при двухсторонней и односторонней выдержках, основанная на изложенной выше простейшей модели. Предполагается существование обобщенной диаграммы длительного циклического деформирования, аналогичной диаграмме циклического деформирования при нормальной температуре (см. гл. 2).

Текущая необратимая деформация в полуцикле выражается достаточно сложным уравнением:

$$\epsilon_{необр}^{(k)} = F(S) F(k) F(t) + + \Phi(\sigma) \Phi(k) \Phi(t) \Phi(\tau), \quad (4.26)$$

которое, однако, может быть существенно упрощено, если исходить из реальных свойств материала.

Исследования проводились на аустенитной стали 12Х18Н9Т при симметричном цикле нагрузок с тремя различными уровнями амплитуд, без выдержек и с выдержками при растяжении, растяжении и сжатии [43]. Активное нагружение осуществлялось при постоянной скорости изменения напряжений ~ 100 кгс/мм² в мин, время выдержек составляло 1, 5 и 50 мин. Температура испытаний 650° С.

На рис. 28 в качестве примера приведены значения остаточных деформаций за полуцикл $\delta_{пл}$ и δ_c в четном и нечетном полуциклах для уровня амплитуд 25 кгс/мм² при нагружении с выдержками 5 мин при растяжении (цикл I, светлые точки) и при растяжении и сжатии (цикл II, темные точки). Из рисунка следует, что пластическая деформация и деформация ползучести изменяются с числом циклов подобно, и функции $F(k)$ и $\Phi(k)$ близки между собой. Цикл II длится почти вдвое больше, чем цикл I, и влияние общего времени деформирования сказывается в расхождении кривых $\epsilon_{пл}$ и ϵ_c для этих типов нагружения с ростом числа циклов. Следует отметить также анизотропию циклических свойств, вызывающую значительные отличия пластических деформаций и деформаций ползучести в четных и нечетных полуциклах, что приводит к остаточной деформации за k -й цикл

$$\Delta^{(N)} = \delta_{необр}^{(k)} - \delta_{необр}^{(k-1)} \quad (4.27)$$

и к накоплению односторонней деформации за N циклов

$$\epsilon_{\Sigma}^{(N)} = \sum_0^N \Delta^{(N)} \quad (4.28)$$

аналогично тому, как это происходит за счет разницы только пластических деформаций в четных и нечетных полуциклах при циклическом деформировании при нормальных температурах (см. гл. 2).

На рис. 28 приведены также значения накопленной односторонней деформации $\epsilon_{\Sigma}^{(N)}$.

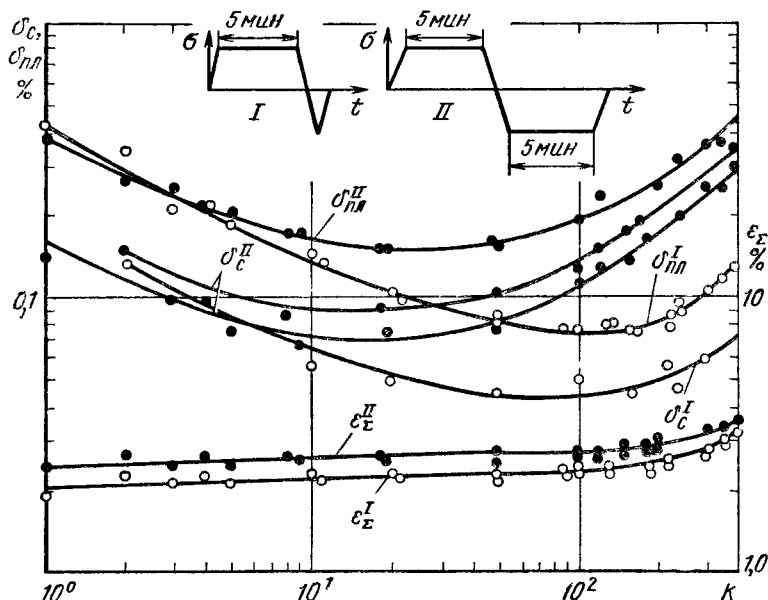


Рис. 28. Зависимость необратимых деформаций пластических $\epsilon_{пл}$ и ползучести ϵ_c с четном и нечетном полуциклах и накопленных деформаций ϵ_{Σ} от числа полуциклов

Допущения, близкие к приведенным выше, были сделаны в работе [5].

Для описания циклической ползучести можно использовать представление, развитые в работе [19].

В работе [11] для циклически разупрочняющегося материала (молибдена) при жестком нагружении изучалась ползучесть в некоторых полуциклах нагружения при различных уровнях напряжений ползучести.

На рис. 29 представлена схема опытов и записи параметров деформирования. Для исходного уровня деформирования $\bar{\epsilon}^{(0)}$ выдержки осуществлялись при различных уровнях напряжений, а время выдержек соответствовало достижению деформации на ветви разгрузки кривой деформирования. При этом отмечалось, что включение участков ползучести в первом приближении не влияет на кинетику поциклового изменения части активного нагружения диаграммы деформирования.

При такой сложной схеме испытаний можно также проверить предположение о существовании обобщенной диаграммы деформирования при наличии ползучести, поскольку в процессе деформирования достигаются различные уровни напряжений, а время выдержек различно. На рис. 30 приведены кривые ползучести для различных чисел циклов при напряжениях $\sigma = 1,25$ и $\sigma = 1,15 \sigma_T$. Для разупрочняющегося материала с ростом числа циклов деформация ползучести резко возрастает, как это и следует из условий $F(k) = \Phi(k)$. В относительных координатах для фиксированного времени ползучести кривые ползучести также подобны, т.е. можно разделить влияние числа циклов и времени в цикле даже при весьма сложной схеме нагружения.

Ограниченные по объему экспериментальные данные позволяют в первом приближении записать в упрощенной форме зависимость для теку-

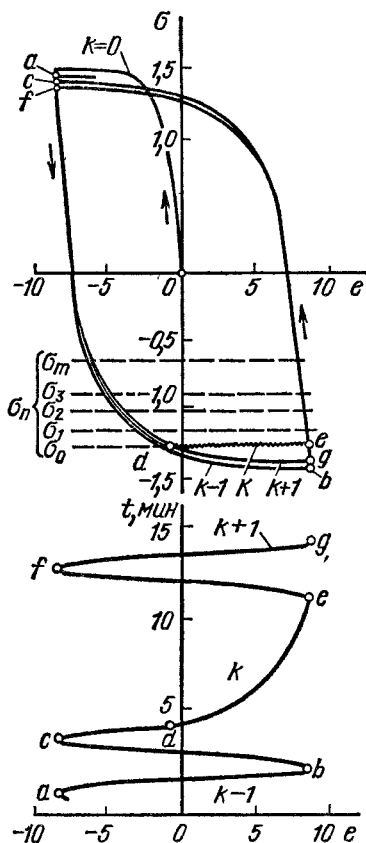


Рис. 29. Схема записи параметров деформирования

шей необратимой деформации

$$\varepsilon_{\text{необр}}^{(k)} = F(k) F(t) \times [F(S) + \Phi(\sigma) \Phi(\tau)]. \quad (4.29)$$

Функция напряжений $F(S)$ при $S > S_r$ может быть записана в виде $F(S) = C [f(S/2) - 1]$, где $f(S/2) = f(\sigma)$ — уравнение кривой деформирования (см. гл. 2), в качестве функции напряжений $\Phi(\sigma)$ в первом приближении может быть принято уравнение исходной ползучести, например, $\Phi(\sigma) = k\sigma^n$. Функция $F(k)$ в четных и нечетных полуциклах отличается постоянными множителями, что дает

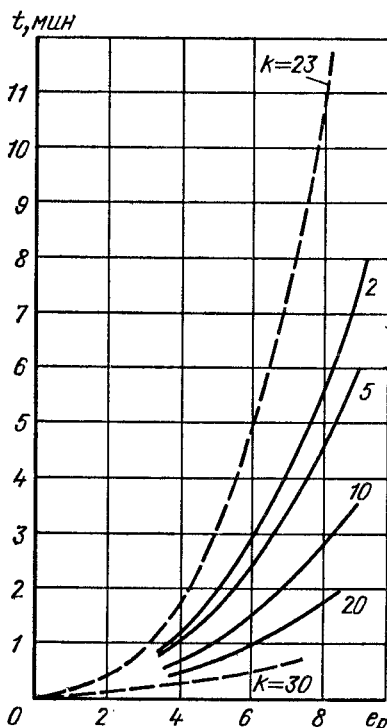


Рис. 30. Кривые ползучести для различных чисел циклов при $\sigma = 1,25$ (сплошные линии) и $\sigma = 1,15$ (штриховые линии)

возможность описать накопление односторонней деформации.

При фиксированной амплитуде напряжений уравнение (4.29) определяет ширину петли, т. е. остаточную деформацию за полуцикл $\delta_{\text{необр}}^{(k)}$ и суммарную накопленную деформацию $\varepsilon_{\Sigma}^{(k)}$.

Обобщенная кривая длительного циклического деформирования может быть также представлена в виде линейного участка в зоне разгрузки и семейства изохронных кривых в зоне нагружения. На рис. 27 зона разгрузки в полуцикле $(k-1)$ соответствует напряжениям $S > \sigma_{\min}$, зона нагружения — напряжениям $S > \sigma_{\max}$. Линия 1 относится к кривой мгновенного нагружения, линия 2 к кривой

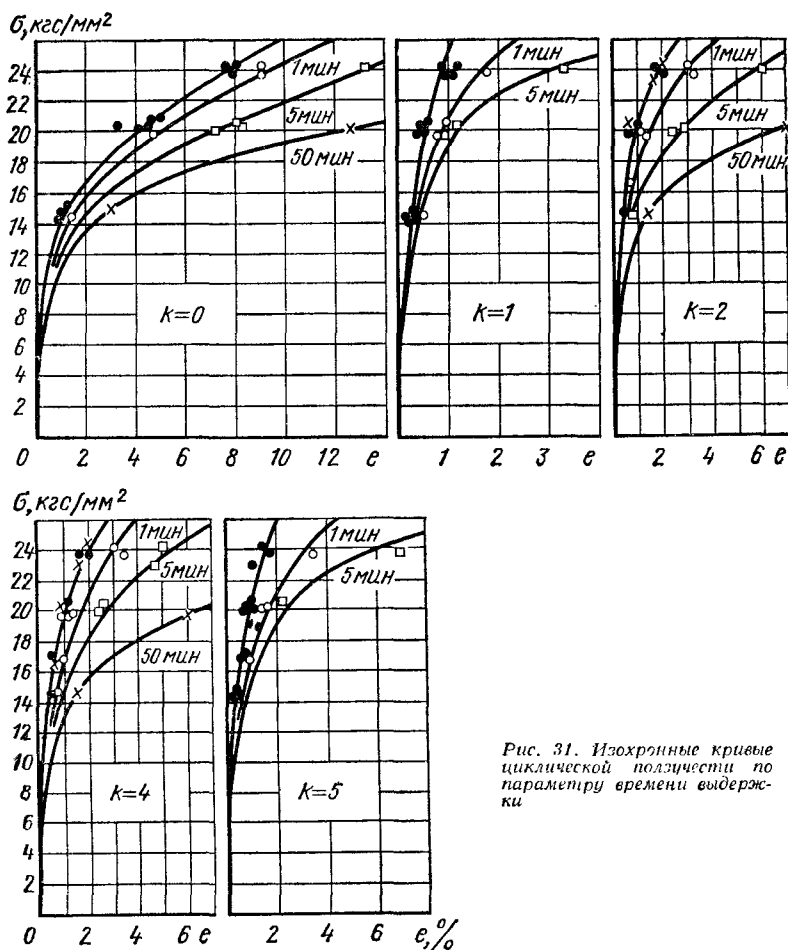


Рис. 31. Изохронные кривые циклической ползучести по параметру времени выдержки

активного нагружения, а линия 3 — к изохронной кривой для времени выдержки τ . Для малого времени активного нагружения можно считать кривые 1 и 2 достаточно близкими. Предположение о существовании изохронной кривой не противоречит уравнению (4.29), поскольку упругие деформации по сравнению с полными невелики, а разброс опытных данных при циклическом деформировании с выдержками — большой.

На рис. 31 приведены изохронные кривые циклической ползучести для

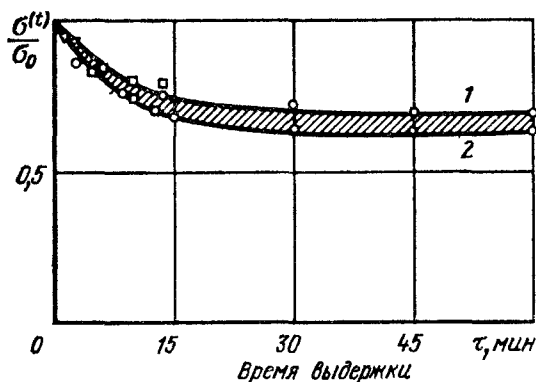
стали 12X18H9T при температуре 650°C для исходного деформирования ($k=0$) и нескольких четных и нечетных полуциклов. Обработка данных испытаний показывает, что в пределах полуцикла может быть записано условие

$$\sigma = f(\epsilon) \varphi(\tau), \quad (4.30)$$

т. е. изохронные кривые в пределах полуцикла подобны. Из рис. 31 следует также, что кривые активного нагружения в полуциклах, которым предшествовала выдержка (черные

Рис. 32. Кривые циклической релаксации при выдержке:

▼ — 1 мин; ■ — 5 мин;
 ● — 60 мин; 1 — для первого цикла; 2 — для цикла $N = 0.5 N_{разр}$



точкой), не отличаются от таких кривых при отсутствии выдержки в предшествующем полуцикле (черные точки с крестом). Поэтому можно приближенно считать кривую активного нагружения в полуцикле не зависящей от величины деформаций ползучести в предшествующем полуцикле, а изохронные кривые в пределах четных или нечетных полуциклов не отличаются, что свидетельствует о стабилизации процессов циклической ползучести для данного материала. Вместе с тем эти кривые в четных и в нечетных полуциклах отличаются существенно и за счет этого происходит накопление односторонней деформации.

Условие подобия должно выполняться также и для кривых циклической релаксации. На рис. 32 приведены кривые релаксации в широком диапазоне числа циклов и уровней исходных напряжений для длительности выдержек 1, 5, 60 мин. Для получения этих данных были обработаны результаты испытаний, проведенных для никелевого сплава [35].

Представление кривых циклической ползучести в зоне нагружения в виде подобных изохронных кривых позволяет использовать для расчета процессов ползучести, интегральные соотношения (4.10), разработанные для случая обычной ползучести.

Для качественной оценки кинетики неоднородного напряженного состояния при циклической ползучести рассмотрим простейший случай изгиба,

при этом процесс изменения напряжений будем предполагать установившимся (это соответствует стабилизации кривой циклического деформирования), а цикл напряжений — симметричным. Это позволит не определять нулевой уровень напряжений и пользоваться для решения деформационной теорией.

За исходное состояние примем момент начала разгрузки в каждой точке сечения, в процессе разгрузки и последующего нагружения в каждой точке (y) осуществляется вначале линейная разгрузка до напряжения $S_{\max}^{(y)}/2$ ($\sigma = 0$) и затем нагружение по изохронной кривой до напряжения $S_{\max}^{(y)}$. Таким образом, к концу полуцикла в каждой точке достигаются напряжения $S_{\max}^{(y)} = f(\epsilon_{\max}^{(y)})$. Проинтегрировав уравнение для изгибающего момента с использованием гипотезы плоских сечений и зависимости $S_{\max} = f(\epsilon_{\max})$ можно получить приближенное решение.

Если использовать условие подобия изохронных кривых в виде уравнения

$$\sigma = A_0 e^{n\tau^p},$$

то можно записать (для симметричного цикла) выражение для напряжения

$$S^{(y)} = \frac{S_{\max}^{(y)}}{2} + A_0 \left(\epsilon_{\max}^{(y)} - \frac{S_{\max}^{(y)}}{2E} \right)^n \tau^p.$$

К концу полуцикла нагружения в каждой точке $S = S_{\max}^{(y)}/2$, поэтому

$$S_{\max}^{(y)} = A_0 \left(\epsilon_{\max}^{(y)} - \frac{S_{\max}^{(y)}}{2E} \right)^n \tau^p.$$

Пренебрегая слагаемым $S_{\max}/2E$ легко проинтегрировать уравнение для момента и записать выражение для номинальных напряжений

$$S_n = \frac{M}{bh^2/6} = \frac{3}{2+n} A_0 \epsilon_{\max}^n \tau^p.$$

Отсюда выражения для наибольшей суммарной деформации в четном ($2n$) и нечетном ($2n+1$) полуциклах:

$$\epsilon_{\max}^{(2n)} = \left(\frac{2+n}{3} S_n / A_0^{(2n)} \right)^{1/n} \tau^{-p/n};$$

$$\epsilon_{\max}^{(2n+1)} = \left(\frac{2+n}{3} S_n / A_0^{(2n+1)} \right)^{1/n} \tau^{-p/n}$$

и для накопленной за цикл одностронней деформации

$$\epsilon_{\max} = \left(S_n \frac{2+n}{3} \right)^{1/n} \times \times \left[\left(\frac{1}{A_0^{(2n)}} \right)^{1/n} - \left(\frac{1}{A_0^{(2n+1)}} \right)^{1/n} \right] \tau^{-p/n}.$$

Для стали 12X18H9T при температуре 650°С; $n = 0,21$; $p = -0,09$; $A_0^{(2n)} = 50$ и $A_0^{(2n+1)} = 58$ (время в мин, напряжения в кгс/мм²). На рис. 33 приведены зависимости максимальных деформаций от номинальных напряжений при изгибе, вычисленные для указанных выше параметров при $\tau = 5$ мин.

Для приближенного анализа напряжений и деформаций в зонах концентрации может быть использована интерполяционная формула Нейбера $K_\epsilon K_S = \alpha_\sigma^2$ (см. гл. 2) с расчетом по изохронным кривым циклического деформирования. На рис. 34 приведены значения коэффициентов концентрации напряжений и деформаций при температуре 650°С для полосы с отверстием ($\alpha_\sigma = 3$) из стали 12X18H9T в зависимости от числа циклов, рассчитанные с учетом изменения асимметрии от полуцикла к полуциклу. По известным коэффициентам K_ϵ и K_S можно определить значения максималь-

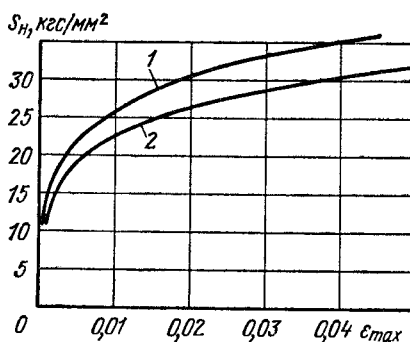


Рис. 33. Связь максимальных деформаций и номинальных напряжений при изгибе: 1 — в нечетном полуцикле; 2 — в четном полуцикле

ных деформаций $\epsilon_{\max} = K_\epsilon \epsilon_n$ и напряжений $S_{\max} = K_S S_n$ [26].

По рассмотренной выше схеме требуется поцикловое экспериментальное описание кривой длительного циклического деформирования и невозможно рассмотреть сопротивление деформированию, исходя из некоторых фундаментальных характеристик пластичности и ползучести. Более перспективна разработка кинетических уравнений состояния или реологических моделей. Вместе с тем, используя условия подобия и установив связи характеристик циклической пластичности и ползучести с

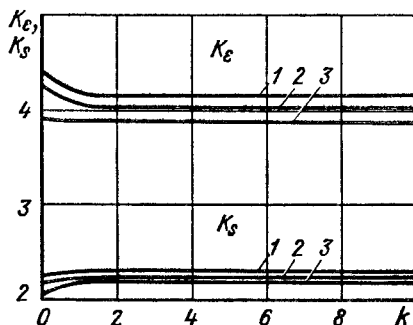


Рис. 34. Значения коэффициентов концентрации напряжений K_S и деформации K_ϵ для различных номинальных напряжений S_n :

1 — 18 кгс/мм²; 2 — 14 кгс/мм²; 3 — 10 кгс/мм²

характеристиками однократного деформирования и статической ползучести можно существенно упростить решение задач длительного циклического деформирования, если рассматривать их в рамках деформационной теории.

Вопросу прочности при действии малоциклового нагружения при высоких температурах уделяется большое внимание и посвящено большое число работ. Вместе с тем, существующие данные и предложения достаточно противоречивы.

Длительное циклическое разрушение может быть рассмотрено в связи с накоплением циклического и длительного статического повреждений.

В гл. 2 подробно рассмотрено накопление усталостного повреждения при упруго-пластическом циклическом деформировании на основе уравнения Мэнсона-Коффина. Для случая высоких температур это уравнение может быть обобщено введением в правую часть уравнения предельной пластичности, зависящей от времени [25]

$$\epsilon_{\text{пл}} N^{0,5} = \frac{1}{2} \epsilon_B^a(t), \quad (4.31)$$

где $\epsilon_{\text{пл}}$ — пластическая деформация в цикле (ширина петли) при активном

циклическом нагружении; ϵ_B^a — пластичность при статическом разрыве при активном нагружении за время, соответствующее числу циклов до разрушения.

Это уравнение описывает кривую малоциклового усталости без выдержек. На рис. 35 такая кривая приведена для стали 12X18H9T, причем сплошной линией показана кривая усталости, вычисленная по предельной пластической деформации при активном нагружении, штриховой — кривая, вычисленная по разрушающей деформации при длительном нагружении $\epsilon_B(t)$ [25]. На рис. 36 для этой стали даны кривая длительной прочности (1) и кривые $\epsilon_B^a(t)$ (3) и $\epsilon_B(t)$ (2). Существенно отметить, что с ростом времени деформирования значения $\epsilon_B^a(t)$ приближаются к значению $\epsilon_B(t)$.

Исходя из сказанного усталостное повреждение при отсутствии выдержек может быть выражено уравнением

$$d_y = 2^m \left[\int_0^{N_p} \left(\frac{\epsilon_{\text{пл}}}{\epsilon_B(t_p)} \right)^m dN \right]. \quad (4.32)$$

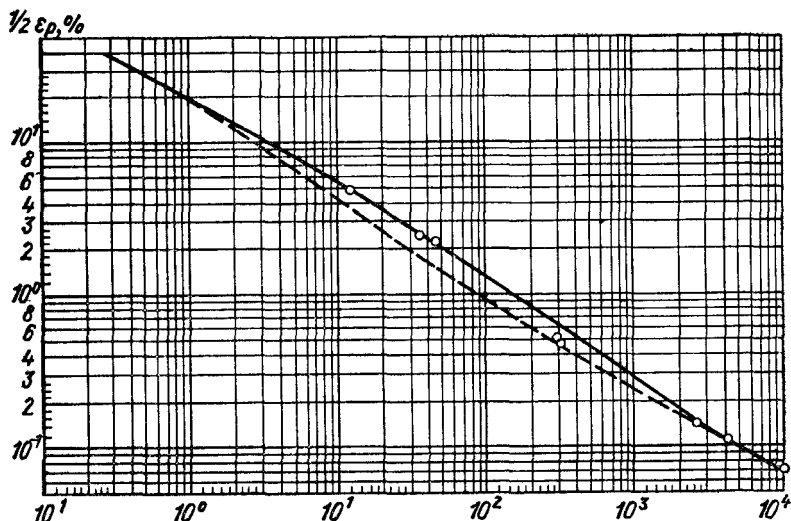


Рис. 35. Кривые усталости стали 12X18H9T при $t = 650^\circ \text{C}$; сплошная линия — расчет по $\epsilon_B^a(t)$, пунктирная — расчет по $\epsilon_B(t)$

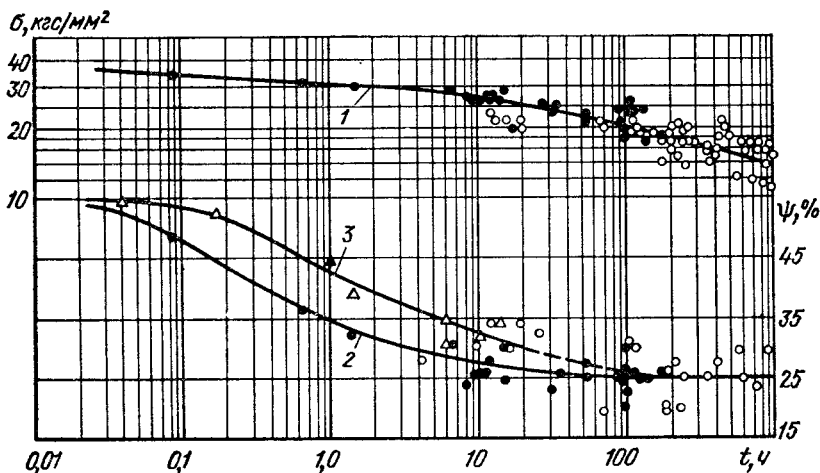


Рис. 36. Кривые длительной прочности и пластичности стали 12X1819T при $t = 650^\circ \text{C}$

Длительное статическое повреждение выше сформулировано условием

$$d_{\text{ст}} = \frac{\sum \epsilon_{\text{ст}}}{\epsilon_{\text{в}}(t)}. \quad (4.33)$$

Если обобщить введенное в гл. 2 линейное суммирование усталостных и квазистатических повреждений в случае длительного циклического нагружения и выразить длительное циклическое повреждение как

$$d = d_{\text{у}} + d_{\text{ст}},$$

то условие разрушения можно записать следующим образом:

$$2^m \left[\int_0^N \left(\frac{\epsilon_{\text{исобр}}}{\epsilon_{\text{в}}(t)} \right)^m dN + \int_0^N \frac{d\epsilon_{\Sigma}}{\epsilon_{\text{в}}(t)} \right] = 1. \quad (4.34)$$

Здесь предполагается, что при наличии выдержек усталостное повреждение определяется необратимой деформацией $\epsilon_{\text{исобр}} = \epsilon_{\text{пл}} + \epsilon_{\text{ст}}$, а длительное статическое повреждение связано с односторонне накопленной необратимой деформацией ϵ_{Σ} . Это накопление происходит за счет разности необратимых деформаций в четном и нечетном полциклах.

В первом приближении для расчета в обоих слагаемых можно использовать величину $\epsilon_{\text{в}}(t)$.

На рис. 37 приведены данные по накопленному повреждению, вычисленные по уравнению (4.34) по результатам испытаний стали 12X18H9T при 650°C и различных условиях испытаний; черными точками обозначены результаты, полученные при условии $\epsilon_{\text{в}}^a(t) \neq \epsilon_{\text{в}}(t)$, белыми — результаты расчета по $\epsilon_{\text{в}}(t)$. Расчет с использованием данных по $\epsilon_{\text{в}}(t)$ идет в запас прочности для длительности деформирования до 20—30 ч, для больших длительностей разница оказывается несущественной. Испытания проводили с выдержками в 1, 5 и 50 мин при растяжении и растяжении-сжатии на трех уровнях напряжений (25, 26,5 и 28 кгс/мм²). Помимо этого проводили испытания с заданным размахом напряжений при постоянной скорости нагружения и разгрузки, с заданным размахом деформации без выдержек (жесткое нагружение) без выдержек и с выдержками с заданным размахом деформаций, достигаемым за счет ползучести; в этом случае время выдержки определялось достижением заданного уровня деформации.

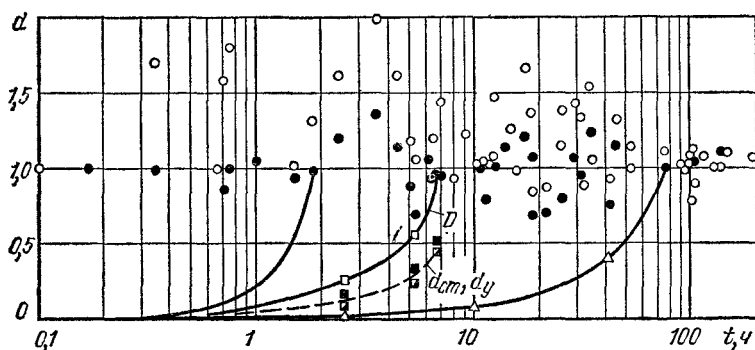


Рис. 37. Накопленное повреждение в зависимости от времени деформирования

Такие испытания давали возможность варьировать долю того или иного повреждения. Испытания с выдержками при постоянном напряжении соответствуют большой доле длительных статических повреждений, испытания без выдержек при постоянной скорости нагрузки при мягком нагружении дают за счет накопления односторонних деформаций примерно равную долю усталостных и длительных статических повреждений и, наконец, испытания при постоянном размахе деформаций дают только усталостное повреждение, причем в случае достижения заданного размаха за счет ползучести можно широко варьировать время до разрушения при примерно одинаковом числе циклов.

На рис. 37 в качестве примера проведены также линии накопления усталостных и длительных статических повреждений для контрастных случаев нагружения.

Доля накопленных длительных статических и усталостных повреждений хорошо видна на рис. 38. Здесь приведены результаты расчета по уравнению (4.30) и по уравнению, в котором длительные статические повреждения

определены по выражению $\sum \frac{t}{t_p}$. На

рис. 38 видно, что расчет по уравнению (4.30) (белые точки) дает разброс, сопоставимый с разбросом по отдельным компонентам суммирова-

ния, расчет по уравнению (черные точки)

$$\frac{4 \int (\epsilon_{\text{необр}}^2 dN)}{\epsilon_B^2} + \sum \frac{t}{t_p} = 1$$

дает значение повреждений, в основном значительно ниже прямой суммирования, т. е. не идущие в запас прочности.

Как отмечалось выше, уравнение суммирования повреждений при высоких температурах (4.34) является обобщением уравнения (2.73) при нормальных температурах. По мере роста температур в уравнении (2.73) следует принимать во внимание как изменение предельной пластичности (которое при умеренных температурах может быть также связано с деформационным старением), так и проявления реологических свойств, выражающиеся в развитии циклических и односторонних деформаций ползучести.

Таким образом, может оказаться существенным использование параметрических зависимостей или уравнений типа (4.17) для определения предельной пластичности в связи с расчетом длительных циклических повреждений.

На рис. 39 приведена предельная пластичность аустенитной стали в зависимости от температуры и времени по параметрической зависимости (4.15) при $C = 7,12$ [2]. Вычисленные по предельной пластичности суммарные повреждения для 500, 600 и 650° С на

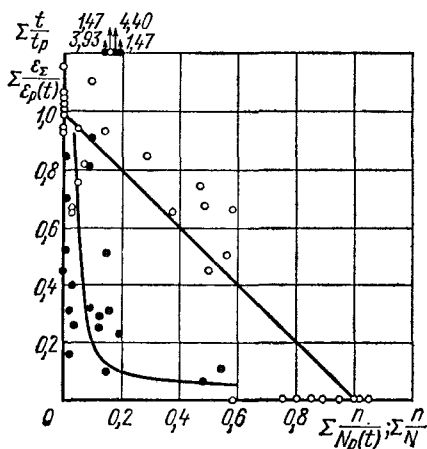


Рис. 38. Доли накопленных усталостных и длительных статических повреждений

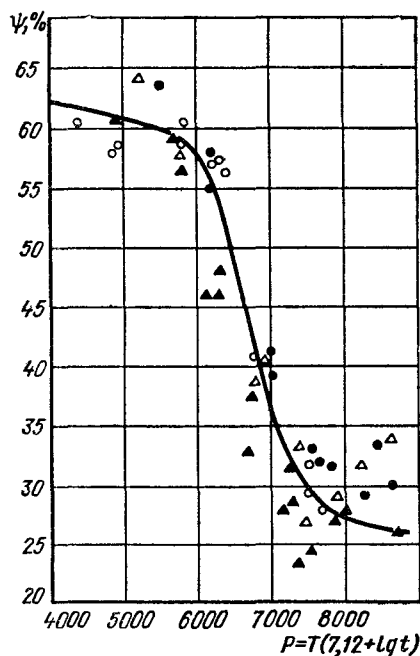


Рис. 39. Значения предельной пластичности

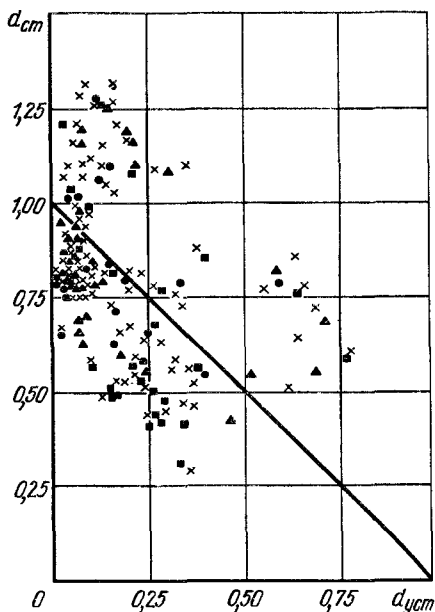


Рис. 40. Доли накопленных повреждений при различных температурах испытаний: ■ — при 500° С; ● — при 600° С; ▲ — при 650° С; × — расчетные точки

рис. 40 сопоставлены с расчетными, полученными по фактическим значениям предельной пластичности. Расхождение этих данных невелико, и параметрическая зависимость предельной пластичности может быть использована для оценки накопления повреждений для различных температур и длительностей нагружения.

3. Предельные состояния и несущая способность при длительном действии статических и циклических нагрузок

Несущая способность деталей, длительно работающих в условиях высоких температур при действии статических и циклических нагрузок, как и для деталей при нормальных температурах характеризуется дости-

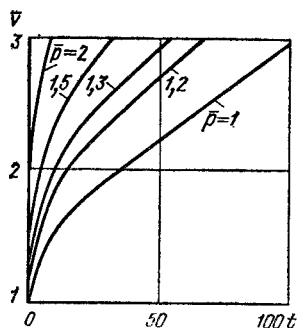


Рис. 41. Перемещения в толстенной трубе

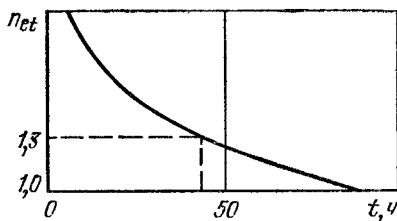


Рис. 42. Величина запаса прочности трубы в зависимости от времени

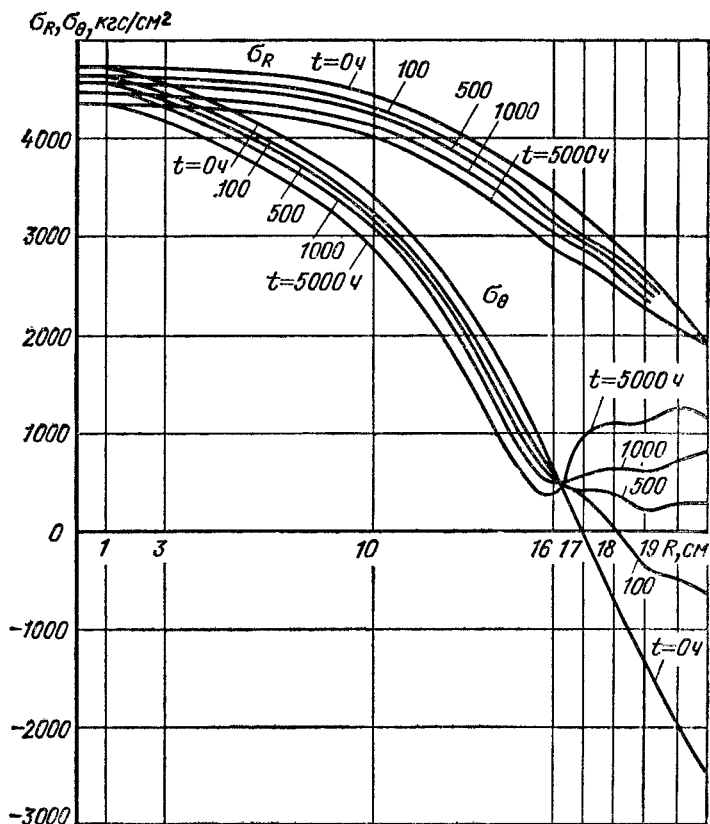


Рис. 43. Распределение напряжений по радиусу диска для различной длительности работы при предельной нагрузке, в 1,3 раза превышающей рабочую

жением предельных перемещений или разрушением детали.

Несущая способность по перемещениям определяется нагрузками, соответствующими достижению предельно допустимых перемещений. При работе детали в условиях повышенных температур несущая способность может вычисляться исходя из этих же условий, но при этом развитие перемещений зависит не только от внешней нагрузки, но и от времени и числа циклов. При выбранном, исходя из условий эксплуатации, ресурсе работы детали или конструкции предельное перемещение должно достигаться за время t^* , соответствующее этому ресурсу. В соответствии с этим предельная постоянная нагрузка $Q_{пр}$ на деталь приводит к достижению предельного перемещения за заданное время t^* и зависит от этого времени.

Запас прочности по перемещениям

$$n_{et} = \frac{Q_{пр}(t^*)}{Q_{раб}}, \quad (4.35)$$

где $Q_{раб}$ — действующая на деталь нагрузка.

В общем случае для определения предельных нагрузок по перемещениям необходимо установить зависимость этих нагрузок от перемещений для фиксированного времени или от времени для фиксированных перемещений. Второе условие может возникнуть в связи с задачей о допустимом времени работы при действии рабочих нагрузок.

На рис. 41 показан график перемещений наружного контура в зависимости от времени для различных значений предельного внутреннего давления в толстостенной трубе. Этот график получен на основании соответствующего решения уравнения

$$v = \frac{3}{2} \cdot \frac{pR_1}{E} \cdot \frac{a}{a^2 - 1} |\beta|, \quad (4.36)$$

где β — безразмерный параметр времени.

Из этого графика для значения предельного перемещения $\bar{v} = \frac{vE}{p_{раб}R_1} = 2,8$ (при $a = 2$) можно получить

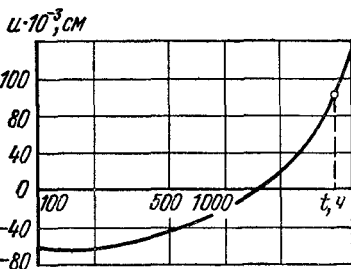


Рис. 44. Перемещения наружного контура диска в зависимости от времени

зависимость $\bar{p} = \frac{p}{p_{раб}}$ от времени и для заданного ресурса найти запас прочности (рис. 42), поскольку в этом случае $\bar{p} = n_{et}$. При заданном $n_{et} = 1,3$ время до разрушения примерно 45 ч.

На рис. 43 приведены эпюры напряжений в зависимости от времени работы вращающегося диска при предельной нагрузке, в 1,3 раза превышающей рабочую, а на рис. 44 показана зависимость перемещений внешнего контура диска для различных моментов времени, из которой следует, что при предельно допустимом перемещении $v_{пред} = 1$ мм запас исчерпывается за время $t \approx 4000$ ч.

Перераспределение напряжений в дисках из хромомолибденовой стали в процессе ползучести, кривая пределов длительной прочности и зависимость наибольших растягивающих напряжений от времени показаны на рис. 45. Экспериментальные точки, соответствующие разрушению диска, лежат в области пересечения этих кривых [13].

Несущая способность по разрушению зависит от заданного ресурса работы детали. Разрушение в случае циклического нагружения детали в условиях повышенных температур соответствует достижению предельного значения усталостных и длительных статических повреждений $d = d_{уст} + d_{ст} = 1$.

Например, для случая длительного циклического разрушения образца с концентрацией напряжений при симметричном цикле нагружения

это условие может быть записано в виде [26]

$$2m \int_0^{N_f} \frac{(K_\epsilon \epsilon_n - K_S S_n)^m}{\epsilon_f^m(t)} dN + \frac{\sum_0^{N_f} (K_\epsilon^{(2n)} \epsilon_n^{(2n)} - K_\epsilon^{(2n+1)} \epsilon_n^{(2n+1)}) N_f}{\epsilon_f(t)} = 1.$$

Для стали 12X18H9T при температуре 650° С можно принять $m = 2$ и, имея в виду быструю стабилизацию диаграммы деформирования, записать

$$4 \int_0^{N_f} \frac{(K_\epsilon \epsilon_n - K_S S_n)^2}{\epsilon_f^2(t_f)} dN + \frac{(K_\epsilon \epsilon_n^{(2n)} - K_\epsilon \epsilon_n^{(2n+1)}) N_f}{\epsilon_f(t_f)} = 1.$$

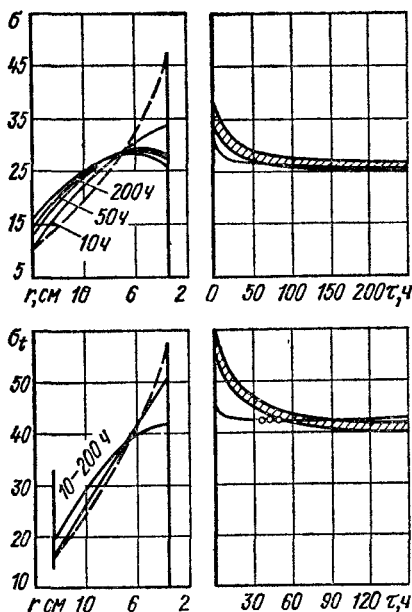


Рис. 45. Распределение напряжений в диске и кривые длительной прочности

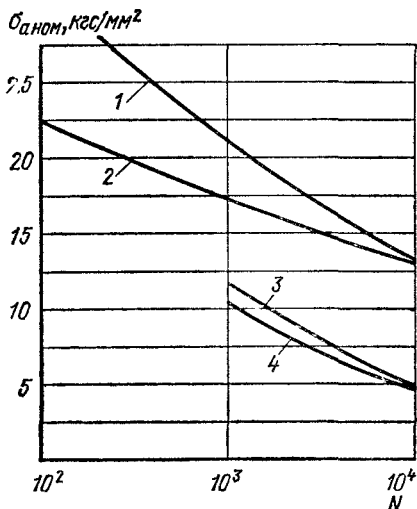


Рис. 46. Кривые длительной циклической прочности стали 12X18H9T при 650° С: 1 — жесткое нагружение, $\alpha_\sigma = 1$; 2 — мягкое нагружение, $\alpha_\sigma = 1$, выдержка 1 мин; 3 — $\alpha_\sigma = 3$, без выдержки; 4 — $\alpha_\sigma = 3$, выдержка 1 мин

Решение этого уравнения дает возможность получить кривую длительной циклической прочности в зависимости от времени выдержек. На рис. 46 приведены такие кривые для стали 12X18H9T при отсутствии выдержек и при $\tau = 1$ мин.

Запас прочности по разрушению для ресурса t^*

$$n_{wt} = \frac{Q_{разр}(t^*)}{Q_{раб}}.$$

В общем случае для определения предельных нагрузок по разрушению необходимо установить зависимость этих нагрузок от деформаций, вычислив предельное накопленное повреждение для фиксированного времени (числа циклов), и установить предельное число циклов (время) для определения запаса по долговечности

$$n_N = \frac{N_{np}(Q)}{N_{раб}} \quad \text{или} \quad n_t = \frac{t_{np}(Q)}{t_{раб}}.$$

4. Сопротивление усталости при длительном действии переменных напряжений

Сопротивление усталости при повышенных температурах определяется, как и при нормальных, процессами местного пластического деформирования, накопления повреждений и распространения трещин. На сопротивление так же влияют изменения свойств металла во времени в результате нагрева деформированного металла, они отражают старение, разупрочнение, возврат, охрупчивание и проявление других связанных со структурным изменением факторов.

В связи с этим форма кривой усталости при повышенной температуре имеет ряд особенностей (рис. 47). Эти кривые не имеют выраженного асимптотического характера и не свидетельствуют о существовании пределов выносливости, как их параметра. Такими параметрами являются угол наклона ветвей кривой и, ограниченные по числу циклов пределы выносливости, определяющие положение этих ветвей в логарифмических координатах: амплитуда напряжений — число циклов. Форма кривой 1 свойственна умеренным температурам ($T = 0,45 \div 0,50 T_{пл}$), при которых накопление повреждения возникает в широком диапазоне напряжений низких уровней, с интенсивностью повреждения меньшей, чем в области высоких напряжений, действие которых сопровождается циклическими пластическими деформациями, превышающими упругие или одного порядка с ними. При более высоких температурах ($0,50—0,55 T_{пл}$) повышение интенсивности усталостного повреждения во времени и по числу циклов возрастает так же в области низких напряжений. У кривой усталости 2 больший наклон и нет переломов. При еще более высоких температурах ($0,55—0,60 T_{пл}$) накопление повреждения главным образом определяется временем действия напряжений, существенную роль при этом играют процессы накопления разрушения на границах зерен и переход от внутрикристаллического возникновения и распространения трещин к межкри-

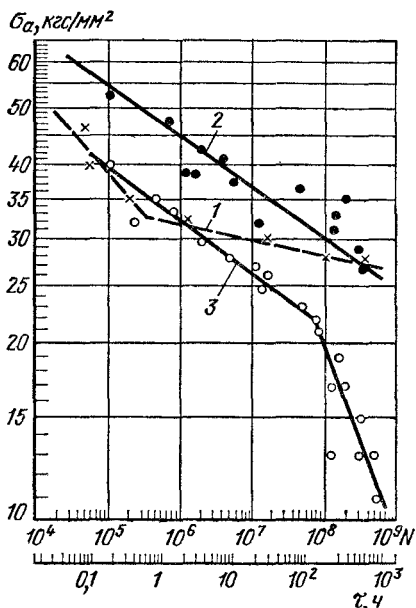


Рис. 47. Кривые усталости при повышенных температурах:

1 — титановый сплав $t = 200^\circ \text{C}$; 2 — никелевый сплав $t = 700^\circ \text{C}$; 3 — никелевый сплав $t \approx 800^\circ \text{C}$

сталлическому. В результате возникает перелом на кривой усталости (см. рис. 47, кривая 3). С повышением температуры угол наклона кривых усталости возрастает, соответственно уменьшается показатель ее степенного уравнения.

В связи с влиянием нестабильности структуры и механических свойств металлов на их сопротивление усталости при повышенных температурах, это сопротивление определяется не только числом циклов, но и длительностью действия переменных напряжений, т. е. частотой их изменения. При этом на результатах высокотемпературных усталостных испытаний сказывается также неравномерность распределения напряжений, так как их упруго-пластическое перераспределение зависит от скорости деформирования. Более сопоставимыми являются данные испытаний, выраженные в истинных напряжениях или ампли-

туде деформаций [32]. Данные испытаний при разных частотах, выраженные кривыми усталости в амплитудах деформаций по числу циклов для ряда сталей показали, что при температурах выше тех, при которых имеет место деформационное старение, величины разрушающих чисел циклов мало зависят от частоты в левой части кривой усталости, в правой — уменьшение частоты уменьшает сопротивление усталости в результате более сильного повреждения [44]. В области температур старения наблюдается противоположный эффект и разрушающие числа циклов зависят от частоты вследствие нарастания упрочнения для циклов большей длительности при пониженной частоте. Данные усталостных испытаний, выраженные кривыми усталости в амплитудах деформаций по времени для температур, превышающих температуру старения, показали слабую частотную зависимость положения правой части кривой усталости. Если для данного уровня амплитуд деформаций разрушающее число циклов N_p не зависит от частоты испытаний f , то при длительности испытаний τ_p , необходимой для разрушения, имеет место очевидная зависимость:

$$N_p = f \tau_p = A$$

или

$$\lg \tau_p = \lg A - \lg f.$$

Если время, необходимое для разрушения, для данного уровня амплитуд деформаций не зависит от частоты, то соблюдается условие:

$$\lg \tau_p = \lg A.$$

Для общего случая зависимости N_p и τ_p от частоты предлагается интерполяционная зависимость [31]

$$\lg \tau_p = \lg A - m \lg f, \quad (4.37)$$

при этом m находится в пределах от 1 до 0. Для температур, превышающих температуру старения в области $N \leq 10^5$ $m \approx 1$, в области $N > 10^5$ m приобретает значения, приближающиеся к 0. Таким образом, в этом случае коэффициент m зависит от уровня нагруженности, снижаясь с ее уменьшением, и от температуры, сни-

жаясь с ее возрастанием. В области температур старения увеличение частоты уменьшает величину разрушающего числа циклов, т. е. необходимо, чтобы соблюдалось условие $m > 1$ в уравнении (4.37). Таким образом, амплитуда напряжений τ_a определяет τ_p независимо от f в области низких напряжений, а амплитуда деформаций определяет N_p независимо от f в области высоких напряжений. В первом случае чувствительным к частоте является N_p , во втором — τ_p . Влияние частоты повышается с ростом температуры.

Сопротивление усталости при асимметричном цикле рассматривается как, суммирование усталостного и длительного статического повреждений, выраженных в относительных временах: для усталости $\frac{1}{N_p/f}$; для длительного статического повреждения $\frac{1}{\tau_{pc}}$, где

N_p — разрушающее число циклов при действии переменных напряжений с амплитудой τ_a ; τ_{pc} — время, необходимое для длительного статического разрушения при действии статической составляющей напряжения цикла σ_m [33].

Для гипотезы линейного суммирования; время τ_p , необходимое для разрушения при асимметричном цикле, определяется из уравнения

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{1}{N_p/f} + \frac{1}{\tau_{pc}}. \quad (4.38)$$

Для нелинейных условий суммирования

$$\frac{1}{\tau_p} = \left(\frac{1}{N_p/f} \right)^{\gamma_y} + \left(\frac{1}{\tau_{pc}} \right)^{\gamma_c}, \quad (4.39)$$

где γ_y и γ_c обратно пропорциональны средним квадратичным отклонениям $\lg N_p$ и $\lg \tau_{pc}$ [33].

Для линейного суммирования зависимость (4.38) выражается через напряжения σ_a и σ_m на основании уравнения кривой усталости

$$N_p \sigma_a^m = A_y$$

и уравнения кривой длительной прочности

$$\tau_{pc} \sigma_m^c = A_c.$$

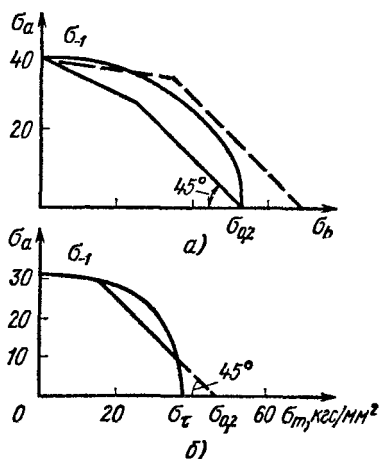


Рис. 48. Диаграммы предельных напряжений для хромомолибденовой стали при растяжении-сжатии:

а — для 400° С; б — для 500° С [34]

Разрушающее время τ_p при асимметричном цикле определяется из уравнения (4.38)

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{f}{A_y} \sigma_a^m + \frac{1}{A_c} \sigma_m^m, \quad (4.40)$$

где

m_y и A_y — параметры кривой усталости; m_c и A_c — параметры кривой длительной прочности для рассматриваемой температуры.

С ростом температуры параметр m_c уменьшается быстрее чем параметр m_y , следовательно увеличивается роль статического повреждения по сравнению с усталостным, что сказывается на форме диаграммы предельных напряжений при асимметричном цикле.

Наряду с условиями повреждения при повышенных температурах для асимметричного цикла приобретает роль ползучесть, как фактор, определяющий предельное состояние.

На рис. 48, по данным работы [34], представлены такие диаграммы для малоуглеродистой хромомолибденовой стали в улучшенном состоянии ($\sigma_B = 77$ кгс/мм², $\sigma_{0.2} = 62$ кгс/мм², $\psi = 71\%$) при температуре 400° С, для которой влияние времени не

проявляется, а статическое сопротивление определяется пределом текучести. Для той же стали при 500° С влияние времени существенно, а статическое сопротивление определяется длительной статической прочностью σ_τ в зависимости от длительности нагружения τ (в данном случае для $2 \cdot 10^6$ циклов $\tau = 50$ ч при частоте испытания 666 циклов в минуту.) Диаграммы предельных напряжений строятся при данной температуре по параметрам длительности нагружения τ и частоты f , или при данном времени по параметрам температуры t и частоты f .

На рис. 49 представлены схемы предельных кривых по параметру частоты.

Рассматривая систему кривых предельных напряжений (см. рис. 49, б) для разных длительностей нагружения τ можно построить для каждой температуры поверхность предельных напряжений при асимметричном цикле, для которой третьей координатой является τ (рис. 50). В зависимости от температуры положение поверхности может отражать влияние частоты, давая в пересечении с плоскостью σ_a , τ кривые усталости по параметру f , а в пересечении с плоскостью σ_m , τ кривые длительной прочности.

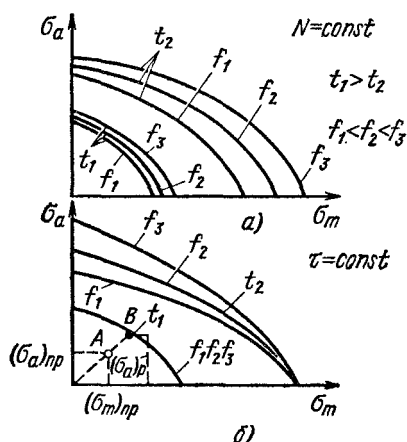


Рис. 49. Кривые предельных напряжений:

а — для заданного числа циклов до разрушения; б — для заданного времени до разрушения

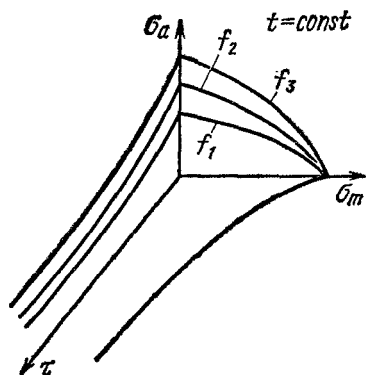


Рис. 50. Схема поверхностей предельных напряжений

Условия стационарного нагружения характеризуются значениями $(\sigma_a)_{пр}$, $(\sigma_m)_{пр}$ и τ , т. е. расположением соответствующей точки, на луче под углом

$\text{tg} \alpha = \frac{(\sigma_a)_{пр}}{(\sigma_m)_{пр}}$ к оси σ_m в плоскости, определяемой координатой τ . Этот луч пересекается с поверхностью предельных напряжений. Запас прочности определяется как отношение отрезка на луче до пересечения с этой поверхностью к отрезку до точки, характеризующей нагруженность: $(\sigma_a)_{пр}$, $(\sigma_m)_{пр}$, τ .

Скорость ползучести при действии переменных напряжений, накладывающихся на статические, увеличивается, и для определения динамически накопленной деформации используется гипотеза деформационного упрочнения в форме [15, 38, 45]

$$\dot{\epsilon} = \beta \alpha^{1/\beta} \sigma^{\alpha/\beta} \epsilon^{-(1-\beta)/\beta}, \quad (4.41)$$

где накопленная деформация

$$\epsilon = a \sigma^{\alpha} \tau^{\beta}. \quad (4.42)$$

Показатели степени определяются по экспериментальным полученным зависимостям $\lg \sigma(\epsilon)$, $\lg \tau(\epsilon)$ при данной температуре и статической напряженности.

При действии переменных напряжений с амплитудой σ_a около среднего напряжения σ_m , т. е. с коэффициентом

асимметрии $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$, через который

отношение $\frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{1-r}{1+r}$ определяется

статическое напряжение $\sigma_{ст}$, эквивалентное, по критерию накопленной деформации ползучести, действию напряжения с асимметричным циклом:

$$\sigma = \sigma_m \left(1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \right) \sin \omega \tau, \quad \text{где } \omega = 2\pi f$$

— круговая частота изменения напряжений, соответствующая частоте f ;

$$\sigma_{ст} = \sigma_m \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \sin \omega \tau \right)^{\alpha/\beta} d\omega \right]^{\beta/\alpha} = \sigma_m A^{\beta/\alpha}. \quad (4.43)$$

Превышение $\sigma_{ст}$ над σ_m должно учитываться при нанесении правых ветвей полных диаграмм усталости. Номинальные статические составляющие напряжения цикла, с учетом эквивалентности по критерию достигнутых деформаций ползучести, должны умножаться на коэффициент $1/A^{\beta/\alpha}$.

Аналогично определяются статические напряжения $\sigma'_{ст}$, эквивалентные по линейному накоплению длительного статического повреждения D_{τ} , пропорционального времени τ . Скорость повреждения рассматривается как степенная функция напряжений в соответствии с уравнением кривой длительной статической прочности

$$\sigma^{\alpha} s_{\tau} = \frac{1}{a_s}$$

и составляет

$$\frac{dD_{\tau}}{d\tau} = a_s \sigma^{\alpha} s_{\tau}.$$

При асимметричном цикле, как и ранее,

$$\sigma = \sigma_m \left(1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \sin \omega \tau \right).$$

Эквивалентное по накопленному статическому повреждению напряжение при $r > 0,2$

$$\sigma'_{\epsilon\tau} = \sigma_m \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(1 + \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \sin \omega\tau \right)^{\alpha_s} d\omega\tau \right]^{1/\alpha_s} = \sigma_m B^{1/\alpha_s}. \quad (4.44)$$

При построении правых ветвей полных диаграмм усталости нужно учитывать, что $\sigma'_{\epsilon\tau} \geq \sigma_m$, поэтому номинальные статические составляющие напряжений цикла, с учетом эквивалентности по критерию длительного статического повреждения, следует умножать на коэффициент $\frac{1}{B^{1/\alpha_s}}$.

Для более высоких температур усталостное повреждение по своей природе приближается к длительному статическому и поэтому в области малых асимметрий, т. е. левых ветвей полной диаграммы усталости, последние можно нанести на эту диаграмму в эквивалентных статических напряжениях. При этом рассматривают абсолютную величину переменных напряжений в пределах каждого цикла, полагая, что перемена знака не сказывается на накоплении статического повреждения.

Эквивалентное циклическому по накопленному статическому повреждению постоянное напряжение в области $r < 0,2$ (при относительно малых σ_m)

$$\sigma'_{\epsilon\tau} = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\left| \frac{\sigma_m}{\sigma_a} \right| + \left| \sin \omega\tau \right| \right)^{\alpha_s} d\omega\tau \right]^{1/\alpha_s} = \sigma_a C^{1/\alpha_s}, \quad (4.45)$$

где σ_a — амплитуда номинальных напряжений.

Таким образом, амплитуды номинальных напряжений с учетом эквивалентности их действия статическим по критерию накопленного повреждения должны умножаться на коэффициент $1/C^{1/\alpha_s}$. С помощью выражений статических напряжений, эквивалентных по своему повреждающему действию переменным, для асимметричного цикла можно построить полную диаграмму усталости в относительных величинах. Статическая составляющая для правой ветви предельной кривой относится, в зависимости от уровня температур, либо к эквивалентным напряжениям $\sigma'_{\epsilon\tau}$, определяемым из уравнения (4.43) по критерию динамически накопленной деформации ползучести, либо к эквивалентным напряжениям $\sigma'_{\epsilon\tau}$, определяемым из уравнения (4.44) по критерию накопленного длительного статического повреждения. Амплитудная составляющая для левой ветви предельной кривой относится к эквивалентным напряжениям по длительному статическому повреждению согласно уравнению (4.45).

В качестве примера на рис. 51 для хромоникелевой стали (18-8) при температуре 650° приведены предельные кривые для асимметричного цикла в относительных координатах [45]. Левая ветвь по усталостному разрушению, правая — по длительному статическому ($\alpha_s = 7,0$) и накопленной деформации ползучести 1% за 200 ч ($\alpha/\beta = 3$).

В области малых асимметрий циклов, для которой преимущественное значение имеет усталостное повреждение, опытные данные свидетельствуют о более интенсивном нарастании деформаций ползучести во времени, чем то, которое ожидается по гипотезе деформационного упрочнения. В работе [45] предложено ввести поправочный коэффициент ψ , на который умножается скорость ползучести. Этот коэффициент принимается равным отношению суммарного повреждения к длительному статическому повреждению, т. е.

$$\psi = \frac{D_\tau + D_f}{D_\tau},$$

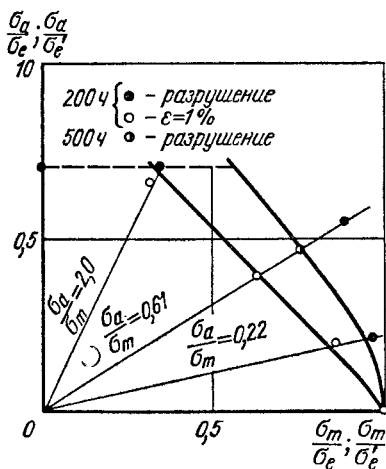


Рис. 51. Полная диаграмма усталости при асимметричном цикле для аустенитной стали

где

$$D_\tau = \int a_s (\sigma_m + \sigma_a \sin \omega \tau)^{\alpha_s} d\tau;$$

$$D_f = \int a_f (\sigma_a \sin \omega \tau)^{\alpha_f} d\tau,$$

т. е. повышение скорости ползучести рассматривается как проявление усталостного повреждения.

На полных диаграммах усталости при повышенных температурах наносится семейство кривых по параметру времени τ_p , необходимого до разрушения при данной температуре и частоте нагружения. Частота влияет на величину τ_p [см. уравнение (4.37)], поэтому используют приведение напряжений, действующих с различными частотами f к напряжениям с частотой f_0 , для которой имеются опытные данные. При этом исходят из условия, что время до разрушения τ_p при частотах f и f_0 одинаково [19]. Из зависимости (4.37) для данного уровня напряжений σ следует

$$\tau_p f^m = A.$$

Из степенного уравнения кривой усталости

$$\tau_p f^n \sigma_a^m = A_y.$$

Полагая коэффициенты этого уравнения не зависящими от f , равенство времени τ_p при частотах f и f_0 соблюдается, если

$$\tau_p = \frac{A_y}{f^m \sigma_f^m} = \frac{A_y}{f_0^m \sigma_{0f}^m}, \quad \text{т. е.}$$

$$\sigma_{0f} = \left(\frac{f}{f_0}\right)^{\frac{m}{n}} \sigma_f, \quad (4.46)$$

где σ_{0f} — величина приведенного к частоте f_0 переменного напряжения.

Если рассматривать коэффициенты уравнения усталости, зависящими от f , то расчет следует вести, используя метод последовательных приближений.

Из условий перехода к предельному состоянию при стационарном нагружении и постоянной температуре для асимметричного цикла за счет возрастания длительности работы τ_p (т. е. ресурса использования изделия) определяется запас по долговечности:

$$n_\tau = \frac{\tau_p}{\tau_{\text{раб}}}, \quad (4.47)$$

где τ_p — определяется по выражению (4.40);

$\tau_{\text{раб}}$ — длительность нагружения.

Из условий перехода к предельному состоянию для фиксированного срока службы $\tau_{\text{раб}}$ за счет возможного пропорционального увеличения действующих напряжений σ_a и σ_m определяется запас прочности n_σ из выражения (4.40) с учетом того, что $\tau_p = \tau_{\text{раб}}$ и $f = f_0$:

$$\frac{1}{\tau_{\text{раб}}} = \frac{f_0}{A_y} [n_\sigma (\sigma_a)_{0f}]^m + \frac{1}{A_c} (n_\sigma \sigma_m)^m = n_\sigma^m \frac{f_0}{A_y} (\sigma_a)_{0f}^m + n_\sigma^m \frac{1}{A_c} (\sigma_m)^m. \quad (4.48)$$

Определить n_σ по этому степенному уравнению можно аналитическими или графическими способами.

В частном случае симметричного цикла и перехода к предельному

состоянию за счет возможного увеличения амплитуды действующих напряжений $(\sigma_a)_{af}$ уравнения (4.48) сведется к выражению

$$\frac{1}{\tau_{раб}} = n_{\sigma}^m \frac{f_0}{A_y} (\sigma_a)_{af}^m. \quad (4.49)$$

В соответствии с выражением (4.40) в этом случае величина

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{f_0 (\sigma_a)_{af}^m}{A_y}.$$

А из уравнений (4.47) и (4.49) следует зависимость

$$n_{\tau} = n_{\sigma}^m \quad (4.50)$$

причем

$$n_{\sigma} = \frac{(\sigma_a)_p}{(\sigma_a)_{af}}, \quad (4.51)$$

где $(\sigma_a)_p$ — разрушающее напряжение при длительности действия $\tau_{раб}$ и частоте f_0 .

Из уравнения (4.40)

$$f_0 (\sigma_a)_p^m \tau_p = A_y.$$

Нестационарное нагружение, описываемое ступенчатым блоком изменения напряжений каждой ступени i , характеризуют амплитуды σ_{ai} , статические составляющие σ_{mi} и длительности действия

$$(\tau_i)_{раб} = \rho_i \tau_{раб},$$

где ρ_i — относительная суммарная длительность действия напряжений на ступени i при общей длительности службы $\tau_{раб}$.

Время до разрушения τ_p при таком нагружении приблизительно определяют из условий линейного суммирования усталостных и длительных статических повреждений так же, как и при стационарном нагружении с асимметричным циклом согласно уравнениям (4.38) и (4.40):

$$\begin{aligned} \frac{a}{\tau_p} = & \sum_{i=1}^{i=k} \frac{\rho_i f_0 (\sigma_{ai})^m}{A_y} + \\ & + \sum_{i=1}^k \frac{\rho_i (\sigma_{mi})^m}{A_c}, \end{aligned} \quad (4.52)$$

где a — величина, характеризующая предельное значение накопленного повреждения, которое может отличаться от единицы из-за влияния формы блока изменения напряжений при нестационарном нагружении и уровня температур. При отсутствии соответствующих данных принимают $a = 1$, возможные отклонения учитывают запасом прочности; k — число ступеней напряжений с асимметричным циклом.

Переход к предельному состоянию при нестационарном нагружении и постоянной температуре за счет возрастания длительности работы $\tau_{раб}$ и в этом случае оценивается запасом по долговечности n_{τ} согласно выражению (4.47), где τ_p определяется из уравнения (4.52).

Переход к предельному состоянию при нестационарном нагружении и постоянной температуре применительно к упомянутому ранее блоку изменения напряжений с i ступенями за счет пропорционального изменения уровней напряжений σ_{ai} и σ_{mi} при фиксированном сроке службы $\tau_{раб}$ описывается на основе зависимости (4.52). Величины напряжений σ_{ai} и σ_{mi} умножают на запас прочности n_{σ} и зависимость (4.52) используют в следующей форме: [19]:

$$\begin{aligned} \frac{a}{\tau_{раб}} = & n_{\sigma}^m \frac{f_0}{A_y} \sum_i^k \rho_i (\sigma_{ai})^m + \\ & + n_{\sigma}^m \frac{1}{A_c} \sum_i^k \rho_i (\sigma_{mi})^m. \end{aligned} \quad (4.53)$$

По этому степенному уравнению можно определить n_{σ} также аналитическими или графическими способами.

Приведение нестационарной механической нагруженности и нагрева при асимметричном цикле к одному эквивалентному режиму предлагается осуществлять по критерию их равноопасности [8, 9]. Равноопасность определяется равенством частных запасов прочности. Сначала предполагается, что переход к предельным состояниям происходит за счет изменения статической и циклической составляющих независимо и определяется эквивалент-

ный режим по этим двум составляющим нагрузкам отдельно. На заключительной стадии оба приведенных режима по статическим и циклическим составляющим приводятся к одному стационарному режиму с асимметричным циклом нагружения. При определении эквивалентных режимов используют приведение как по напряжениям, так и по температурам. Для приведения статических составляющих $(\sigma_m)_2$, $(\sigma_m)_3, \dots$ при температурах t_2 , t_3 и длительностях τ_2 , τ_3 к напряжению $(\sigma_m)_1$ при температуре t_1 приравнивают частные запасы прочности $(n_\sigma)_2$, $(n_\sigma)_3, \dots$ по длительному статическому разрушению для действующих напряжений к частным запасам при напряжении $(\sigma_m)_1$

$$(n_\sigma)_2 = \frac{[(\sigma_\tau)_2]_{t_2}}{(\sigma_m)_2} = \frac{[(\sigma_\tau)_{1,2}]_{t_1}}{(\sigma_m)_1}, \quad (4.54)$$

где $[(\sigma_\tau)_{1,2}]_{t_1}$ — длительная прочность для температуры t_1 такой длительности $\tau_{1,2}$, при которой эта прочность равна (σ_m) $(n_\sigma)_2$.

Действие напряжения $(\sigma_m)_1$ в течение времени $\tau_{1,2}$ при температуре t_1 равноопасно действию напряжения $(\sigma_m)_2$ при температуре t_2 в течение времени τ_2 .

Зная $\tau_{1,2}$, $\tau_{1,3}, \dots$ можно определить эквивалентные времена действия и общую длительность равноопасного режима нагружения при напряжении $(\sigma_m)_1$ и температуре t_1 :

$$(\tau_1)_{\text{пр}} = \tau_1 + \tau_{1,2} + \tau_{1,3} + \dots$$

Если цикл нагружения асимметричный, то сначала его приводят к симметричному по условию равенства частных запасов:

$$(n_\sigma)_1 = \left[\frac{(\sigma_a)_r}{\sigma_a} \right]_1 = \frac{(\sigma_{-1})_1}{(\sigma_a)_1}, \quad (4.55)$$

где $[(\sigma_a)_r]$ — предельная амплитуда по полной диаграмме усталости для режима I, к которому делается приведение; σ_a — амплитуда действующего напряжения; $(\sigma_{-1})_1$ — предел выносливости при симметричном цикле для температуры t_1 , $(\sigma_a)_1$ — приведенная к симметричному циклу амплитуда нагружения. Такое же приведение к симметричному

циклу при t_{II} , $t_{III}, \dots$ делается для остальных режимов II, III, ... разных асимметрий переменных напряжений. Эти режимы с разными температурами приводятся, в свою очередь, к режиму I при температуре t_1 также по условию равенства частных запасов.

$$(n_\sigma)_{II} = \frac{[(\sigma_{-1})_{II}]_{t_{II}}}{(\sigma_a)_{II}} = \frac{(\sigma_{-1})_{I, II}}{(\sigma_a)_I},$$

где $(\sigma_{-1})_{I, II}$ — предел выносливости при температуре t_1 и такой длительности нагружения $\tau_{I, II}$, при которой этот предел равен $(\sigma_a)_I$ $(n_\sigma)_{II}$.

Суммарное приведенное время действия приведенных к режиму I переменных напряжений

$$(\tau_1)_{\text{пр}} = \tau_1 + \tau_{I, II} + \tau_{I, III} + \dots$$

Соответствующая амплитуда напряжений, к которой приведены по длительности действия остальные режимы

$$(\sigma_a)_I = (\sigma_a)_{\text{пр}}.$$

Режим статической нагруженности $(\sigma_m)_1$, t_1 , $(\tau_1)_{\text{пр}}$ приводится, как выше было показано, к приведенному циклическому режиму $(\sigma_a)_I$, t_1 , $(\tau_1)_{\text{пр}}$. Статическое напряжение, приведенное по условию равноопасности к длительности $(\tau_1)_{\text{пр}}$ и температуре t_1

$$(\sigma_m)_{\text{пр}} = \frac{(\sigma_m)_1 (\sigma_\tau)_{\tau_1, t_1}}{(\sigma_\tau)_{\tau, t}},$$

где $(\sigma_\tau)_{\tau_1, t_1}$ — предел длительной прочности при температуре t_1 и времени $(\tau_1)_{\text{пр}}$; $(\sigma_\tau)_{\tau, t_1}$ — предел длительной прочности при $(\tau_1)_{\text{пр}}$ и t_1 .

Полученное таким образом напряжение $(\sigma_m)_{\text{пр}}$, приведенное к $(\tau_1)_{\text{пр}}$ сопоставим с приведенным так же к $(\tau_1)_{\text{пр}}$ и t_1 циклическим напряжением $(\sigma_a)_r$.

По полной диаграмме усталости при асимметричном цикле для этой температуры и длительности нагружения определяется запас прочности по выражению (4.51), в котором предельная амплитуда $(\sigma_a)_p$ определяется точкой B (см. рис. 49).

Изложенная схема приведения не учитывает влияния частоты, и пределы выносливости рассматриваются как за-

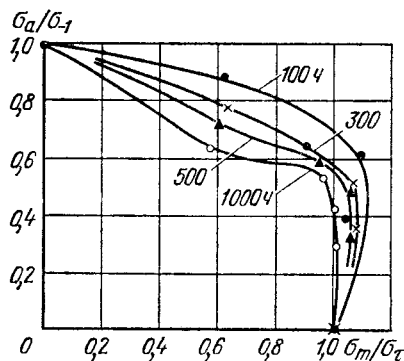


Рис. 52. Полные диаграммы усталости в относительных величинах в зависимости от длительности нагружения

висящие от длительности действия переменных напряжений. Чтобы учесть влияние частоты, нужно привести все уровни переменных напряжений к уровню одной частоты согласно уравнению (4.46).

На рис. 52 в качестве примера приведены диаграммы усталости в

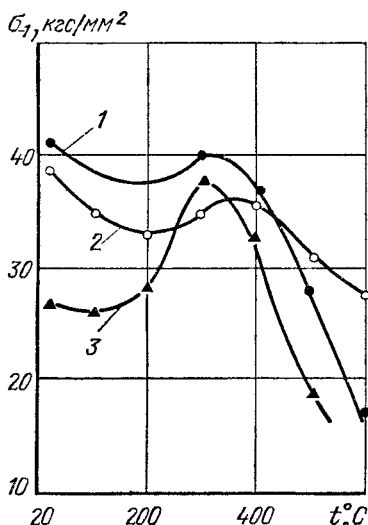


Рис. 53. Температурные зависимости предела выносливости для углеродистой и легированной стали:

1 — сталь 30ХМ (закалка 870—880°, отпуск 650°C); 2 — сталь 30ХНМ; 3 — сталь 0,17%С

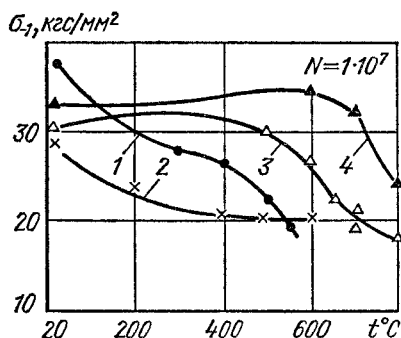


Рис. 54. Температурные зависимости предела выносливости для:

1 — стали 12Х13 (закалка 1010—1050°С, отпуск 750°С); 2 — стали 12Х18Н9Т (закалка 1130—1160°С, старение 800°С); 3 — стали ЭИ395 (закалка 1180°С, двойное старение 700°С и 800°С); 4 — стали ХН77ТЮ (закалка 1080°С, вода, 1000°С, воздух, старение 700°С)

относительных величинах для растяжения-сжатия при повышенной температуре по параметру длительности нагружения [36]. В области циклов с большой асимметрией наблюдается некоторое повышение статической составляющей напряжений на предельной кривой по сравнению с длительной статической прочностью, что можно объяснить усилением старения от колебательных напряжений небольшой величины. О существенном влиянии старения на сопротивление усталости свидетельствуют температурные зависимости предела выносливости для углеродистых и легированных сталей на рис. 53, для теплостойких сталей и никелевых сплавов на рис. 54.

Влияние концентрации напряжений на сопротивление усталости при повышенных температурах связано с упруго-пластическим перераспределением напряжений, чему способствует ослабление сопротивления пластическим деформациям с ростом температуры. Используя циклические диаграммы деформирования для различного накопленного числа циклов, можно построить кривые усталости в истинных напряжениях и показать для сталей с выраженной циклической пластичностью, что эти кривые при растяжении-сжатии и переменном изгибе как

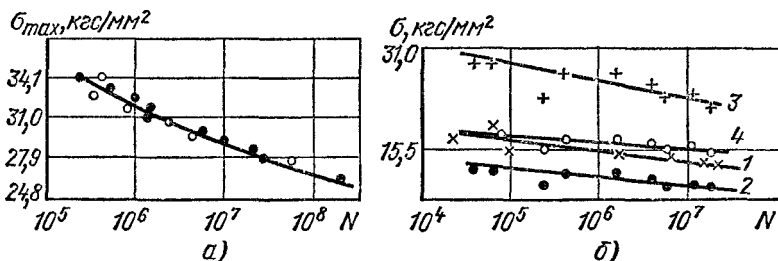


Рис. 55. Кривые усталости:

а — для малоуглеродистой стали при $t = 400^\circ\text{C}$ в истинных напряжениях при растяжении-сжатии (светлые точки) и при изгибе с вращением (темные точки); б — для аустенитной стали (нормализованной) при растяжении-сжатии образцов без концентрации напряжений (1); с поперечными отверстиями в номинальных напряжениях (2), максимальных напряжениях по упругому распределению (3), в максимальных напряжениях по упруго-пластическому распределению (4); температура испытания 700°C

при отсутствии, так и при наличии концентрации напряжений оказываются близкими [32]. На рис. 55 сопоставлены такие кривые. Из рисунка следует, что истинные напряжения, а следовательно, и амплитуды циклической деформации, определяют сопротивление усталостному разрушению при повышенной температуре (так же, как и при малоцикловых усталостных разрушениях). Таким образом, воз-

никновение усталостного разрушения в зоне концентрации при симметричном цикле определяется условием:

$$\sigma_a K_\sigma = \sigma_1, \quad (4.56)$$

где σ_a — амплитуда номинального напряжения; σ_1 — предел выносливости для данной температуры и длительности циклического нагружения при растяжении-сжатии; K_σ — коэффициент концентрации напряжений при упруго-пластическом деформировании.

Величина K_σ , вследствие возникающих пластических деформаций, меньше α_σ — коэффициента концентрации при упругом распределении напряжений.

Коэффициент K_σ можно приближенно выразить через α_σ и коэффициент

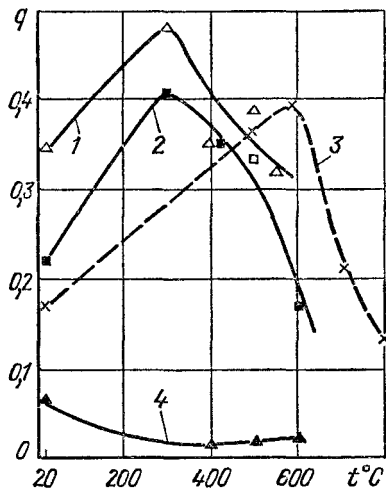
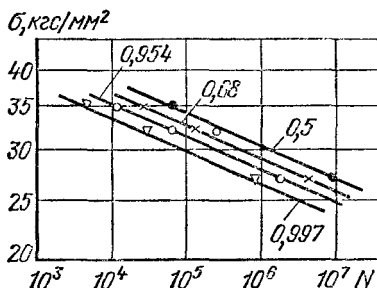


Рис. 56. Зависимость коэффициента чувствительности к концентрации напряжений от температуры для сталей:

1 — 12X13; 2 — 30ХМ; 3 — ЭИ395; 4 — 12X18Н9Т

Рис. 57. Кривые усталости по параметру серозатяжки для сплава ХН77ТЮР (ЭИ437Б) при температуре 800°C

чувствительности к концентрации q :

$$K_{\sigma} = 1 + q(\alpha_{\sigma} - 1).$$

Зависимость q от температуры для ряда теплоустойчивых сталей представлена на рис. 56. При повышенных температурах значения q относительно невелики вследствие существенного влияния пластических деформаций, однако в области температур интенсивного старения имеет место повышенная чувствительность к концентрации.

При нормальных температурах градиент напряжений по сечению, а в связи с этим абсолютные размеры влияют на сопротивление усталости. При повышенных температурах вследствие существенного влияния пластических деформаций на распределение напряжений и снижение градиентов размеры сечений и градиенты не сказываются существенно на условиях уста-

лостного разрушения. Это подтверждается и опытными данными.

Усталости при повышенных температурах так же свойственно рассеяние свойств, однако выраженное слабее, чем при нормальных температурах. Рассеяние чисел циклов до разрушения незначительно зависит от уровня напряжений и уменьшается с повышением температуры, подчиняясь нормально-логарифмическому распределению. В качестве примера на рис. 57 для никелевого сплава представлено семейство кривых усталости по параметру вероятности выживания при повышенной температуре, полученное в результате испытаний 20—30 образцов на каждом уровне напряжений.

Вероятностные методы расчета на усталость, изложенные в гл. 6, могут быть применены и при повышенных температурах.

Список литературы

1. Балина В. С., Листвинский Г. Х. О некоторых свойствах кривых ползучести. — «Машиностроение», 1972, № 3, с. 64—67.
2. Баргалис А., Мексика Г. Проверка деформационно-кинетического критерия длительного циклического разрушения. — «Проблемы прочности», № 12, 1973.
3. Бородин Н. А., Борцов Н. И. Экспериментальная оценка деформационного критерия длительной прочности. — «Проблемы прочности», 1972, № 1, с. 22—26.
4. Воронников Г. С., Паперник Л. Х. Применение наследственной теории к описанию релаксации напряжений в металлах и пересчет данных релаксации на ползучесть. — «Журнал прикладной механики и теоретической физики», 1970, № 6, с. 94—97.
5. Гецов Л. Б. К вопросу о циклической ползучести. — «Машиностроение», 1973, № 2, с. 56—62.
6. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести. — «Изв. АН СССР. Механика и машиностроение», 1960, № 5, с. 88—92.
7. Качанов Л. М. О времени разрушения в условиях ползучести. — «Изв. АН СССР ОТН», 1958, № 8, с. 26—31.
8. Кинашвили Р. С. Определение запаса прочности в общем случае нестационарных условий работы детали. — «Вестник машиностроения», 1964, № 6, с. 32—34.
9. Кинашвили Р. С. Определение запасов прочности при нестационарной температуре и нестационарной напряженности. — «Изв. АН СССР ОТН, Механика и машиностроение», 1959, № 3, с. 126—128.
10. Либрман Л. Я., Пейсхис М. И. Справочник по свойствам сталей, применяемых в котлобуростроении. Изд. 2-е. М. — Л., Машгиз, 1958, 408 с.
11. Милосердин Ю. В., Чечко В. Н., Семенов Б. Д. К методике исследования циклической ползучести. — «Проблемы прочности», 1972, № 4, с. 35—37.
12. Паперник Л. Х. Применение аппарата дробно-экспоненциальных функций в линейной и нелинейной теории вязкоупругости. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук, М., 1971, 18 с.
13. Рабинович В. П. Прочность турбинных дисков. М., «Машиностроение», 1966, 151 с.
14. Работнов Ю. Н. Расчет деталей машин на ползучесть. — «Изв. АН СССР. ОТН», 1948, № 6, с. 789—800.
15. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., «Наука», 1966, с. 752.
16. Работнов Ю. Н., Паперник Л. Х., Звонов Е. Н. Таблицы дробно-экспоненциальной функции отрицательных параметров и интеграла от нее. М., «Наука», 1969.
17. Расчеты на прочность в машиностроении. В 3-х т. Т. 2, М., Машгиз, 1958, 974 с.
18. Серенсен С. В. Малоцикловая прочность при повышенных температурах. Доклад на Всесоюзном симпозиуме по вопросам малоцикловой усталости. Каунас, 1971, 28 с.
19. Серенсен С. В. К расчету на усталость и статическую прочность для нестационарных режимов при повышенных температурах. — «Вестник машиностроения», 1964, № 6, с. 35—37.
20. Серенсен С. В., Козлов Л. А. К методике испытаний на усталость при повышенной температуре. — «Заводская лаборатория», 1963, № 11, с. 1359—1365.

21. Станюкович А. В. Хрупкость и пластичность жаропрочных материалов. М., «Металлургия», 1967, 199 с.
22. Степанычев Е. И. Исследование основных закономерностей деформирования композиционных материалов с полимерной матрицей при статическом монотонном нагружении и в условиях ползучести. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук, М., 1973, 28 с.
23. Трунин И. И., Логинюв Э. А. Метод прогнозирования длительной прочности металлов и сплавов. — «Машиностроение», 1971, № 2, с. 66—74.
24. Трунин И. И. Определение характеристик длительной прочности жаропрочных материалов с большими сроками службы. — «Проблемы прочности», 1969, № 6, с. 3—8.
25. Шнейдерович Р. М., Гусенков А. П., Зацаринный В. В. Кинетические деформационные критерии циклического разрушения при высоких температурах. — «Проблемы прочности», 1973, № 2, с. 19—26.
26. Шнейдерович Р. М., Гусенков А. П. Деформационно-кинетические подходы к оценке длительной циклической прочности. Материалы симпозиума по малоцикловой усталости при повышенных температурах. Вып. III. Изд. ЧПИ, Челябинск, 1974, с. 140—165.
27. Conway H. G. Stress-rupture parameters. New York, Gordon Breache, 1969, pp. 308.
28. Davis E. A. Creep and relaxation of oxygenfree copper. Journal of Applied Mechanics, 1943, vol. 10, N 2, pp. 17—29.
29. Gokhsfeld D. A., Kononov K. T., Sadakov O. S. Behaviour features of metals under cyclic deformation of high temperatures and the possibilities of their mathematical interpretation. Proceedings of the 4—th Conference on Dimensioning, Budapest, 1971, pp. 47—61.
30. Glen J. The problem of the creep of metals. Birmingham, The Kynoch Press, 1968, pp. 253.
31. Ecke J. F. The influence of frequency on the repeated bending life of acid lead. Proceedings ASTM, vol. 51, 1951, p.p. 745—756.
32. Forrest P. G. Influence of plastic deformation on notch sensitivity in fatigue. Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals. Institution of Mechanical Engineers, 1956, p. 171—183.
33. Freudenthal A. M. Aspects of Fatigue Damage Accumulation at Elevated Temperatures. Acta Metallurgical, vol. 11, n. 7, July 1963, p.p. 753—758.
34. Hempel M., Krug H. Mitteilungen. Inst. für Eisenforschung. 1942, Bd. XXIV, Lfg. 7, 71S.
35. Krempl E., Walker C. D. Effect of creep-rupture ductility and hold time. In Fatigue at high temperature. New York, ASTM, STP 459, 1969.
36. Lazan B. J., Blatherwick A. A. The Effect of changing cycle modulus on bending Fatigue strength. Proceedings ASTM, v. 56, 1956, p. i012—i032.
37. Manson S. S. Thermal stress and low-cycle fatigue. New York, Mc Graw — Hill Co, 1966, 642 pp. *
38. Ohji K., Marin J. Creep of Metals under Non — Steady Conditions of Stress. Inst. Engrs Proc (Thermal Loading and Creep Mech. in Structures and Components), vol. 178, part. 3L, 1963—64, p.p. 126—134, 169—185.
39. Proceedings of the International Conference on Thermal and High Strain Fatigue. The Metals and Metallurgy Trust, London, 1967, 600 pp.
40. Proceedings of the International Conference on Thermal Stresses and Thermal Fatigue. Berkeley, 1969, 640 pp.
41. Proceedings of the Second International Conference on Fracture. Brighton. London, Chapman Holl Ltd, 1969, 945 p.p.
42. Serensen S. V., Schneiderovitch R. M. The effect of time on stress distribution in the case of cyclic deformation. In: Applied Mechanics. Proceedings of the 11—th International Congress of Applied Mechanics. Munich (Germany), 1964, Ed. by H. Görtler. Berlin, Springer, 1966, S. 1093—1097.
43. Serensen S. V., Schneiderovitch R. M., Gussenkov A. P. Deformation kinetics criteria and the effect of high temperature. ASTM, STP—520. American Soc. for Testing and Materials, 1973, p.p. 281—284.
44. Taira S., Koterazawa R. Influence of Frequency of Stress Cycles on Fatigue at Elevated Temperatures. Japan Soc. Mech. Engrs — Bul., v. 3, n. 10, May 1960, p.p. 235—241.
45. Taira S., Koterazawa R., Kaji S. Dynamic Creep and Fatigue of 18—8 Mo—Cb Steel at Elevated Temperature. Japan Soc. Mech. Engrs — Trans, vol. 27, n. 176, Apr. 1961, p.p. 396—402.
- * Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость. М., «Машиностроение», 1974, 344 с.

НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ И РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ ПРИ ХРУПКОМ СОСТОЯНИИ МАТЕРИАЛА И НА СТАДИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТРЕЩИН

1. Критерии сопротивления хрупкому и квазихрупкому разрушению

Сопротивление элементов конструкций хрупкому разрушению рассматривается на основе представлений об условиях возникновения, распространения и торможения развития трещин и сопровождающих их местных деформаций. Эти процессы в элементах, изготовленных из конструкционных металлов, протекают в упруго-пластической области, при этом относительная роль упругих и пластических деформаций существенно зависит от механических свойств металла, от температурных условий, от скорости нагружения и от вида деформированного состояния.

Описание процесса разрушения элемента конструкции с исходными трещинами основывается на условиях их распространения в зависимости от напряжений и деформаций, а также механических свойств металла. Существование начальных трещин тех или иных размеров связано с несовершенством структуры металла, с дефектами, возникающими при изготовлении, в частности при сварке; с повреждениями, возникающими при работе, в том числе усталостными и коррозионными.

Условия распространения сквозной трещины эллиптической формы длиной l в поле плоского равномерного растяжения пластинки напряжениями σ_k формулируются на основании рассмотрения изменения энергии напряженного состояния (приходяще-

ея на единицу толщины) $\frac{\pi \sigma_k^2 l}{E}$ и изменения энергии (так же на единицу толщины) на образование свободной поверхности прорастающей трещины 4γ [46, 54]. В металлах распростране-

ние трещины связано с образованием пластических деформаций. Энергия, расходуемая на пластическую деформацию γ_p , существенно превышает энергию упругих деформаций, поэтому последнюю можно не учитывать.

Из этих условий напряжение σ_k , при котором будет распространяться трещина,

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{2E\gamma_p}{\pi l}}. \quad (5.1)$$

Величина энергии пластических деформаций приближенно оценивается как работа статического растяжения гладкого образца до достижения предела прочности σ_b и соответствующего удлинения ϵ_b ; толщина слоя по нормали к поверхности трещины, на которую распространяется пластическая деформация, обозначена Δ [23]. Эту работу приближенно можно определить по формуле:

$$\gamma_p = \frac{2}{3} \sigma_b \epsilon_p \Delta.$$

Величина Δ определяется металлофизическими измерениями, в том числе рентгено-структурными, и равна для малоуглеродистых и низколегированных сталей 0,1—0,5 мм.

В выражении (5.1) величина $\sigma \sqrt{\pi l} = K_I$ представляет собой коэффициент интенсивности напряжений при плоской деформации [26], что вытекает из анализа напряженного состояния у края трещины, выполненного методами функций комплексного переменного [22]. Для пластинки, растянутой напряжениями σ , с трещиной длиной $2l$, этот анализ приводит к выражению для нормального напряжения в поперечном сечении в окрестности трещины

$$\sigma_y = \sigma \frac{x}{\sqrt{x^2 - l^2}} = \sigma \frac{l+r}{\sqrt{2lr + r^2}}, \quad (5.2)$$

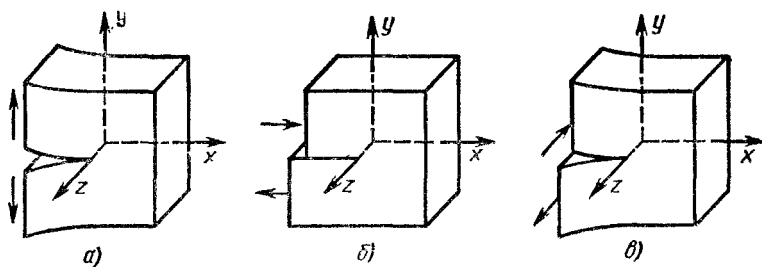


Рис. 1. Случаи распространения трещины в зависимости от типа нагружения

где x — координата поперечного сечения, отсчитываемая от середины трещины; $r = x - l$. У края трещины при $x \rightarrow l$ и $r \rightarrow 0$ напряжения неограниченно возрастают, но величина $K = \sigma \sqrt{2\pi r}$ стремится к значению $K = \sigma \sqrt{\pi l}$.

Согласно зависимости (5.1) это значение в условиях распространения трещины для плоского деформированного состояния должно достигать критической величины $K_{Ic} = \sqrt{2E\gamma_p}$. Эта величина характеризует сопротивление материала разрушению в зоне распространения трещины и рассматривается как вязкость разрушения. Конечность кривизны на конце трещины и малое ее влияние на распределение напряжений уже на расстояниях от ее края 0,25—0,5 радиуса кривизны, составляющего доли миллиметра, позволяет использовать упругие решения для большей части поля напряженного и деформированного состояния. В соответствующих выражениях для напряжений коэффициент интенсивности является множителем. Поля напряжений и значения K определяются основными типами деформированных состояний, представленными на рис. 1, при которых развивается трещина.

Для трещин, развивающихся в пластинах весьма больших (неограниченных) размеров, в условиях растяжения (рис. 1, а),

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l}. \quad (5.3a)$$

Для трещин, развивающихся в таких же пластинах от сдвига в плоскости,

перпендикулярной поверхности трещины (рис. 1, б),

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi l}. \quad (5.3б)$$

Для трещин, развивающихся от сдвига в плоскости трещины (рис. 1, в),

$$K_{III} = \tau \sqrt{\pi l}. \quad (5.3в)$$

При переходе к пластинам ограниченных размеров при других видах нагружения и других формах трещин в выражения (5.3) вводят поправочные функции f_{Ik} ; f_{IIk} ; f_{IIIk} . Их значения, полученные на основании решения соответствующих краевых задач, систематизированы по различным литературным источникам и для ряда случаев приведены в табл. 1 [18]. Соответствующие схемы представлены на рис. 2.

Силовым критерием условий распространения трещины, т. е. разрушения детали, является, в соответствии с указанным ранее, достижение величинами K_I , K_{II} , K_{III} критических значений K_{Ic} , K_{IIc} , K_{IIIc} и величины соответствующих критических размеров трещины и напряжений определяются по зависимостям, вытекающим из равенств (5.3)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_k &= \frac{K_{Ic}}{f_{Ik} \sqrt{\pi l_k}}; \\ \tau_k &= \frac{K_{IIc}}{f_{IIk} \sqrt{\pi l_k}}; \\ \tau_k &= \frac{K_{IIIc}}{f_{IIIk} \sqrt{\pi l_k}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

Таблица 1

Виды нагружения и расположения трещин	Схема на рис. 2	Поправочная функция
Неограниченная пластина при растяжении с наклонной трещиной в середине	<i>a</i>	$f_{I\kappa} = \sin^2 \beta$
То же с односторонней трещиной	<i>б</i>	$f_{I\kappa} = 1,12$
Пластина шириной $2B$ при растяжении с поперечной трещиной посередине	<i>в</i>	$f_{I\kappa} = \sqrt{\frac{2B}{\pi l} \operatorname{tg} \frac{\pi l}{2B}}$
То же с двумя боковыми трещинами	<i>г</i>	$f_{I\kappa} = \sqrt{\frac{0,2B}{\pi l} \sin \frac{\pi l}{B}} \sqrt{\frac{2B}{\pi l} \operatorname{tg} \frac{\pi l}{2B}}$
Для пластины шириной B и толщиной H с трещиной посередине при изгибе в своей плоскости	<i>д</i>	$f_{I\kappa} = \frac{8}{3\sqrt{6}} \frac{Hl}{B^2} \sqrt{1-\mu^2}$
Для такой же пластины при чистом изгибе распределенным моментом $M_{\text{ир}}$	<i>е</i>	$f_{I\kappa} = 1 \left(\sigma = \frac{6M_{\text{ир}}}{H^2} \right)$
Для цилиндрической трубы диаметром $2R$ и толщиной H под внутренним давлением p при продольной сквозной трещине	<i>ж</i>	$f_{I\kappa} = \sqrt{1 + 1,61 \frac{l^2}{RH}}$ $\left(\sigma = \sigma_0 = \frac{pR}{H} \right)$

Условия хрупкого разрушения, как энергетические, так и деформационные, основываются на рассмотрении перемещений в окрестности трещины. В пределах упругости они характеризуются коэффициентом интенсивности напряжений K .

Для трещины типа I (рис. 1, а) перемещение по оси y для плоского напряженного состояния

$$v = \frac{K_I (1+\mu)}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(\frac{3-\mu}{1+\mu} + 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \sin \frac{\theta}{2} \quad (5.5)$$

и соответствующее напряжение

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3}{2} \theta \right) \cos \frac{\theta}{2} \quad (5.6)$$

Энергию, необходимую для прорастания трещины на единицу поверхности, обозначим G_I . Она определяется из условия равенства изменения энергии упругих деформаций и энергии, необходимой для прорастания трещины на величину dl (на обоих концах трещины при толщине, равной единице)

$$G_I 2dl = \int_0^{dl} 2v \sigma_y dr.$$

Подстановка в это выражение зависимостей (5.5), (5.6) при $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $\theta = 0$

приводит к соотношению $G_I = \frac{K_I^2}{E}$.

Для плоской деформации

$$G_I = \frac{K_I^2 (1-\mu^2)}{E}.$$

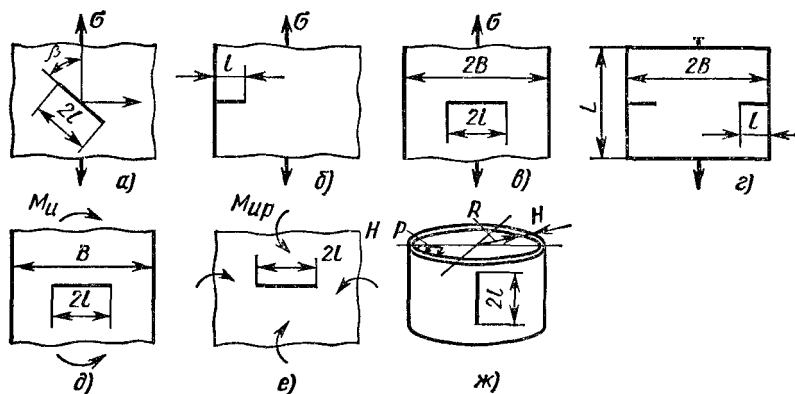


Рис. 2. Схемы расположения трещин и нагружения элементов

Условия для нестабильного развития трещины в растянутой пластине большой ширины имеет вид:

$$G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E} = 2\gamma_c = \frac{\sigma_c^2 \pi l}{E}, \quad (5.7)$$

где γ_c — критическое значение энергии деформации, необходимой для образования свободной поверхности трещины, при преобладающем влиянии пластических деформаций.

При рассмотрении других краевых условий и условий нагружения в выражение (5.7) вводят поправочные функции.

Упруго-пластическое распределение напряжений в окрестности трещины является основой деформационных критериев хрупкого разрушения. Ранее приведенное выражение для коэффициента интенсивности напряжений через координату точки сечения $r = x - l$, отсчитываемую от края трещины, $K = \sigma_r \sqrt{2\pi l}$ позволяет приблизительно определить протяженность пластической зоны r_T на продолжении трещины. Для напряженного состояния, характеризуемого коэффициентом интенсивности напряжений K , при $\sigma_y \rightarrow \sigma_T$ найдем для пластинки неограниченной ширины:

$$r_T = \frac{K^2}{2\pi\sigma_T^2},$$

или, принимая во внимание, что

$$K = \sigma \sqrt{\pi l}, \quad r_T = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2 l. \quad (5.8)$$

Введение поправки на конечность ширины приводит к выражению

$$r_T = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2 l f_{Ik}^2.$$

Влияние пластических деформаций на увеличение перемещений у конца трещины в направлении растягивающих напряжений выражается увеличением длины трещины на протяженность пластической зоны

$$l_T = l \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2 \right]. \quad (5.9)$$

Исходя из величины l_T определяются K_{Ic} , а по нему из уравнения (5.5) перемещение v при $r = r_T$ и $\theta = \pi$ у конца трещины. Удвоенная величина v равна раскрытию трещины δ при плоском напряженном состоянии:

$$\delta = 2v_{r=r_T} = 2(1 - \mu) \times \frac{\sigma}{\sigma_T} \frac{\sigma}{E} l \sqrt{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2}. \quad (5.10)$$

Для хрупкого разрушения, которому свойственно $\sigma < \sigma_T$, приблизительно

$$\delta = \frac{\sigma}{\sigma_T} \frac{\sigma}{E} \pi l. \quad (5.11)$$

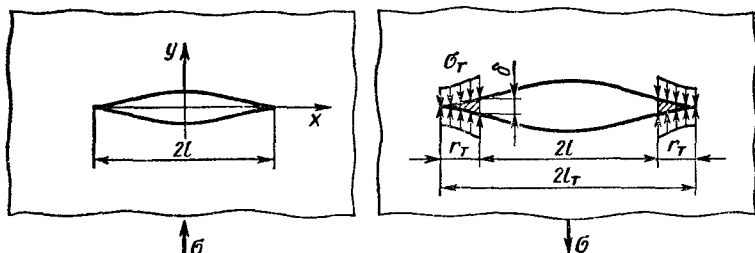


Рис. 3. Модель трещины с клиновидной пластической зоной на ее концах

Эти выражения для δ при $\sigma < 0,8 \sigma_T$ подтверждаются экспериментально.

Для плоского деформированного состояния перемещения v и δ меньше, а протяженность пластической зоны снижается в несколько раз.

Значения r_T и δ , определяемые равенствами (5.8) и (5.10), являются приближенными в неконсервативную сторону; это следует из более точного решения на основе модели Панасюка — Дагдейла [25, 44], представленной на рис. 3. Под нагрузкой в пластине, имеющей исходную трещину протяженностью $2l$, в концах образуются участки пластической деформации протяженностью r_T , в пределах которых напряжения равны пределу текучести $\sigma = \sigma_T$. Сопоставляя решения, полученные методом функции комплексного переменного для пластины, равномерно растянутой напряжениями σ , с трещиной протяженностью $2l_T$, и для той же пластины с такой же трещиной, нагруженной по своей поверхности на участках r_T напряжениями σ_T , можно получить более точные значения

$$r_T = l \left(\sec \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_T} - 1 \right) \quad (5.12)$$

и

$$\delta = 2v_{x=l} = \frac{8 \sigma_T l}{\pi E} \ln \sec \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_T}, \quad (5.13)$$

а также распределение напряжений в части сечения, остающейся в упругом состоянии. Размер пластических зон согласно выражению (5.12) получается в полтора раза больше, чем по выражению (5.9) уже при номинальных напряжениях $\sigma = 0,5 \sigma_T$, также больше получается и раскрытие трещины.

Форма зон пластической деформации, полученная численным решением соответствующих краевых задач для весьма глубокой односторонней трещины в поле равномерного растяжения, показана на рис. 4, где приведены изолинии равных касательных деформаций, отнесенных к деформации при пределе текучести γ/γ_T [24, 36, 59]. На рис. 4, а даны изолинии при плоском напряженном состоянии для идеально-пластичного металла (модуль упрочнения $m = 0$), на рис. 4, б для плоской деформации для такого же металла, на рис. 4, в для упрочняющего металла. В последних двух случаях, при большем стеснении пластической деформации, области равных пластических деформаций вытягиваются в направлении растягивающих напряжений основного поля, в то время как для плоского напряженного состояния и при отсутствии упрочнения эти области вытянуты в направлении продолжения трещины.

Изложенные данные оправдывают упрощенные модели упруго-пластических состояний тел с трещинами, используемые при установлении деформационных критериев хрупкого разрушения, в тех случаях, когда области пластических состояний металла на конце трещины перед разрушением остаются незначительными, что свойственно более интенсивно упрочняющимся металлам и более хрупким их состояниям при пониженной температуре и высокой скорости деформирования.

Для установления зависимости между критическими величинами номинальных напряжений растяжения σ_K и соответствующим раскрытием трещины δ_K для хрупких разрушений при

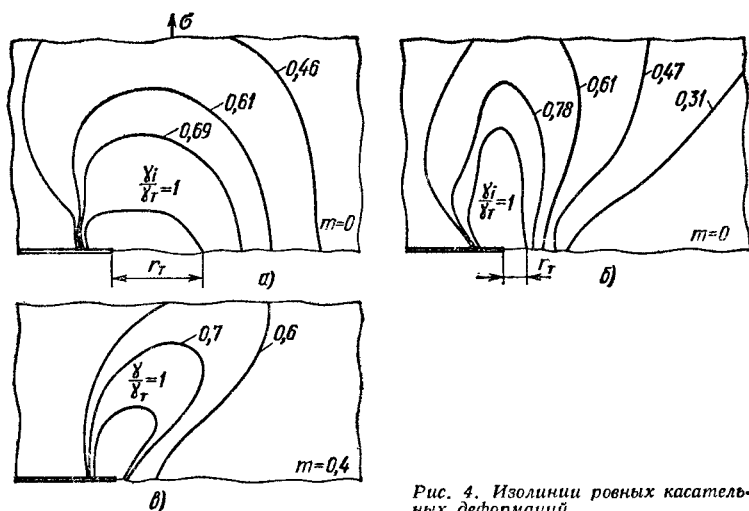


Рис. 4. Изолинии равных касательных деформаций

значениях $\sigma_k < 0,8\sigma_T$ в работах [62, 63] предлагается использовать приближенное выражение (5.11), согласно которому

$$\delta_k = \frac{\sigma_k^2}{\sigma_T E} \pi l_k = \frac{K_{Ic}^2}{\sigma_T E} = \frac{G_{Ic}}{\sigma_T}, \quad (5.14)$$

так как из уравнения (5.7)

$$K_{Ic}^2 = \sigma_T^2 \pi l;$$

$$G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E}.$$

Для хрупких разрушений при значениях σ_k , приближающихся к пределу текучести σ_T , предлагается ис-

$$= \frac{8\sigma_T l_k}{\pi E} \ln \sec \frac{K_{Ic}}{2\sigma_T} \sqrt{\frac{\pi}{l_k}}. \quad (5.15)$$

Значения δ_k по уравнениям (5.14) и (5.15) сближаются в области низких значений разрушающих напряжений ($\sigma_k \leq 0,5\sigma_T$).

При использовании результатов определения δ_k на пластинах ограниченной ширины с отношением длины трещины к ширине $\frac{l}{B} \geq \frac{1}{3}$, а также при плоском напряженном состоянии в уравнения (5.14) и (5.15) вводятся поправочные функции f_{Ik} (см. табл. 1)

$$\delta_k = \frac{G_{Ic}}{\sigma_T} (1 - \mu^2) \frac{2B}{\pi l} \operatorname{tg} \frac{\pi l}{2B}, \quad (5.14a)$$

$$\delta_k = \frac{8\sigma_T l}{\pi E} \ln \sec \left[\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{G_{Ic}}{\sigma_T} \frac{E}{\sigma_T (1 - \mu^2) 2B \operatorname{tg} \frac{\pi l}{2B}}} \right]. \quad (5.15a)$$

пользовать более точное решение (5.13) с учетом влияния пластической зоны на продвижение трещины на основе модели Панасюка — Дагдейла

$$\delta_k = \frac{8\sigma_T l_k}{\pi E} \ln \sec \frac{\pi \sigma_k}{2\sigma_T} =$$

Сопоставление с результатами, полученными численными способами [59], показывает, что при $\sigma_k > 0,5\sigma_T$ по уравнению (5.15a) получаются все более высокие значения, чем по уравнению (5.14a), причем неравенство усиливается при $\sigma_k \rightarrow \sigma_T$.

Кроме того, при этом увеличивается раскрытие трещины в ее середине и около края (на расстоянии 0,025 от длины трещины $2l$).

В качестве деформационного критерия хрупкого разрушения можно использовать протяженность пластической зоны [13, 56], приближенно определяемую по уравнению (5.8) с учетом равенства (5.14) для растянутой пластины большой ширины с поперечной трещиной

$$r_{TK} = \frac{K_{Ic}}{2\pi\sigma_T^2} = \frac{EG_{Ic}}{2\pi\sigma_T^2} = \frac{\delta_k E}{2\pi\sigma_T} = \frac{\sigma_k^2 l}{2\sigma_T^2} \quad (5.16)$$

Для других краевых условий вводятся поправочные функции.

Введение в это выражение более точного значения δ_k по уравнению (5.15) позволяет уточнить величину r_{TK} при малых длинах исходных трещин (или дефектов) l .

Уравнения (5.4), (5.7), (5.14) и (5.16) позволяют вычислять критическое напряжение σ_k при данных размерах трещины или дефекта l .

Характеристиками материала, определяющими условия нестабильного развития трещин, согласно перечисленным критериям, являются значения предельных коэффициентов интенсивности напряжений K_{Ic} , K_{IIc} , K_{IIIc} , предельных удельных энергий G_{Ic} , G_{IIc} , G_{IIIc} (необходимых для образования единицы поверхности трещины), критических раскрытий трещин δ_k , критических протяженностей пластической зоны r_{TK} .

Эти величины характеризуют сопротивление металла нестабильному распространению трещины хрупкого разрушения; они зависят от температуры и скорости деформирования и определяются экспериментально (см. ниже раздел 2).

Развитие трещин до образования критических состояний может протекать стабильно в процессе возрастания нагрузки. Соответствующие условия равновесия элементов с постепенно прорастающими трещинами вытекают из энергетических представлений [10, 19, 20, 21, 33]. Для тонкой пластины с трещиной, растягиваемой напряжени-

ями σ , длина трещины l_σ , полученная из уравнения баланса энергий, составляет [33]:

$$l_\sigma = l_0 \frac{\pi^3}{6} \left(\frac{\sigma_k}{\sigma_T} \right)^2 \ln \left\{ \left(\frac{\sigma}{\sigma_k} \right)^2 \frac{l_\sigma}{l_k} + 1 + \ln \left[1 - \frac{\sigma}{\sigma_n} \frac{l_\sigma}{l_k} \right] \right\}, \quad (5.17)$$

где σ_k и l_k — критические напряжения и длина трещины; l_0 — первоначальная длина трещины до нагружения.

Выражение (5.17) описывает квазистатический рост трещины l_σ в зависимости от σ , ускоряющийся по мере приближения σ к σ_k и l_σ к l_k . Параметром этой зависимости является длина исходной трещины l_0 . На рис. 5 представлено семейство кривых, связывающих l_σ/l_k с σ/σ_T для разных длин исходных трещин ($l_{0,1}$; $l_{0,2}$, ...). Эти кривые рассматриваются как диаграммы квазистатического разрушения, которые заканчиваются достижением нестабильных состояний быстро протекающего хрупкого разрушения, когда $\sigma \rightarrow \sigma_k$ и $l \rightarrow l_k$.

Докритическое квазистатическое прорастание исходной трещины, как показывают опытные данные работы [6], наступает лишь при достижении напряжениями σ значения σ_0 , при котором начинается прорастание трещин. Это напряжение, так же как и σ_k , зависит от глубины трещины; соответствующая кривая квазистатического инициирования трещины нанесена на рис. 5 (штриховая линия).

Использование приведенных представлений и характеристик механики разрушения ограничивается условием малости зон пластических деформаций r_T по сравнению с размерами трещин и дефектов, а тем более с размерами сечений конструктивных элементов. При этом разрушение происходит при напряжениях, меньших предела текучести материала.

Характеристика сопротивления разрушению существенно зависит от температуры, так как с ней связаны физико-механические свойства пластичности металлов, определяющие особенности структурного и субструктурного механизма пластической де-

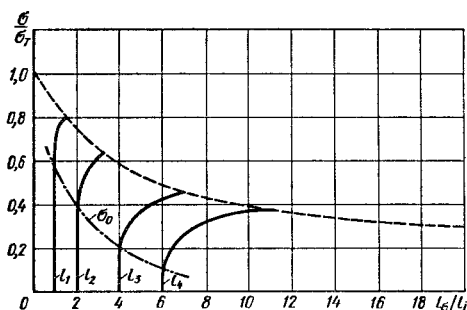


Рис. 5. Диаграммы квазистатического разрушения и предельная кривая хрупкого разрушения

формации [31]. Понижение температуры способствует образованию хрупких состояний, что особенно сильно выражено для конструкционных металлов на железной основе. Графики температурных зависимостей механических свойств в этом случае представлены на рис. 6. На рис. 6, а даны зависимости предела прочности σ_B , предела текучести σ_T , сужения поперечного сечения ψ и доли вязкой части излома в месте разрушения F_B при статическом испытании. Эта последняя фактографическая характеристика чувствительна к переходу

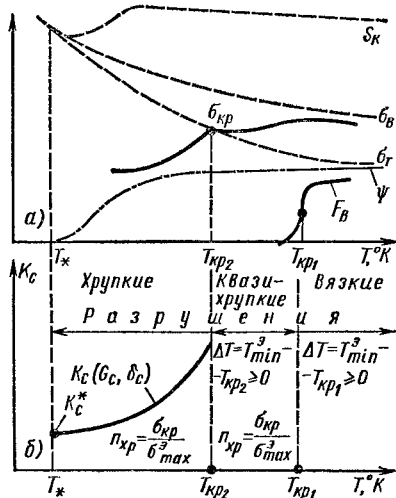


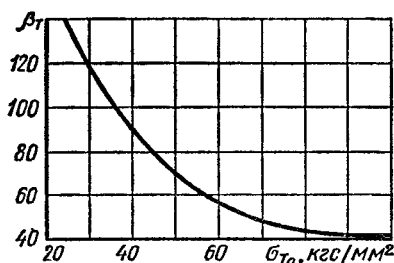
Рис. 6. Схема температурных зависимостей механических свойств

от разрушений вязких, сопровождающихся значительными общими пластическими деформациями в месте излома, к разрушениям квазихрупким, сопровождающимся в основном лишь местными пластическими деформациями. Соответствующая критическая температура ($T_{кр}$) принимается за первую критическую температуру. Она соответствует падению вязкой доли излома до 50% и менее. В области температур, которой свойственны квазихрупкие разрушения, величины предельных напряжений по мере уменьшения

температуры снижается, а сопровождающие разрушение местные пластические деформации существенно уменьшаются. При достижении второй критической температуры ($T_{кр}$)₂ разрушающие напряжения σ_K уменьшаются до уровня предела текучести, а при дальнейшем снижении температуры это уменьшение становится более резким. При температуре T_* , принимаемой за критическую температуру при хрупком состоянии металла [5], предел текучести, предел прочности и истинное сопротивление разрыву S_K сближаются, разрушение происходит без существенных макродеформаций ($\psi \rightarrow 0$; хрупкое разрушение). Области температур между ($T_{кр}$)₂ и T_* соответствуют хрупким разрушениям, возникающие при напряжениях $\sigma_K < \sigma_T$. В этой области разрушения описываются закономерностями линейной механики разрушения, основные понятия которой описаны выше. Предельные значения коэффициентов интенсивности напряжений K_{Ic} и вместе с ними и удельных энергий, необходимых для разрушения (прорастания трещин), G_{Ic} и раскрытий трещин δ_K уменьшаются с понижением температуры, достигая минимальных значений K_{I*} ; G_{I*} при $T = T_*$, как показано на нижней схеме рис. 6, б.

Температурные зависимости предела текучести и предела прочности описываются экспонентами [28, 29]:

$$\begin{aligned} \sigma_T &= \sigma_{T_0} \exp \left[\beta_T \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]; \\ \sigma_B &= \sigma_{B_0} \exp \left[\beta_B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right], \end{aligned} \quad (5.18)$$

Рис. 7. Зависимость β_T (σ_T)₀

где T_0 — нормальная температура (в градусах Кельвина); β_T и β_B — коэффициенты, зависящие от свойств металла; σ_{T_0} и σ_{B_0} — предел текучести и предел прочности при нормальной температуре.

Зависимость величины β_T от предела текучести представлена на рис. 7 [18]. Эта зависимость свидетельствует о повышенной чувствительности предела текучести мягких и пластичных сталей к температуре.

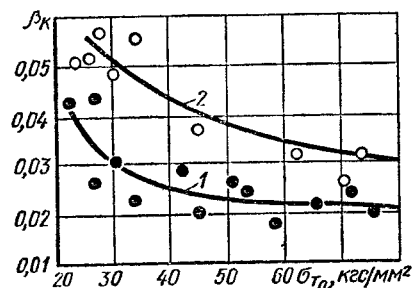
Из равенств (5.18) определяется величина T_* (из условия $\sigma_T = S_{k_0}$):

$$T_* = \left[\frac{1}{T_0} + \frac{\lg (s_{k_0}/\sigma_{T_0})}{0,43\beta_T} \right]^{-1} \quad (5.19)$$

Зависимость K_{Ic} от температуры также описывается экспонентой

$$K_{Ic} = A_{кр} \exp [-\beta_k (T_{кр2} - T)]. \quad (5.20)$$

Величина β_k зависит от предела текучести (см. рис. 8) [18, 29]. Эта зависимость так же указывает

Рис. 8. Зависимость β_k (σ_T)₀

1 — по возникновению трещины; 2 — по остановке трещины

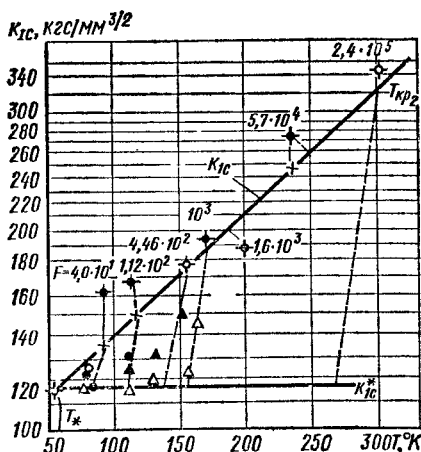


Рис. 9. Температурная зависимость критических значений коэффициентов интенсивности напряжений по параметру напряженных объемов для стали 22К

на повышенную чувствительность к температуре малоуглеродистых сталей.

Критическая температура $T_{кр2}$ зависит от абсолютных размеров напряженных объемов материала (абсолютных размеров), от условий инициирования разрушения (статическое, импульсное), от старения материала, от накопленного циклического повреждения и других факторов [18, 28].

Повышение $(T_{кр2})_2$ с ростом величины напряженных объемов материала отражается на температурных зависимостях K_{Ic} (рис. 9). Значения $\bar{K}_{Ic}$ в полулогарифмических координатах соответствуют температуре $T = T_{кр2}$, зависящей от напряженных объемов. Числовые значения величины K_{Ic} с понижением температуры уменьшаются согласно зависимости

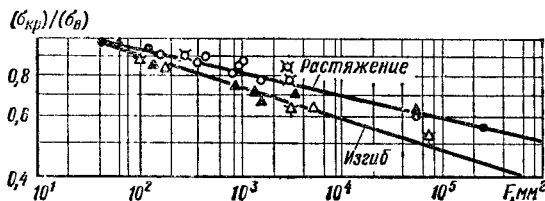
$$K_{Ic} = \bar{K}_{Ic} \exp [-\beta_k (T_{кр2} - T)]. \quad (5.21)$$

и достигают минимального значения $(K_{Ic})_*$ при температуре хрупкого состояния металла T_* , также зависящей от величины напряженных объемов.

Зависимость $\bar{K}_{Ic}$ от температуры выражается экспонентой

$$\bar{K}_{Ic} = (K_{Ic})_* \exp [-\beta_k (T_{кр2} - T)], \quad (5.22)$$

Рис. 10. Зависимость критических напряжений при квазихрупком разрушении от площади сечения для малоуглеродистых и низколегированных сталей



где $\bar{\beta}_K$ — характеристика чувствительности K_{Ic} к критической температуре $T_{кр2}$ и, следовательно, к величине напряженных объемов.

Представленные зависимости K_{Ic} от температуры и величины напряженных объемов позволяют по выражениям (5.4) определить критическую величину напряжений $\sigma_{кр}$, для которой наступит быстро протекающее хрупкое разрушение при наличии исходной трещины (дефекта) размером l_0 .

В области между первой и второй критическими температурами возникают квазихрупкие состояния, для которых разрушающее напряжение $\sigma_{кр}$ зависит от предела текучести σ_T при температуре испытаний.

В работе [29] предлагается следующее выражение для $\sigma_{кр}$ (по нетто сечению):

$$\sigma_{кр} = \sigma_T \exp \left[\beta_{\sigma} \frac{T - T_{кр2}}{T_{кр1} - T_{кр2}} \right]. \quad (5.23)$$

Величина коэффициента β_{σ} определяется при $T = T_{кр1}$ $\sigma_{кр} = (\sigma_{кр})_1$ по уравнению

$$\beta_{\sigma} = \ln \frac{(\sigma_{кр})_1}{\sigma_T}.$$

При этом напряжение $\sigma_{кр}$ определяется по нетто сечению образцов с трещинами.

На величину разрушающих напряжений в квазихрупком состоянии оказывает влияние величина напряженных объемов [1, 2, 9, 16, 29, 45, 50]. На рис. 10 в логарифмических координатах представлены зависимости разрушающих напряжений при $T = T_{кр1}$, отнесенных к пределу прочности (на стандартных образцах), от площади поперечного сечения. Эта

зависимость имеет степенной характер [18, 29]

$$(\sigma_{кр})_1 = (\sigma_v)_1 \left(\frac{F_s}{F} \right)^{m_F}. \quad (5.24)$$

где $(\sigma_v)_1$ — предел прочности стандартного образца; F_s — площадь сечения стандартного образца; $m_F = 0,07$ при растяжении; $m_F = 0,09$ при изгибе.

На величину разрушающих напряжений $(\sigma_{кр})_1$ оказывают влияние и исходные трещины (дефекты), инициирующие разрушение [7, 43, 48, 60].

На рис. 11, а в логарифмических координатах показаны зависимости критических напряжений $(\sigma_{кр})_1$, отнесенных к пределу прочности (на стандартном образце), от длины трещины при растяжении; на рис. 11, б — при изгибе. Эта зависимость носит степенной характер [18, 29]

$$(\sigma_{кр})_1 = (\sigma_v)_1 \left(\frac{l_s}{l} \right)^{m_l} f(l), \quad (5.25)$$

где l_s — допускаемая трещина (дефект) по требованиям дефектоскопического контроля ($l_1 > 0,1$ мм); m_l — показатель степени, зависящий от предела прочности; $(\sigma_v)_1$ — предел прочности в вязком состоянии при $T = T_{кр1}$ (на стандартном образце); $f(l)$ — поправочная функция, учитывающая ограниченность ширины пластины или диаметра стержня.

Зависимость m_l от $(\sigma_v)_1$ для растяжения и изгиба представлена на рис. 12.

Выражения поправочных функций $f(l)$ даны в работах [18, 29], для некоторых простых случаев эти функции имеют вид:

а) для пластины шириной $2B$ с центральной (поперечной) трещиной длиной $2l$ при растяжении

$$f(l) = \left[1 + 0,41 \left(\frac{l}{B} \right)^2 + 0,48 \left(\frac{l}{B} \right)^4 \right]^{-1}; \quad (5.26)$$

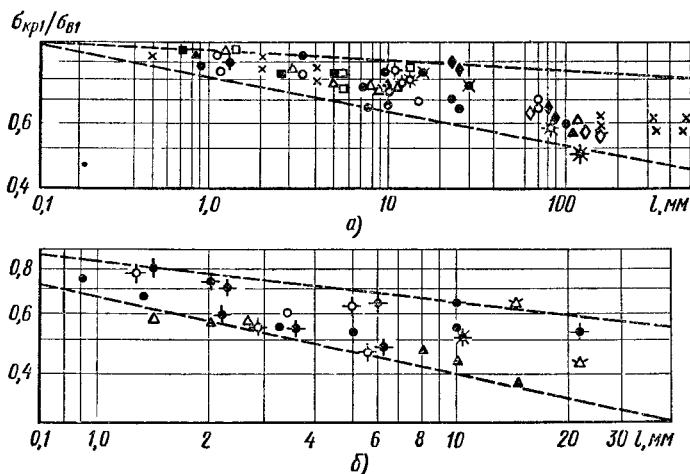


Рис. 11. Зависимость критических напряжений при квазихрупких разрушениях от длины исходных трещин:

а — при растяжении пластины и нагружении тонкостенных сосудов внутренним давлением; б — при изгибе

б) для пластины с трещинами на кромках

$$f(l) = \left[1 + 0,41 \left(\frac{l}{B} \right)^2 + 0,34 \left(\frac{l}{B} \right)^4 \right]^{-1}; \quad (5.27)$$

в) для пластины толщиной H с сквозной трещиной глубиной l при растяжении

$$f(l) = \left[\frac{1,11 + 5 \left(\frac{l}{H} \right)^4}{1 - l/H} \right]^{-1}. \quad (5.28)$$

Как следует из схемы, приведенной на рис. 6, оценка сопротивления статическому разрушению может осуществляться в трех основных состояниях: вязком, квазихрупком и хрупком. Главным фактором, определяющим состояние материала, является температура эксплуатации или испытания.

Критические температуры перехода из одного состояния в другое для элементов конструкций $(T_{кр1})_к$ и $(T_{кр2})_к$ определяются по данным измерения на образцах величин $T_{кр1}$, $T_{кр2}$ с учетом их смещений $\Delta T_{кр1}$

и $\Delta T_{кр2}$ под влиянием конструктивных и технологических факторов [18, 28]:

$$\left. \begin{aligned} (T_{кр1})_к &= T_{кр1} + \Delta T_{кр1}; \\ (T_{кр2})_к &= T_{кр2} + \Delta T_{кр2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.29)$$

На рис. 13 представлены графики зависимостей $\Delta t_{кр1} = \Delta T_{кр1}$ и $\Delta t_{кр2} = \Delta T_{кр2}$ от площади поперечного сечения для малоуглеродистых и низколегированных сталей. Смещение $\Delta t_{кр2}$ с ростом площади увеличивается быстрее, чем смещение $\Delta t_{кр1}$, и интер-

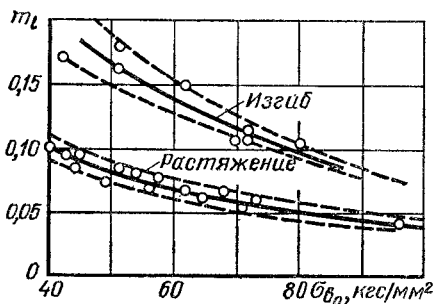


Рис. 12. Зависимость показателя m_l от предела прочности

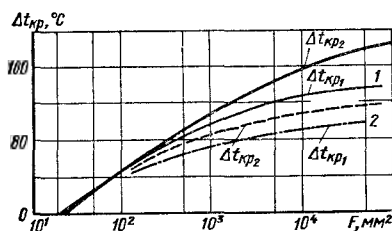


Рис. 13. Зависимость сдвига критических температур от площади поперечного сечения:

1 — при статическом растяжении; 2 — при статическом изгибе

вал между ними уменьшается, вследствие чего переход от квазихрупкого к хрупкому состоянию с увеличением размеров сечений ускоряется. Этому эффекту способствуют растягивающие остаточные напряжения в местах расположения сварных швов, а также дефекты сварки типа непроваров [8]. Дополнительные сдвиги вторых критических температур от каждого фактора достигают для малоуглеродистых сталей 20°C. Деформационное старение после пластической деформации является причиной существенного увеличения $\Delta t_{кр2}$, которое при сочетании предварительных деформаций 4—5% и температуры старения 200—250°C достигает 80°C [7, 28].

Таким образом, температурный критерий позволяет установить, какой тип сопротивления статическому разрушению должен быть принят при расчете, а силовые, энергетические и деформационные критерии разрушения позволяют определить соответствующие критические величины напряжений, с которыми следует сопоставить действующие напряжения, чтобы оценить запас прочности.

2. Экспериментальное определение характеристик сопротивления материалов и элементов конструкций хрупкому разрушению

Определение характеристик сопротивления квазистатическому разрушению осуществляется путем испытания на растяжение плоских образцов с началь-

ной трещиной и измерения ее приращения с ростом растягивающего усилия, вплоть до начала ее быстрого роста при достижении трещиной критической длины [6]. Измерение длины трещины в процессе испытаний производится с помощью датчиков, регистрирующих положение конца трещины на основе измерения вихревых токов, киностемки, а также косвенно путем измерения изменения электросопротивления [30]. Определение критической длины трещины l_k путем ее измерения в момент перехода к неустойчивому состоянию позволяет получить зависимость между критической величиной напряжения σ_k и длиной трещины l_k , эта зависимость показана на рис. 5 (штриховая линия).

Как следует из выражения (5.4) для случая растяжения, критическая величина коэффициента интенсивности напряжений K_{Ic} составляет

$$K_{Ic}^2 = f_{Ic}^2 \sigma_k^2 \pi l_k. \quad (5.30)$$

Таким образом, по экспериментальной кривой $\sigma_k - l_k$, полученной на образцах, которым свойственна определенная величина f_{Ic} , согласно табл. 1, устанавливается экспериментально значение характеристики K_{Ic} , определяющей условия быстрого распространения трещины под статической нагрузкой.

Согласно зависимости (5.7) энергия G_{Ic} , приходящаяся на единицу поверхности распространяющейся трещины, определяется по формуле

$$G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E}.$$

Эта величина может определяться непосредственно экспериментально через работу внешних сил при растяжении образца с трещиной.

При квазистатическом прорастании трещины длиной l приращение работы внешних сил, приходящееся на единицу ее длины,

$$G_I = \frac{dA}{dl}.$$

Работа внешних сил P при упругом (или почти упругом) растяжении

образца с трещиной

$$A = \frac{1}{2} \Delta l P = \frac{P^2}{2} C,$$

где Δl — удлинение образца; $C = \frac{P}{\Delta l}$ — жесткость образца, экспериментально определяемая в зависимости от глубины трещины l .

Из приведенных выше выражений G_I и Δ следует

$$G_I = \frac{1}{2} P^2 \frac{dC}{dl}. \quad (5.31)$$

В процессе статического растяжения величина P растет, $\frac{dC}{dl}$ уменьшается.

При наступлении неустойчивого состояния трещины, когда ее глубина достигает критического значения l_k и нагрузка составляет P_k , величина G_I является критической

$$G_{Ic} = \frac{1}{2} P_k^2 \left(\frac{dC}{dl} \right)_{l=l_k}, \quad (5.32)$$

где $\left(\frac{dC}{dl} \right)_{l=l_k}$ определяется по экспериментально полученной диаграмме C в зависимости от l .

Для материалов в хрупком состоянии переход исходной трещины (дефекта) в неустойчивое состояние происходит без выраженного докритического роста и в этом случае величина

$$G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E} = f_I^2 \sigma_k^2 l_k \pi \frac{1}{E} \quad (5.33)$$

определяется по экспериментально устанавливаемым значениям σ_k при глубине трещины l_k . Эта величина может быть принята равной l_{tk} , если ввести поправку на влияние пластической зоны у концов трещины согласно выражению (5.9). Необходимость введения такой поправки возникает для пластичных малоуглеродистых и низколегированных сталей в области второй критической температуры.

В соответствии с ранее приведенным выражением (5.7), между энергиями G_{Ic} и энергией на образование единицы

свободной поверхности трещины γ_{rc} существует зависимость

$$G_{Ic} = 2\gamma_{rc} = \sigma_k^2 \frac{\pi l_k}{E}.$$

Величина γ_{rc} (см. выше раздел 1) может быть определена в случае статического развития трещины как работа пластического деформирования, найденная по диаграмме растяжения в предположении, что пластическая деформация распространяется равномерно в слое толщиной Δ .

На величину энергии, необходимой для прорастания трещины, влияет скорость распространения трещины, от которой, в свою очередь, зависят и скорости деформирования. Это влияние характеризуется следующей зависимостью γ_{rc} от отношения скорости распространения трещины v к скорости распространения упругой деформации в металле C [23]:

$$(\gamma_{rc})_v = \frac{1}{1 + m_v \left(\frac{v}{C} \right)^2}. \quad (5.34)$$

Величина m_v для малоуглеродистых и низколегированных сталей находится в пределах от 70 до 140. В соответствии с этой зависимостью энергия $(\gamma_{rc})_v$, а следовательно, и величина напряжения, необходимая для развития трещины, уменьшается с увеличением скорости ее распространения. Если эти скорости достигают значений 1000—1500 м/с, то величина $(\gamma_{rc})_v$ уменьшается на порядок и более, а значения напряжений, необходимых для динамического развития трещины, уменьшаются до 1/4 от значений, необходимых для статического развития трещины. С этим связано пониженное сопротивление хрупкому разрушению элементов конструкций при динамическом нагружении.

Величина $\gamma_{rc} = \frac{G_{Ic}}{2}$, характеризующая сопротивление материала развитию трещин, зависит от температуры согласно следующей экспоненциальной зависимости:

$$(\gamma_{rc})_T = \frac{(\gamma_{rc})_{T_0}}{\exp \left[B \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]}, \quad (5.35)$$

где T_0 — температура, при которой определяется исходное значение $(\gamma_{pc})_{T_0}$; T — температура, для которой определяется $(\gamma_{pc})_T$; B — постоянная материала.

Температурная зависимость γ_{pc} используется в методе Робертсона для определения значений γ_{pc} и других характеристик сопротивления хрупкому разрушению по критерию остановки распространяющейся трещины [57]. По этому методу в статически растянутой пластине напряжением σ_k трещина инициируется односторонним надрезом, который расклинивается ударом (рис. 14). Пластина по ширине неравномерно нагрета (в области надреза она охлаждена), возникшая от надреза трещина, встречая в более теплой части повышенное сопротивление своему развитию, останавливается в месте, где температура t_k , напряжение σ_k и длина трещины $(l_k)_{ост.}$. По величинам σ_k и $(l_k)_{ост.}$ по выражению (5.7) определяется $(\gamma_{pc})_{ост.}$, а по нему характеристики G_{1c} и K_{1c} для температуры t_k . Их значения существенно меньше тех, которые необходимы для статического инициирования быстро прорастающей трещины хрупкого разрушения. Разница оказывается тем больше, чем выше температура. Остановка трещины получается при разных температурах t_k в зависимости от величины

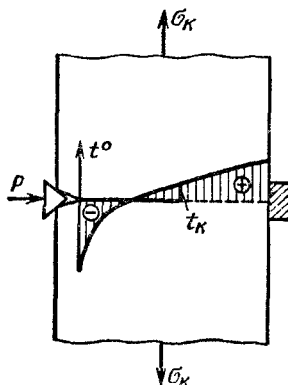


Рис. 14. Схема определения характеристик хрупкого разрушения по критерию остановки трещины в неравномерно нагретой пластине

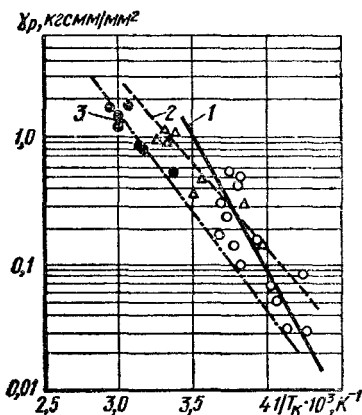


Рис. 15. Температурные зависимости γ_r от $(1/T_k)$:

1 — в исходном состоянии; 2 — при наклепе 5%, 3 — при наклепе 10%

напряжений σ_k ; таким образом устанавливается температурная зависимость $(\gamma_{pc})_{ост.}$ Для малоуглеродистой стали ($\sigma_B = 49$ кгс/мм²) на пластинах сечением 480×20 мм такие температурные зависимости были определены указанным способом [58]. Результаты, представленные в полулогарифмических координатах на рис. 15, подтверждают зависимость (5.35) при значениях $\sigma_k \leq 0,9 \sigma_T$.

Определение характеристики γ_{pc} и других вытекающих из нее характеристик осуществляется по схеме, изложенной ранее, т. е. на стадии статического или динамического инициирования трещины, на стадии распространения и на стадии остановки трещины.

Эти определения делаются обычно путем испытания плоских образцов на растяжение и на изгиб. Форма образцов представлена на рис. 16. Протяженность исходных трещин, получаемых как усталостные в результате предварительного циклического нагружения или путем тонких пропилов составляет приблизительно $1/3$ ширины образца. Для определения характеристик при плоском напряженном состоянии используют образцы, толщина которых составляет $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{40}$ от ширины. Для таких же испытаний

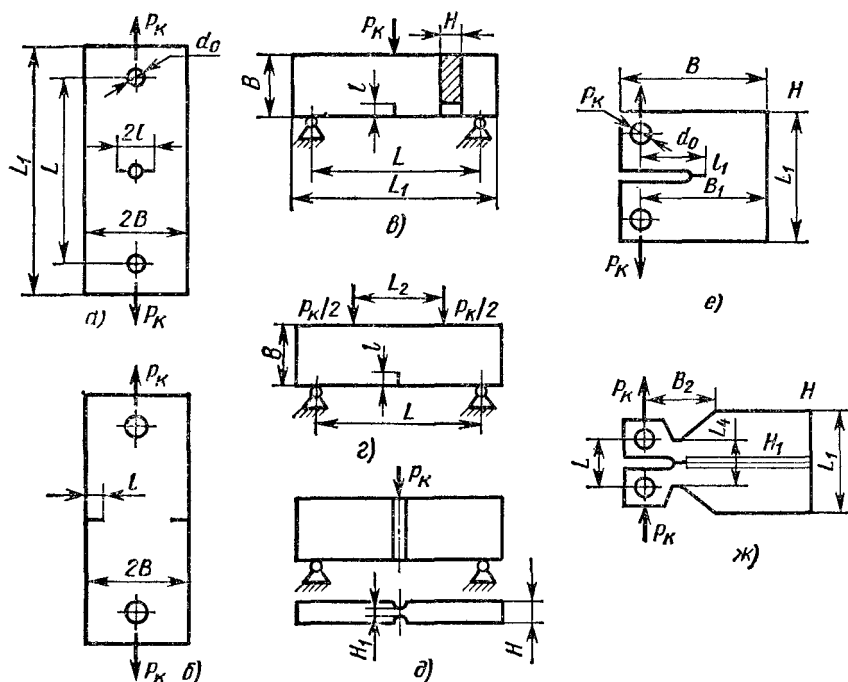


Рис. 16. Типы плоских образцов для определения характеристик сопротивления хрупкому разрушению

при плоской деформации это отношение увеличивают до $\frac{1}{5} : \frac{1}{10}$. При количественной обработке результатов учитывают конечность ширины пластины путем введения функций $f_{I\kappa}$ и учета протяженности пластических зон у вершины трещины r_T (как это изложено выше)

$$r_T = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2 l f_{I\kappa}^2.$$

Функции $f_{I\kappa}$ приведены в табл. 1.

При испытаниях на изгиб (рис. 16, в, г, д) глубина трещины принимается равной $l = (0,2 \div 0,25) B$, при этом коэффициенты интенсивности напряжений определяются по следующим зависимостям:

для изгиба силой посередине пролета (рис. 16, е)

$$K_{Ic} = \frac{P_K L}{H 2B^{3/2}} \sqrt{34,1 \frac{l_1}{B} - 64,8 \left(\frac{l_1}{B} \right)^2 + 211 \left(\frac{l_1}{B} \right)^3}; \quad (5.36a)$$

для чистого изгиба (рис. 16, ж)

$$K_{Ic} = \frac{P_K L}{H 2B^{3/2}} \sqrt{34,7 \frac{l_1}{B} - 55,2 \left(\frac{l_1}{B} \right)^2 + 196 \left(\frac{l_1}{B} \right)^3}. \quad (5.36b)$$

Большее стеснение пластических деформаций в зоне трещины достигается введением дополнительных боковых надрезов, уменьшающих толщину сечения (рис. 16, д), при этом значения K_{Ic} согласно зависимости (5.36а)

увеличиваются в $\sqrt{\frac{H}{H_1}}$ раз.

Для определения величины K_{Ic} , соответствующей стадии начала распространения трещины, испытывают образцы на висцентренное растяжение (рис. 16, е) при соотношениях размеров: $B_1 = 2H$; $B = 2,6H$; $L = 2,4H$; $l \leq H$. Коэффициент интенсивности напряжений (критический)

$$K_{Ic} = \frac{GP_K}{H \sqrt{B_1}} \left[2,96 \left(\frac{L}{B_1} \right)^{1/2} - 185 \left(\frac{L}{B_1} \right)^{3/2} + 655 \left(\frac{L}{B_1} \right)^{5/2} - 1020 \left(\frac{L}{B_1} \right)^{7/2} \right]. \quad (5.37)$$

Для определения K_{Ic} также по стадии остановки трещины используются образцы с местным утонением в направлении развития трещины (рис. 16, ж) при соотношениях: $L_1 = 2H$; $L_2 = H$; $L = 0,8H$; $B_2 = 1,3H$; $H_1 = 0,75H$.

Величина коэффициента интенсивности напряжений (критического) в этом случае

$$K_{Ic} = 4,36 \frac{P_K}{\sqrt{HH_1}}. \quad (5.38)$$

От радиуса кривизны инициирующего надреза ρ зависят параметры зоны пластических деформаций в месте возникновения трещины. Эта зона тем меньше, при данном номинальном напряжении, чем меньше радиус ρ . Величина этого радиуса не оказывает влияния на величину K_{Ic} , если [18]

$$\rho \leq K_\rho r_T,$$

где r_T — размер зоны пластической деформации на стадии разрушения; $K_\rho = 0,08 \div 0,1$ (опытный коэффициент).

Для пластины с надрезом в соответствии с зависимостью (5.8)

$$\rho \leq \frac{1}{2} K_\rho \left(\frac{\sigma_K}{\sigma_T} \right)^2 L. \quad (5.39)$$

На рис. 17 дан график наибольших допустимых значений радиуса кривизны ρ , вычисленных по зависимости (5.39), при которых K_{Ic} имеет минимальное значение. Для хрупких состояний при $\sigma_K/\sigma_T = 0,5 \div 0,6$ для пластин шириной 50—60 мм и длин трещин 20 мм принимают $\rho = 0,1$ мм. Для крупногабаритных образцов шириной 200—300 мм и длин трещин до 100 мм принимают $\rho = 0,5$ мм. Для обычных лабораторных образцов ρ снижают до значений 0,01 мм.

В качестве надрезов с малым радиусом кривизны используются усталостные трещины, создаваемые предварительным циклическим нагружением с амплитудой номинальных напряжений до $0,25\sigma_T$ при числе циклов, необходимых для образования трещины требуемой длины (порядка $5 \cdot 10^4$). При этом предусматривается, чтобы размеры зон пластической деформации при циклическом нагружении не превышали размеров этих зон при статических испытаниях для определения K_{Ic} .

Величина K_{Ic} , измеряемая на образцах определенных размеров при определенных опорных условиях, зависит от температуры и от скорости деформирования. В качестве примера на рис. 18

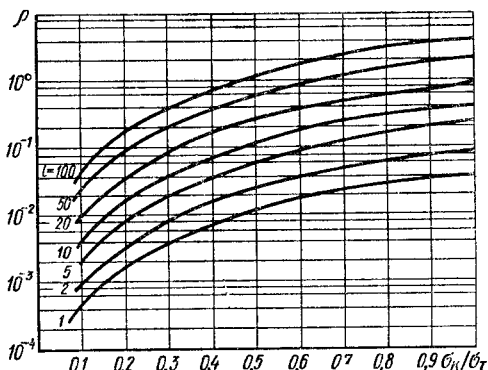


Рис. 17. Величины наибольших допустимых радиусов кривизны ρ в зависимости от σ_K/σ_T по параметру длины исходной трещины l

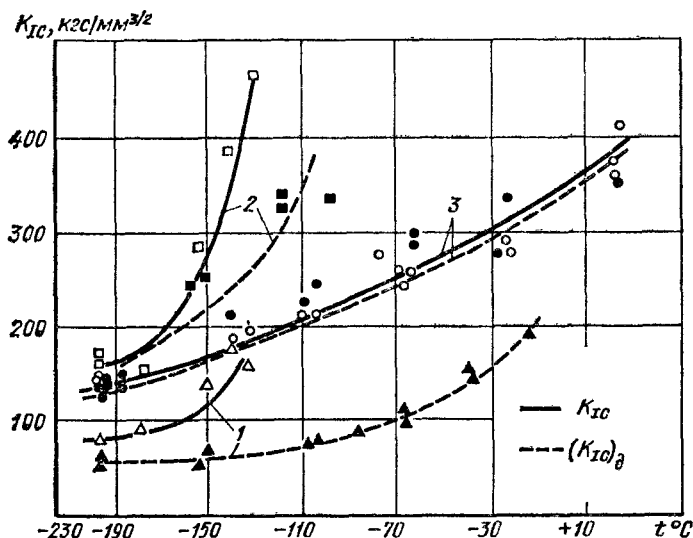


Рис. 18. Температурные зависимости K_{IC} и $(K_{IC})_d$ для трех типов стали

представлены температурные зависимости K_{IC} , полученные при статическом и ударном (падающим грузом) изгибе, $(K_{IC})_d$ образцов (рис. 16, в) толщиной 25,4 мм [34] для малоуглеродистой стали ($\sigma_B = 44,3$ кгс/мм², $\psi = 67\%$) — кривые 1, низколегированной хромоникельмолибденовой стали ($\sigma_B = 100$ кгс/мм²; $\psi = 70\%$) — кривые 2, для никелевой (18% Ni) мартенситной стали ($\sigma_B = 181$ кгс/мм², $\psi = 52\%$) — кривые 3. Температурные зависимости $(K_{IC})_d$, полученные по результатам динамических испытаний оказываются более слабыми, чем для ударной вязкости, хотя уменьшение этой величины в закритической области для малоуглеродистой стали достигает четырехкратного. Для более высокопрочной стали падение значения K_{IC} выражено интенсивнее. Для никелевой стали, обладающей высокой вязкостью при низких температурах, уменьшение K_{IC} оказывается наименее существенным и почти независимым от динамичности нагружения. В то же время для малоуглеродистой стали при ударном нагружении значение K_{IC} снижается в 2—3 раза. Растянутость переходной области, достигающая 40—

50°, связана с постепенным ослаблением влияния пластических деформаций на распространение трещин в образцах больших сечений, высота которых составляла в данном случае 77 мм.

Сопоставление значений K_{IC} для малоуглеродистых сталей, полученных по критериям возникновения и остановки трещины [51], показало, что при 196°C они не отличаются, а при 80°C превышение K_{IC} по возникновению трещины достигает трехкратного.

Роль температуры и скорости деформирования особенно существенна для хладноломких сталей. Использование этих сталей при критической и закритической температуре (по отношению ко второй критической температуре) связано с риском хрупкого разрушения в соответствии с падением K_{IC} в зависимости от понижения температуры и повышения динамичности нагружения. Характер падения величины K_{IC} свидетельствует о возможности уменьшения разрушающих напряжений до 1/4 от значения, отвечающего вязким и квазихрупким разрушениям.

При таких состояниях для этих сталей приобретает значение оценка их сопротивления распространению тре-

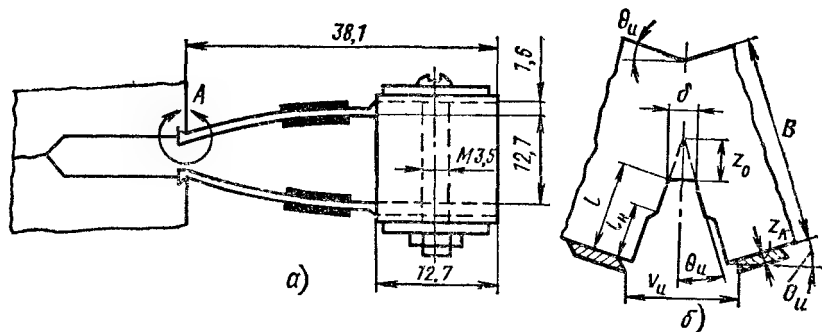


Рис. 19. Схемы измерения раскрытия трещин

щин при номинальных напряжениях, достигающих предела текучести, т. е. при достижении предельных состояний на стадии общей пластичности.

При хрупких состояниях металла, для которых $\sigma_k < 0,8\sigma_t$, используют приближенное выражение (5.14), связывающее критическое раскрытие трещины, соответствующее инициированию быстро протекающего разрушения, с напряжением и длиной трещины. Для квазихрупких состояний, для которых критические значения номинальных напряжений приближаются к пределу текучести σ_t , используют более полные выражения (5.15) и (5.15 а), учитывающие ограниченную ширину пластины (рис. 16, б), испытываемой на растяжение. Выражения (5.14) и (5.15) позволяют по раскрытию трещины получить основные характеристики сопротивления хрупкому разрушению K_{Ic} и G_{Ic} .

В качестве силовой характеристики сопротивления распространению трещины, связанной с ее раскрытием, предлагается принять напряжения взаимодействия между берегами трещины σ_0 [11, 25]. Раскрытие трещины при этом выражается следующей зависимостью:

$$\delta_k = \frac{8\sigma_0 l_k}{\pi E} \ln \cos \frac{\pi \sigma_k}{2\sigma_0}. \quad (5.40)$$

Для более хрупких состояний и малых значений σ_k/σ_0 она приближается к зависимости (5.15) при величине σ_0 , близкой к σ_t .

Измерение раскрытия трещины осуществляется датчиками перемещений,

как показано на рис. 19, а для растяжения и на рис. 19, б для изгиба. На упругих элементах датчика перемещений размещены тензометры электрического сопротивления, позволяющие непрерывно измерять и записывать диаграммы зависимостей раскрытия трещины от нагрузки и тем самым определять их критические значения, соответствующие началу быстрого роста раскрытия.

Распространенным и более простым способом испытания для определения критических раскрытий трещины является испытание на изгиб плоских образцов (рис. 16, в), толщина которых H равна толщине листа, а высота B принимается равной $2H$.

Использование гипотезы плоских сечений с учетом смещения нейтральной линии на величину z_0 позволяет выразить раскрытие трещины следующим образом:

$$\delta = \frac{v_u}{1 + \frac{l \pm z_k}{z_0}}, \quad (5.41)$$

знак «+» для схемы, показанной на рис. 19, а, знак «-» для схемы, показанной на рис. 19, б.

В соответствии с опытными данными при длине трещины $l = 0,25 \div 0,5 B$:

$$\frac{z_0}{B-l} = \frac{1}{3}.$$

Для измерения раскрытия трещин используются и другие способы, в том числе оптический, более точный;

механический при помощи индикаторов и т. д.

При испытании плоских образцов в условиях чистого изгиба по схеме, представленной на рис. 16, г, можно использовать метод двух надрезов [38]; последние наносят в пределах участка постоянного момента на расстоянии от его границы, превышающем глубину надреза не менее чем в 2 раза. Процесс упруго-пластического деформирования в обоих надresaх протекает одинаково, но распространение трещины, по достижении напряжениями критических значений, происходит только в одном из сечений. После окончания испытания раскрытие трещины измеряют в неразрушенном сечении.

Температурные зависимости критического раскрытия трещины, представленные на рис. 20, характеризуют влияние размеров сечений, типа надреза и условий нагружения на критические температуры перехода. Кривые 1, 2, 5 и 6 получены на образцах сечением 10×10 мм при изгибе. Статические испытания показали, что переход от надреза шириной 0,15 мм к усталостной трещине повысил температуру перехода на 40°C , а ударные испытания образцов с надрезом (кривая 5) увеличили эту температуру на 100°C . Переход к образцам с усталостными трещинами (кривая 6) дает дополнительное увеличение температуры на $20\text{—}30^\circ\text{C}$. Увеличение сечения образцов с надрезом шириной 0,15 мм до 57×57 мм (кривая 3) приводит при статическом нагружении к повыше-

нию переходной температуры на 80°C . Замена надреза на таких образцах усталостной трещиной (кривая 4) дают незначительное увеличение критической температуры. Основными факторами, влияющими на уровень переходной температуры, являются абсолютные размеры сечений и условия нагружения, поэтому рекомендуется определять критические раскрытия трещин и критические температуры на образцах с толщиной, соответствующей толщине листа, используемого в изделиях, принимая, однако, во внимание, что при толщинах 50—100 мм дальнейшее увеличение толщины уже мало сказывается на получаемых значениях.

3. Определение несущей способности и расчет на прочность по сопротивлению возникновению хрупкого разрушения

Необходимость расчета на сопротивление хрупкому разрушению связана с тем, что в условиях работы элементы конструкций могут находиться в хрупких или квазихрупких состояниях (17, 28, 29). Основным фактором возникновения таких состояний для сплавов на основе железа в связи с присутствием им свойствами хладноломкости является температура. На схеме (рис. 6) показаны области основных типов сопротивления разрушению в зависимости от температуры. В области температур, превышающих первую критическую $T_{кр1}$ для сплавов, обладающих хладноломкостью, а также для материалов, не обладающих хладноломкостью в диапазоне температур работы конструкций (сплавы на основе магния, алюминия, титана), имеют место вязкие состояния. В этом случае предельные состояния наступают после возникновения значительных пластических деформаций и существенного перераспределения полей деформаций и напряжений в элементах конструкций. Скорость распространения возникающих трещин в этих состояниях оказывается низкой. Вопросы несущей способности и расчета на прочность при таких состояниях рассмотрены в гл. 2.

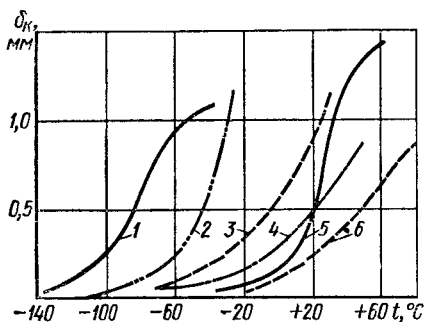


Рис. 20. Температурные зависимости критического раскрытия трещины

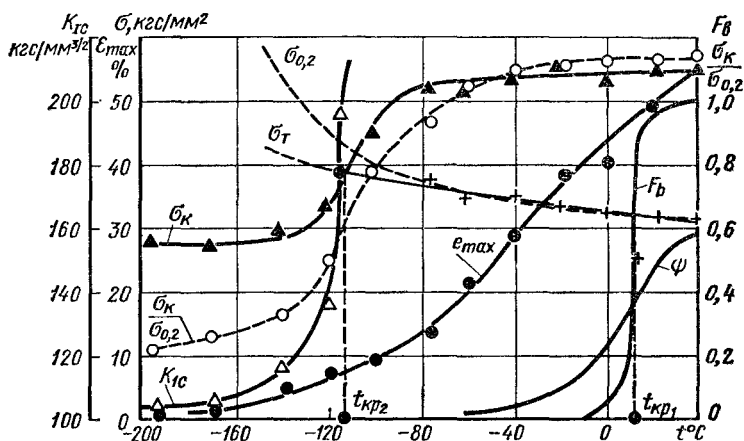


Рис. 21. Температурные зависимости разрушающих напряжений, деформационных и силовых характеристик сопротивления разрушению для стали 22К

В области между первой $T_{кр1}$ и второй $T_{кр2}$ критическими температурами для конструктивных элементов, изготовленных из сплавов, обладающих хладноломкостью (в основном на основе железа), возникают квазихрупкие состояния, для которых разрушения наступают после образования пластических деформаций, степень развития которых зависит от температуры. Квазихрупким состояниям свойственно быстрое распространение трещин по достижении напряжениями критических значений. Сопротивление распространению таких трещин характеризуют диаграммы разрушения, схема которых приведена на рис. 5. Оценка несущей способности элементов конструкций в этом состоянии основывается на экспериментальных данных по деформационным критериям разрушения, к которым относятся местные максимальные деформации ϵ_{max} , раскрытие трещин δ_K , а также начало устойчивого прорастания трещины, определяемое по диаграммам разрушения. Величины критических напряжений σ_K в области квазихрупких состояний изменяются по температуре незначительно, снижаясь до предела текучести в области перехода к хрупким состояниям, около $T_{кр2}$. В качестве примера на рис. 21 для малоуглеродистой стали 22К приведены полученные

на надрезанных образцах сечением 20×50 мм результаты определения σ_K , ϵ_{max} , ψ , K_{Ic} и F_b (доли волокнистой части излома). Изменение величины ϵ_{max} характеризует постепенное снижение с уменьшением температуры предельной пластической деформации. Сопоставление ее с местной максимальной деформацией, возникающей в зонах концентрации в элементе конструкции под действием внешних нагрузок, позволяет судить о запасе прочности (выраженном через деформации). Решение соответствующих упруго-пластических задач о полях местных деформаций осуществляется в основном вычислительными средствами либо экспериментально с применением метода сеток, тензочувствительных покрытий или муара.

Температурная зависимость раскрытия трещины и разрушающих напряжений для мягкой углеродистой состаренной стали после предварительного малоциклового нагружения (для образования трещин) представлена на рис. 22 [3]. Из приведенных данных следует, что с понижением температуры наблюдается более раннее падение величины δ_K , чем разрушающих напряжений. Это объясняется чувствительностью раскрытия трещины к понижению температуры, связанной с предельной пластической деформацией и облегчением прорастания трещин.

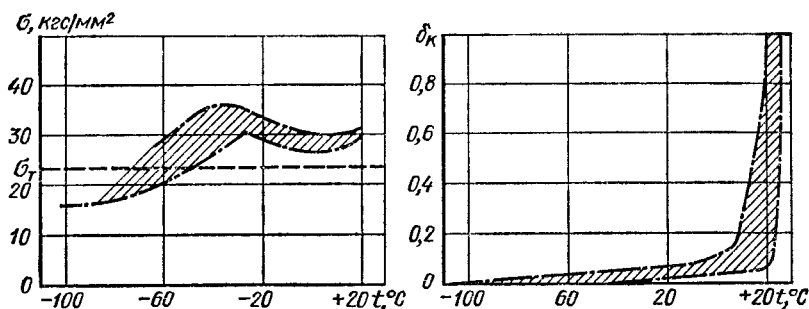


Рис. 22. Температурные зависимости разрушающих напряжений и раскрытия трещин для мягкой углеродистой стали

Для определения разрушающих напряжений в квазихрупком состоянии может быть использована интерполяционная зависимость (5.23) с поправкой на влияние абсолютных размеров согласно формуле (5.24). Кроме того, возможен учет понижающего прочность влияния трещин или дефектов в зависимости от их размера по формуле (5.25), если принять во внимание роль размеров сечений. Таким образом, допускаемое напряжение при квазихрупких состояниях

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{кр}}}{n}, \quad (5.42)$$

где n — запас прочности, отражающий возможность случайных отклонений в уровне механических свойств и действующих напряжений, а также неточностей систематического характера в определении $\sigma_{\text{кр}}$ по зависимостям, основанным на анализе экспериментальных данных.

В области температур около $T_{\text{кр}2}$ и ниже ее при хрупких состояниях формулы, вытекающие из закономерностей механики разрушения, позволяют определять в зависимости от температуры величины K_{Ic} с учетом влияния размеров сечений (см. рис. 9) на примере стали 22К и по формулам (5.20) и (5.21). По значениям K_{Ic} величины $\sigma_{\text{кр}}$ в зависимости от длины трещин l_k определяются по формулам (5.4) и (5.14).

Характеристики раскрытия трещин, экспериментально полученные в зависимости от температуры в области

хрупких состояний, также используются для определения критических напряжений на основе зависимости (5.15) и (5.14); последние применимы в области более хрупких состояний и низких температур, когда разрушающие напряжения снижаются до половины предела текучести и менее. Для учета влияния размеров трещины по отношению к размерам пластины используют поправочные функции [см. формулы (5.14а) и (5.15а)].

Допускаемые напряжения в квазихрупких состояниях определяют по выражениям (5.23), (5.24), (5.25) и (5.42), имея в виду существование в ряде случаев сильных температурных зависимостей $\sigma_{\text{кр}}$, как это, например, следует из данных, приведенных на рис. 21 для стали 22К или рис. 22 для мягкой углеродистой стали. При столь резком падении значения K_{Ic} и δ_k со снижением температуры следует основываться на минимальных значениях, соответствующих закритической области, например, $K_{Ic} = 100 \text{ кгс/мм}^{3/2}$ для стали 22К. Для более легированных и менее хладноломких сталей крутизна температурных зависимостей уменьшается особенно для больших сечений (см. рис. 20), и в этом случае могут устанавливаться допускаемые напряжения в закритической области в зависимости от температуры и исходных дефектов. Величина принимаемого при этом запаса прочности должна также отражать достоверность определения критических и эксплуатационных температур в связи с крутизной температурных зависимостей характе-

ристик сопротивления разрушению. При определении критических температур имеют существенное значение влияние размеров напряженных сечений, остаточная напряженность, деформационное старение, охрупчивание в условиях эксплуатации. Эти влияния учитывают путем введения соответствующих экспериментально устанавливаемых температурных сдвигов $(\Delta t_{кр})_1$ и $(\Delta t_{кр})_2$ [18, 28].

Для обеспечения работы элементов конструкций в квазихрупкой или вязкой областях, для которых разрушающие напряжения не ниже, чем предел текучести, необходимо предусмотреть температурный запас Δt между максимальной критической $(t_{кр})_{\max}$ и минимальной эксплуатационной $(t_s)_{\min}$ температурами:

$$(t_s)_{\min} - (t_{кр})_{\max} = \Delta t. \quad (5.43)$$

Температурный запас Δt должен быть всегда положительным; его величина отражает достоверность определения $(t_s)_{\max}$ и $(t_{кр})_{\min}$. Обычно его принимают равным $\sim 50^\circ$.

4. Критерии сопротивления распространению трещин при статистическом и циклическом нагружении

Основные зависимости, определяющие условия перехода исходных трещин под действием статических напряжений в неустойчивое состояние, изложены в разделе 1 на основе представлений линейной механики разрушения. По выражениям (5.4), (5.7) и (5.14) можно определить критические напряжения σ_k и длину трещины l_k в зависимости от критических значений K_{Ic} интенсивностей напряжений, характеризующих вязкость разрушения.

Эти представления используют для описания замедленного (квазистатического) развития трещин при статическом и циклическом нагружении.

В равномерно растянутой пластине с поперечной трещиной длиной $2l$, как показано на рис. 23, на концах трещины возникают зоны пластической деформации длиной $a - l$. Напряжение $\sigma_y(x) = p$ в

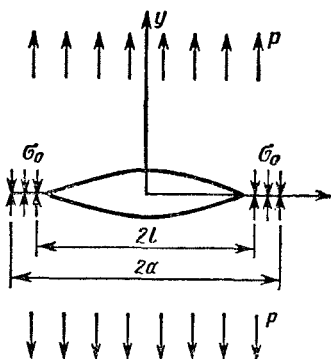


Рис. 23. Схема поперечной трещины в пластине

области $x > a$ и $\sigma_y(x) = p - \sigma_0$ в области $l > x > a$, где σ_0 принимается равным пределу прочности.

Протяженность пластической зоны $a - l$ может быть принята незначительной и в баланс энергий введено ее приращение за счет изменения напряженного состояния и приращения удельной энергии γ разрушения при образовании свободной поверхности трещины в следующем виде: [19, 20]:

$$\delta \int_0^l (2\gamma - \sigma_y v) dx = 0,$$

где v — перемещения поверхности трещины, принимаемые из упругого решения соответствующей краевой задачи.

Приращение рассматривается для критического состояния в форме

$$\delta = \frac{\partial}{\partial l} \delta t;$$

для докритического состояния в форме

$$\delta = \left(\frac{\partial}{\partial l} + \frac{\partial}{\partial p} \frac{dp}{dl} \right) \delta l.$$

Энергия на образование поверхности трещины

$$2\gamma = G_I = \frac{K^2}{E} = \int_0^l \sigma_y \frac{\partial v}{\partial l} dx,$$

где K — коэффициент интенсивности напряжений.

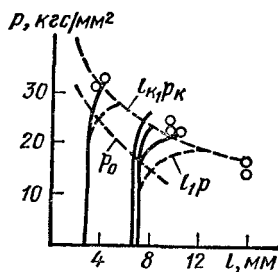


Рис. 24. Кривые разрушения при растяжении листового алюминиевого сплава

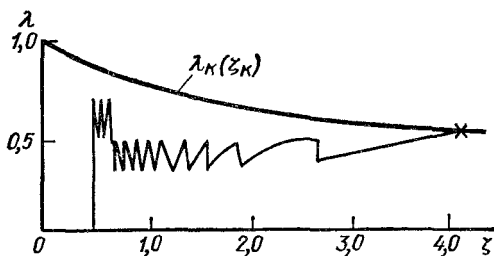


Рис. 25. Прорастание трещины при малоцикловом нестационарном нагружении

Использование дополнительного условия [19]

$$\sigma_y(l) \text{ и } (l) = 2\gamma\sigma_y^0(l) \sigma_B$$

для критического состояния позволяет получить при $\sigma_0 = \sigma_B$ зависимость

$$1 - \lambda^2 - K_0^2 = 0, \quad (5.44)$$

где $\lambda = \frac{p}{\sigma_0}$, $K_0 = \frac{K}{K_c}$, причем K_c — критическое значение коэффициента интенсивности напряжений. Для докритического состояния

$$\frac{d\lambda}{d\xi} = \frac{1}{2} \frac{1 - \lambda^2 - K_0^2}{\lambda\xi + \int K_0 \left(\frac{\partial K_0}{\partial \lambda} \right) d\xi}, \quad (5.45)$$

$$\text{где } \xi = \frac{l}{C}; \quad C = \frac{\pi K_c^2}{8\sigma_B^2}.$$

Значения K_0 определяют из решений краевых задач [26].

По выражению (5.44) получают кривую критических значений l_k , p_k , аналогичную кривой l_k , σ_k , приведенной на рис. 5.

Интегрирование выражения (5.45) вычислительным способом позволяет получить диаграмму разрушения, т. е. зависимость p от l по параметру начальной длины трещины l_0 подобно тому, как это изображено на рис. 5.

Докритическое стабильное прорастание трещины наступает лишь при достижении напряжений p_0 . Зависимость значений p_0 от длины исходной трещины l_0 описывается кривой инициирования p_0 , показанной на рис. 24.

На рис. 24 представлены опытные данные для листового алюминиевого

сплава ($\sigma_B = 49,7$ кгс/мм², $K_0 = 125$ кгс/мм^{3/2}, $E = 7,3 \cdot 10^3$ кгс/мм²), нанесенные точками и сплошными линиями, а также результаты расчета, показанные штриховыми линиями.

Зависимости типа (5.45) позволяют осуществить поцикловый расчет прорастания трещины при повторном нагружении, имея в виду, что длина трещины увеличивается только на полцикле возрастания нагрузки. При снижении нагрузки вводится поправка на некоторое уменьшение длины трещины (что предположительно объясняется влиянием возникающих при этом остаточных напряжений сжатия). На рис. 25 в качестве примера приведены в координатах λ , ξ результаты расчета прорастания трещины при нестационарном малоцикловом нагружении. Разрушение наступает в точке пересечения графика с кривой $\lambda_k(\xi_k)$ хрупкого разрушения.

Кривая разрушения также следует из зависимости (5.17), которая дает семейство таких кривых, заканчивающихся на кривой критических состояний и представленных на рис. 5. Преобразуя уравнение (5.45) можно привести его к форме, вытекающей из результатов многочисленных экспериментальных данных и предложенной в работе [55]

$$\frac{dl}{dN} = C(\Delta K)^n, \quad (5.46)$$

где C и n — постоянные, связанные с особенностями свойств металла и влиянием окружающей среды; ΔK — размах коэффициента интенсивности напряжений,

определяющийся размахом переменных напряжений $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$ и текущей длиной трещины l :

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \sqrt{\pi l} f_{I\kappa} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min});$$

здесь $f_{I\kappa}$ — поправка на отношение длины трещины к ширине элемента (табл. 1).

Если ΔK выразить через $\Delta\sigma$, то формула (5.46) будет иметь вид:

$$\frac{dl}{dN} = C' l^{\frac{2}{n}} (f_{I\kappa} \Delta\sigma)^n. \quad (5.47)$$

Для малых по величине трещин $f_{I\kappa} \approx 1$ и тогда интегрирование уравнения (5.47) дает простое выражение для зависимости l от N

$$\int_0^l \frac{dl}{l^{\frac{2}{n}}} = C' (\Delta\sigma)^n \int_0^{(N_{\kappa})_m} dN,$$

откуда

$$(N_{\kappa})_m = \frac{1}{C' (\Delta\sigma)^n} \times \left[\frac{1}{l_0^{\frac{2}{n}} - 1} - \frac{1}{l_{\kappa}^{\frac{2}{n}} - 1} \right]. \quad (5.48)$$

При этом $l_{\kappa} = \frac{K_{Ic}^2}{\sigma_{\max}^2 \pi}.$

Если учитывать поправку $f_{I\kappa} = \left(\frac{2B}{\pi l} \operatorname{tg} \frac{\pi l}{2B} \right)^{\frac{1}{2}}$, то интегрирование уравнения (5.47) дает простое выражение для часто используемого значения $n = 4$ [39]

$$C' \Delta\sigma^4 (N_{\kappa})_m = \int_{l_0}^{l_{\kappa}} \frac{dl}{l^2 \left[\frac{2B}{\pi l} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi l}{2B} \right) \right]^2} = \frac{2B}{\pi} \left[-\operatorname{ctg} \frac{\pi l}{2B} - \frac{\pi l}{2B} \right]_{l_0}^{l_{\kappa}}. \quad (5.49)$$

Значение l_{κ} определяют с учетом поправки на отношение l/B

$$l_{\kappa} = \frac{K_{Ic}^2}{\sigma_{\max}^2 f_{I\kappa}^2 \pi}.$$

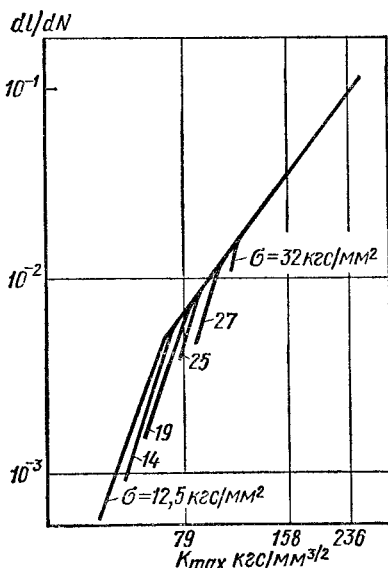


Рис. 26. Зависимость скорости распространения трещины от $K_{\max}$

Величины C и n в выражении (5.46) зависят от предела текучести, с его увеличением C возрастает, n — уменьшается, находясь в пределах от 3 до 2.

В качестве примера на рис. 26 приведена зависимость $\frac{dl}{dN}$ от $K_{\max}$ для стали ($\sigma_B = 55$ кгс/мм², $\sigma_T = 45$ кгс/мм², $\varepsilon = 25\%$) при пульсирующем растяжении ($\Delta K = K_{\max}$).

Зависимость для скорости распространения трещины типа уравнения (5.46) в более общей форме для симметричного цикла имеет вид

$$\frac{dl}{dN} = A \sigma_a^p l^q, \quad (5.50)$$

где σ_a — амплитуда напряжения.

Интегрирование этой зависимости от исходной длины трещины l_0 до ее текущего значения l для числа циклов N приводит к выражению

$$l^{1-q} = l_0^{1-q} + A(1-q) \sigma_a^p N.$$

Число циклов $(N_{\kappa})_m$ развития трещины от l_0 до l_{κ} из этого выражения

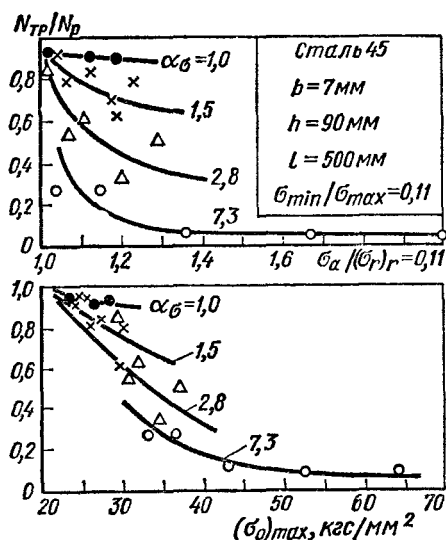


Рис. 27. Отношение числа циклов иницирования усталостной трещины к числу циклов до разрушения в зависимости от уровня напряжений и их концентрации

находят, полагая на стадии хрупкого разрушения $l=l_k = \frac{K_{Ic}^2}{\sigma_a^2 \pi}$. Число цик-

лов N_0 , необходимое для образования исходной трещины длиной l_0 , определяется в гл. 2 при малоциклового усталости и в гл. 3 при возникновении усталостного разрушения в области чисел циклов 10^5 и более (многоциклового). Общее число циклов для разрушения $N_p = N_0 + (N_k)_m$. Между числом циклов N_p и N_0 при отсутствии концентрации напряжений существует

зависимость, установленная опытным путем [53]

$$\frac{N_0}{N_p} = 1 - 2,5 \frac{N_p^{-1/3}}{N_p^{-1/3}}.$$

При $N_p = 10^4$ $\frac{N_0}{N_p} = 0,85$, т. е. даже в области малоциклового разрушения трещина возникает относительно поздно и тем более в области многоциклового разрушения. Этим объясняется асимптотическое сближение, по мере увеличения числа циклов, кривых усталости на стадии возникновения трещины и на стадию окончательного разрушения. В связи с этим стадия распространения трещины рассматривается как несущественная.

При наличии концентрации напряжений или дефектов эти соотношения существенно изменяются, так как трещина возникает тем раньше, чем выше напряжение и концентрация. На рис. 27 представлены результаты испытаний на усталость образцов из стали 45*. Из этих данных следует, что отношение $N_{тр}/N_p$ при высоких концентрациях в зависимости от уровня напряжений может снижаться до 0,3 — 0,1, т. е. основная часть процесса разрушения приходится на распространение трещины. Таким образом, наряду с рассмотрением условий сопротивления усталости элементов конструкций на стадии до образования трещины это сопротивление оценивается на стадии ее распространения. Эта стадия особенно существенна при определении ресурса для изделий по дефектоскопическому освидетельствованию их состояния в процессе службы.

* Проведены М. Я. Гальпериным в Институте Машиноведения.

Список литературы

1. Винклер О. Н. Исследование механических свойств и хрупкой прочности малоуглеродистых строительных сталей. — «Материалы по металлическим конструкциям», вып. 12, М., Стройиздат, 1967, с. 55—63.
2. Винклер О. Н., Махутов Н. А. Сопротивление хрупкому разрушению малоуглеродистых сталей в связи с предельным циклическим нагружением. — «Автоматическая сварка», 1967, № 7, с. 38—42.

3. Гиренко В. С., Дейнега В. А., Холодцев А. М. Изменение вязкости разрушения конструкционных сталей под влиянием циклического нагружения. — «Проблемы прочности», 1971, № 11, с. 16—22.
4. Гольдштейн Р. В., Рысков И. Н., Салганик Р. Л. Центральная поперечная трещина в упругой полосе. — «Изв. АН СССР, Механика твердого тела», 1969, № 4, с. 97—104.
5. Давиденков Н. Н. Динамические испытания металлов. М., ОНТИ, 1936, 394 с.

6. Дроздовский Б. А., Маркочев В. М., Гольцев В. Ю. Диаграммы разрушения листовых материалов. — «Деформация и разрушение при термических и механических воздействиях», МИФИ, вып. III, 1969, № 101—114.
7. Жемчужников Г. В., Гиренко В. С. Некоторые закономерности хрупкого разрушения. — «Автоматическая сварка», 1967, с. 4, с. 6—10.
8. Жемчужников Г. В., Котенко Э. В., Гиренко В. С. Влияние несправов на статическую прочность стыковых соединений при низких температурах. — «Автоматическая сварка», 1968, № 3, с. 29—33.
9. Исследование напряжений и прочности корпуса реактора. [Сборник статей]. Под ред. С. В. Серенсена. М., Атомиздат, 1968, 280 с.
10. Кудрявцев Б. А., Партон В. З., Черепанов Г. П. Упругопластическая задача для плоскости с прямолинейными щелями. — «Изв. АН СССР, Механика твердого тела», 1969, № 3, с. 174—176.
11. Леонов М. Я., Панасюк В. В. Развитие мельчайших трещин в твердом теле. — «Прикладная механика», Киев, 1959, т. V, вып. 4, с. 391—401.
12. Леонов М. Я. Элементы теории хрупкого разрушения. — «Прикладная механика и техническая физика», 1961, № 3, с. 85—92.
13. Маккланток Ф., Аргон А. Деформация и разрушение материалов, М., «Мир», 1970, 443 с.
14. Малерин Н. Н., Армиенто Д. Ф., Маркус Н. Зависимость между вязкостью разрушения и коэффициентом концентрации напряжений для некоторых высокопрочных алюминиевых сплавов. — «Теоретические основы инженерных расчетов», 1964, № 4, с. 87—95.
15. Маркочев В. М., Дроздовский Б. А. Методика оценки скорости развития трещин и получения заданного напряжения при повторном нагружении. — «Заводская лаборатория», 1965, № 3, с. 345—349.
16. Маубрей Д. Ф., Бразерс А. И., Нукава С. Определение параметров вязкости разрушения сталей А-302В и Ni-Mo-V на образцах различных размеров. — «Теоретические основы инженерных расчетов», 1966, № 4, с. 106—116.
17. Махутов Н. А. Влияние условий нагружения на разрушение корпусной низколегированной стали. — «Конструкционная прочность легких сплавов и сталей», МАТИ, вып. 61, 1964, с. 152—167.
18. Махутов Н. А. Сопротивление элементов конструкций хрупкому разрушению. М., «Машиностроение», 1973, 201 с.
19. Морозов Е. М., Сапунов В. Т. О расчете диаграмм разрушения. — «Прикладная механика и техническая физика», 1973, № 2, с. 172—176.
20. Морозов Е. М., Сапунов В. Т. Развитие трещин в упругопластическом теле. — «Деформация и разрушение при термических и механических воздействиях», МИФИ вып. III, 1969, с. 49—58.
21. Морозов Е. М. Энергетическое условие роста трещин в упругопластических телах. — «ДАН СССР», 1969, т. 187, № 1, с. 57—60.
22. Мухелишвили Н. Н. Некоторые основные задачи теории упругости, М., «Наука», 1966, 707 с.
23. Немец Я. К. Жесткость и прочность стальных деталей. М., «Машиностроение», 1970, 528 с.
24. О локальной пластической зоне вблизи конца щели (плоская деформация). — «Изв. АН СССР, Механика твердого тела», 1970, № 5, с. 132—138. Авт.: Б. А. Кудрявцев, В. З. Партон, Ю. А. Песков, Г. П. Черепанов.
25. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев, «Наукова думка», 1968, 246 с.
26. Прикладные вопросы вязкости разрушения. Под ред. Я. Б. Фридман. М., «Мир», 1968, 552 с.
27. Рыбкина Д. Г., Ярошевич В. Д. Анализ температурной и скоростной зависимости предела текучести и напряжений течения армо-железа в области низких температур. — «Физика металлов и металловедение», Т. 22, вып. 6, 1966, с. 909—916.
28. Серенсен С. В., Махутов Н. А. Определение критических температур хрупкости изделий из малоуглеродистой стали. — «Проблемы прочности», 1969, № 4, с. 29—39.
29. Серенсен С. В., Махутов Н. А. Сопротивление хрупкому разрушению элементов конструкций. — «Проблемы прочности», 1971, № 4, с. 3—12.
30. Сроули Д., Браун У. Ф. Методы испытаний на вязкость разрушения. — В кн.: Прикладные вопросы вязкости разрушения. М., «Мир», 1968, с. 213—310.
31. Физическая природа пластической деформации и разрушения металлов. [Сборник статей]. Киев, «Наукова думка», 1969, 131 с.
32. Хрупкая прочность легированной стали. — «Конструкционная прочность легких сплавов и сталей», МАТИ, вып. 61, 1964, с. 105—132. Авт.: С. В. Серенсен, М. Н. Степанов, В. П. Когаев, Е. В. Гуацциотто.
33. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М., «Наука», 1971, 640 с.
34. Шумейкер А. К., Роулф С. Т. Статические и динамические значения K_{Ic} сталей при низких температурах. — «Теоретические основы инженерных расчетов», 1969, № 3, с. 201—209.
35. Akita Y., Ikeda K. Theory of Brittle Crack Initiation and Propagation — «A Theoretical Analysis of ESSO Test». Welding Journal, n. 3, 1961, p. 138—s — 144—s.
36. Argyris J. H., Scharpf D. W., Spooner J. B. The elastoplastic calculation of general structures and continua. Proceedings of the 3 Conference on Dimensioning Budapest, 1968, p. 345—383.
37. Argyris J. H., Scharpf D. W., Spooner J. B. Die elastoplastische Berechnung von allgemeinen Tragwerken und Kontinua. Ingenieur — Archiv, 1969, v. XXXVII, s. 326—352.
38. A study of C. O. D. concept for brittle fracture initiation. Proceedings of the Second International Conference on Fracture Brighton, April 1969, p. 1—14. Auth: T. Kanazawa, S. Machida, S. Momota, Y. Hagiwara.
39. Burdick F. M., Harrison J. D., Young J. G. The effect of weld defects with special reference to BWRA research. Paper

of a conference on the significance of defects in welds, held in London on 23–24 February 1967, p. 1–10.

40. Cottrell A. H. Theory of brittle fracture in steel and similar metals. *Met. Soc. of AIME* — *Trans.*, v. 212, n. 2, 1958, p. 192–203.

41. Cowan A., Kirby N. The application of C. O. D. measurements to large scale test behaviour. *Proceedings of the Symposium on Fracture Toughness Concepts for Weldable Structural Steel*, Risley, April 1969, p. D1–D27.

42. Discussion. Part. 1 Fracture mechanics. *Proceedings of the Second international Conference on Fracture* Brighton, April 1969, p. 903–911.

43. Duffy A. R., Elber R. J., Maxey W. A. Recent work on flaw behaviour in pressure vessels. *Proceedings of the Symposium on Fracture Toughness Concepts for Weldable Structural Steel*, Risley, April 1969, p. D1–D27.

44. Dugdale D. S. Yielding of steel sheets containing slits. — *Journal of the Mechanics and Physics of solids*, 1960, v. 8, n. 2, p. 100–104.

45. *Fracture of Welded Plate*. Prentice — Hall Inc. 1967, 360, p. Auth.: W. J. Hall, H. Kihara, W. Soete, A. A. Wells.

46. Griffith A. A. The phenomena of rupture and flow in Solids. — *Philosophical Transactions Royal Society*, 1920–21, ser. A v. 221, p. 163–168.

47. Gurney T. The effect of mean stress on fatigue crack propagation in steels. *Doc. IIW XIII*—592–70, p. 1–8.

48. Ikeda K., Akita Y., Kihara H. The deep notch test and brittle fracture initiation. — *«Welding Journal»*, 1967, n. 3, p. 133–s — 144–s.

49. Irwin G. *Fracture Mechanics*. *Proceedings of the 1-st Symposium on Naval Structural Mechanics* Pergamon, London, 1965, p. 557–589.

50. Kalna K. Pevnost velkých ocelových těles. *Strojirenstvi*, 1966, N 6, p. 403–411.

51. Kasalický P. Určování lomevé houževnatosti pomocí klínového dvouramenného zkusebního tělesa. *II Celostátní Symposium o Lomech CSSR*, 1970, p. 1/17–23/17.

52. Kihara H., Iida K., Fujii E. Brittle fracture strength of welded and notched wide plate subjected to prior cyclic loading. — *«Welding in World — Soudage dans le Monde»*, v. 6, N 3, 1968, p. 144–161.

53. Manson S. S. Fatigue — Complex Subject — Some Approximations. — *«Experimental Mechanics»*, v. 5, n. 7, July 1965, p. 193–226.

54. Orowan E. Energy criteria of fracture. Modifications of the Griffith theory are presented to cover the case for a rapidly running crack and for starting up a stationary crack. — *«Welding Journal»*, 1955, N 3, p. 157–s — 160–s.

55. Paris P. C. *Fracture Mechanics Approach to Fatigue*, Sagamore Army Mts Research Conference, 10th — Fatigue — Interdisciplinary Approach — *Proc.*, Aug. 13–16 1963, p. 107–132.

56. Rice I. R. Path Independent Integral and Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *ASME — Paper 68*—APM—31 for meeting, June 12–14 1968, p. 8.

57. Robertson T. S. Propagation of brittle fracture of steel. — *Journal of the Iron and steel institute*, 1953, n. 12, p. 361–374.

58. *Studies on crack arresting temperature*. Doc. IIW IX—367–63; 22 p.

59. Swedlow I. L. Initial comparisons between experiment and theory of strain fields in cracked copper plate. — *«International Journal of Fracture Mechanics»*, v. 5, n. 1, 1969, p. 25–31.

60. Van Elst Notch. Sensivity to Fracture Initiation *Metallinstitut, TNO*, 1968, p. 23.

61. Vosikovský O. Inicijace krenké trhliny v měkké oceli. *Kovove materiály*, 1967, n. 4, p. 355–368.

62. Wells A. A. Brittle Fracture Strength of Welded Steel Plates. — *«British Welding Journal»*, v. 8, n. 5, May 1961, p. 259–274.

63. Wells A. A. Crack opening displacements from elastic — plastic analyses of externally notched tension bars. — *«Engineering Fracture Mechanics»*, 1969, v. 1, n. 3, p. 399–410.

64. Wessel E. T. Linear elastic fracture mechanics for thickwalled steel pressure vessels: material property considerations. *Proceedings of the Symposium on Fracture Toughness Concepts for Weldable Structural Steel*, Risley, April 1969, p. H1–H44.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ДЕТАЛЕЙ МАШИН НА УСТАЛОСТЬ

1. Вероятностная оценка прочности

Теорию вероятности к обоснованию допускаемых напряжений и запасов прочности при расчетах на статическую прочность инженеры конструкторов применяли более 40 лет назад. Эти вопросы рассмотрены в трудах И. С. Стрелецкого [51], А. Р. Ржаницина [39], В. В. Болотина [6] и других авторов в Советском Союзе, В. Вержбицким [78] в Польше, А. Фрейденталем [60] в США. Эти разработки на основе статистической интерпретации действующих в элементах конструкций усилий и их несущей способности позволили обосновать выбор запасов прочности и допускаемых напряжений для сооружений, рассчитываемых методами строительной механики на основе представлений о вероятности разрушения и надежности в условиях эксплуатации.

Разработка гипотезы «прочности слабого звена» позволила В. Вейбуллу [76] построить теорию хрупкого разрушения однородно и неоднородно напряженных тел в вероятностном аспекте. Это способствовало решению вопросов теории усталостного разрушения, как тесно связанного с неоднородно напрягаемыми объемами металла. Н. Н. Афанасьевым [3] разработан статистическая модель усталостного разрушения, позволившая описать эффект влияния концентрации напряжений и абсолютных размеров тел. В. Вейбулл [77] распространил свою теорию хрупкого разрушения в квазистатической трактовке на усталостные разрушения, используя распределение экстремальных значений для описания рассеяния разрушающего числа циклов и построения семейства кривых усталости по параметру вероятности разрушения. В. Мошинский [67] в Польше на основе

логарифмически нормального распределения стационарной напряженности предложил производить оценку запасов прочности деталей машин по номинальным напряжениям в зависимости от вероятности разрушения.

Для вероятностной оценки сроков службы по критерию сопротивления усталостному разрушению и для описания надежности элементов конструкций в условиях эксплуатации Я. Седлачек [75] предложил использовать статистическое описание процесса усталости при стационарном переменном нагружении, позволяющее охарактеризовать рассеяние сроков службы элементов конструкций. Для нестационарной нагруженности, описываемой фиксированной функцией распределения величин измеренных напряжений Б. Лундберг [66] предложил определять допустимые сроки службы элементов авиационных конструкций в зависимости от требований к их надежности, используя линейное суммирование повреждений и кривые усталости с вероятностной оценкой разрушающего числа циклов.

Для отображения влияния условий нестационарной нагруженности на суммирование повреждений в работах М. Кортена и Т. Доллана [57], А. Фрейдентала и Р. Хеллера [61] использована квазилинейная трактовка накопления повреждений путем введения дополнительных параметров в уравнение кривой усталости.

Рассмотрение процесса усталости как стохастического позволило Х. Б. Кордошскому [33] охарактеризовать накопление повреждений, как нелинейное, и показать связь этой нелинейности с нормально — логарифмическим распределением разрушающего числа циклов. В работах [20, 21, 44] предложена стохастическая модель усталостного процесса на основе марковских процессов и выполнен расчет функции

распределения разрушающего числа циклов при многоступенчатом блочном нагружении методом чермования матриц и методом Монте-Карло, результаты которого сопоставлены с опытными данными.

Наряду с разработкой основных закономерностей усталостного разрушения в квазистатической и кинетической постановке, в вероятностном аспекте изучаются критерии разрушения в зависимости от основных конструктивных факторов, т. е. концентрации напряжений и абсолютных размеров; при этом предполагается, что роль объемности напряженного состояния достаточно полно определяется гипотезой октаэдрических напряжений и гипотезой Мора. В работах [22, 23] на основе гипотезы слабого звена рассматриваются условия усталостного разрушения при неоднородном напряженном состоянии в квазистатической постановке. Такой подход позволяет предложить зависи-

мость параметра подобия $\frac{L}{G}$ при уста-

лостном разрушении от характерного размера L и относительного градиента основного главного напряжения $\bar{G}$ по сечению. Тем самым оказывается возможным установление зависимости функции распределения пределов выносливости от конструктивных факторов.

Методика расчетов элементов конструкций на усталость получила развитие в связи с теоретическими и экспериментальными исследованиями вероятностных условий циклического разрушения с учетом влияния конструктивных факторов и режима нагружения. Для стационарного и нестационарного переменного нагружения предложена в работе [41] статистическая трактовка запасов прочности от изменчивости несущей способности и условий нагруженности элементов конструкций. При этом используются нормальные логарифмические кривые распределения для характеристик усталости, в том числе для накопленного повреждения. В работах [42, 43] для таких же условий нагруженности осуществлен вероятностный расчет на прочность на основе закономерностей подобия и линейного суммирования повреждения с поправ-

кой на влияние формы блока. При этом сделан переход от распределения Вейбулла к логарифмически нормальному, являющемуся достаточно точным приближением, а также использованы уравнения кривых усталости в степенной форме.

Систематизация данных по статистической оценке характеристик усталости конструкционных металлов, анализ данных натурных испытаний, накопление информации об эксплуатационной нагруженности изделий способствовали использованию вероятностных методов расчета на усталость на стадии проектирования и при анализе надежности изделий в условиях эксплуатации [4, 7, 14—15, 17, 24, 29, 36, 37, 40—43].

2. Статистическая оценка расчетных характеристик сопротивления усталости деталей машин

Вывод основных уравнений

Для изучения рассеяния характеристик выносливости обычно изготавливают из металла одной плавки большую серию совершенно идентичных образцов и испытывают их на усталость в одинаковых условиях (на одной машине, при одинаковой температуре, частоте и пр.). В результате испытания серии таких образцов при одном уровне амплитуды напряжения получается значительный разброс по долговечности, особенно на образцах из высокопрочных легированных сталей. Отношение наибольшего числа циклов к наименьшему при этом может доходить до 10—100 и более, особенно при напряжениях, близких к пределу выносливости.

Частично рассеяние связано с различием условий изготовления и испытания образцов на усталость. Например, при термической обработке в разных партиях могут быть отклонения в режимах нагрева, выдержки и охлаждения. Различие в свойствах может внести механическая обработка образцов (различная заточка резцов и состояние абразивных инструментов, раз-

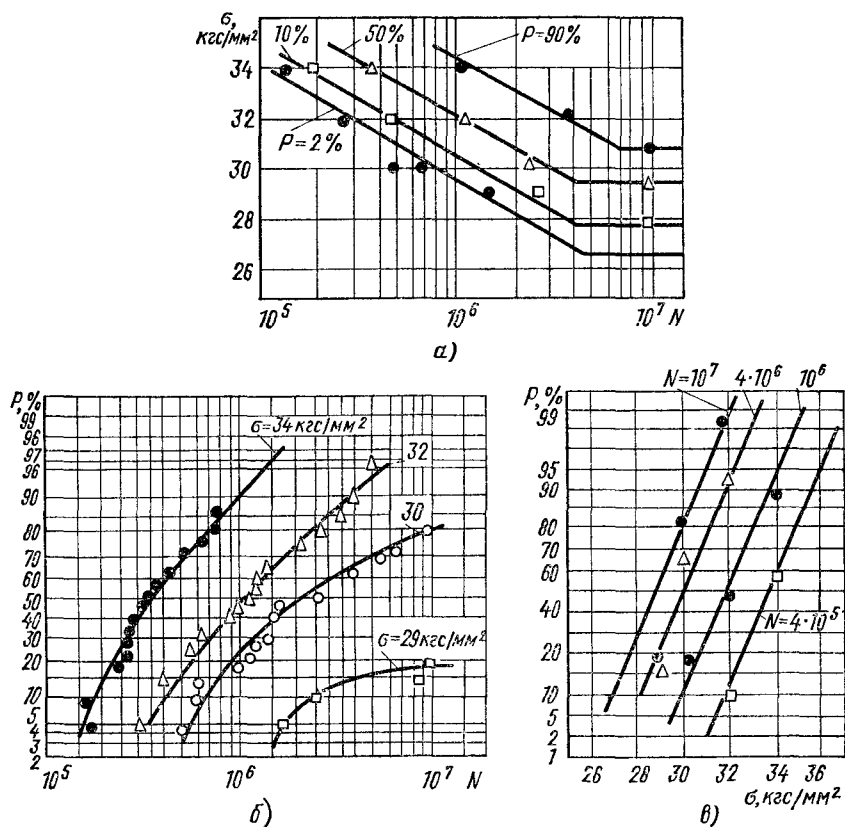


Рис. 1. Полная вероятностная диаграмма усталости гладких образцов из стали 45 диаметром 25 мм при изгибе в одной плоскости [29]

ные подачи, скорости резания и т. д.) Различие в результатах испытаний может порождаться и условиями испытания: отклонениями в размерах, в точности установки образцов в захватах, в величине нагрузки и т. п. Рассеяние результатов испытания на выносливость возникает также вследствие влияния факторов, связанных со статистической природой процесса усталостного разрушения. К таким факторам относятся микроскопические источники рассеяния, связанные с макро- и микроструктурной неоднородностью металла: в частности разные размеры, форма и ориентировка зерен, наличие различных структурных фаз, включений,

дефектов кристаллической решетки, случайные изменения в микрогеометрии и структуре поверхностного слоя и т. д.

Ввиду значительного рассеяния характеристик выносливости результаты испытаний подвергаются статистической обработке, на основании которой строится полная вероятностная диаграмма усталости, отображающая зависимость между действующим напряжением σ , числом циклов до разрушения N и вероятностью разрушения при числе циклов, меньшем или равном $NP(N)_P$ (в дальнейшем обозначаемой через P). Эта диаграмма может быть представлена или в виде семейства кривых усталости

в координатах $\sigma - N$, соответствующих различной вероятности разрушения P (рис. 1, а) или в виде кривых распределения долговечности в координатах $P - N$, соответствующих различным напряжениям σ (рис. 1, б). Те же результаты, наконец, могут быть изображены кривыми в координатах $P - \sigma$, соответствующим и различным срокам службы N (рис. 1, в).

Методика статистической обработки результатов усталостных испытаний приведена в работах [19, 16, 55, 47, 56]. Зависимости $P - \sigma$, т. е. функции распределения пределов выносливости, соответствующих различным базам испытания, имеют основное значение для расчетов на прочность.

При расчете на прочность в процессе проектирования конструктор должен располагать методом определения характеристик усталости натурной детали, соответствующих определенной вероятности разрушения, на основе некоторых характеристик применяемого материала. Проведение испытаний на усталость большого числа натурных деталей или их моделей в процессе проектирования представляется во многих случаях мало реальным ввиду больших размеров и разнообразия форм деталей и условий возникновения в них концентрации напряжений.

Для определения характеристик усталости деталей необходимо знать, как эти характеристики зависят от размера детали d , от уровня концентрации напряжений и от свойств металла при заданной вероятности разрушения.

Такие зависимости могут быть получены на основе статистической теории прочности «наиболее слабого звена» [76]. При неоднородном распределении напряжений по поперечному сечению основное уравнение этой теории имеет вид (при некоторых допущениях, изложенных в работе [22]):

$$P(\sigma_{\max}) = \begin{cases} 1 - \exp \left[- \int_{F_u}^{\sigma_{\max}} \left(\frac{\sigma - u}{\sigma_0} \right)^m dF \right] & \text{при } \sigma_{\max} \geq u \\ 0 & \text{при } \sigma_{\max} < u, \end{cases} \quad (6.1)$$

где $P(\sigma_{\max})$ — вероятность усталостного разрушения при максимальном напря-

жении; $\sigma = \sigma_{\max} f(x, y)$ — напряжение в точке поперечного сечения с координатами (x, y) ; $0 \leq f(x, y) \leq 1$; $\sigma_{\max} = \alpha_{\sigma} \sigma_{-1d}$; σ_{-1d} — предел выносливости элемента, выраженный в номинальных напряжениях; α_{σ} — теоретический коэффициент концентрации напряжений; u, σ_0, m — параметры исходного распределения. Интеграл в выражении (6.1) берется только по той части F_u поперечного сечения, в которой $\sigma \geq u$.

Рассмотрим случай плоского изгиба призматического элемента с двухсторонними надрезами, показанного на рис. 2. Эпюру распределения напряжений в зоне интегрирования (т. е. на участке $a_0 \leq x \leq a$, где $\sigma \geq u$) заменим отрезком касательной к эпюре распределения напряжений в точке, лежащей на поверхности надреза.

Уравнение касательной имеет вид:

$$\sigma = \sigma_{\max} - G(a - x), \quad (6.2)$$

где $G = \left[\frac{d\sigma}{dx} \right]_{x=0}$ — абсолютный градиент первого главного напряжения (в $\frac{\text{кгс/мм}^2}{\text{мм}}$) в точке $x = 0$, т. е. у дна надреза. Вычислим интеграл в выражении (6.1), обозначив его через J :

$$\begin{aligned} J &= \int_{F_u} \left(\frac{\sigma - u}{\sigma_0} \right)^m dF = \\ &= 2 \int_{a_0}^a \left[\frac{G(x - a_0)}{\sigma_0} \right]^m b dx = \\ &= \frac{2bG^m (a - a_0)^{m+1}}{\sigma_0^m (m+1)}. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Полагая $\sigma = u$ из уравнения (6.2) при $x = a_0$, получим

$$a - a_0 = \frac{\sigma_{\max} - u}{G}$$

(очевидно, что распространять эти выражения на случай $G = 0$ нельзя;

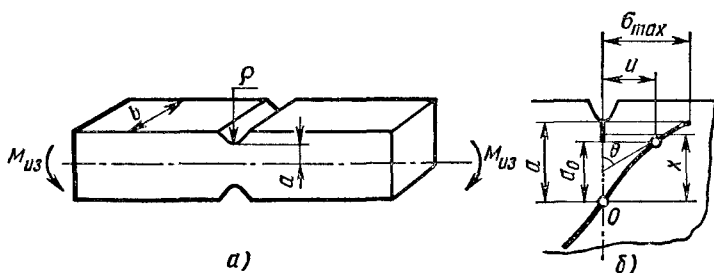


Рис. 2. Схема к выводу формулы (6.4)

однако на практике такой случай и не встречается).

Введя относительный градиент $\bar{G} = \frac{G}{\sigma_{\max}}$ и делая элементарные преобразования, получим

$$J = \frac{2b}{G} \frac{1}{m+1} \left(\frac{u}{\sigma_0} \right)^m \frac{(\xi-1)^{m+1}}{\xi},$$

где $\xi = \frac{\sigma_{\max}}{u}$. (6.4)

Это же уравнение справедливо и для случая растяжения-сжатия образца (см. рис. 2). Формулы для вычисления градиентов G для некоторых форм элементов конструкций приведены в табл. 10 гл. 11.

Для круглого элемента при изгибе с вращением или при растяжении-сжатии можно также использовать выражение (6.4), приняв $2b = \pi d$. В этом случае получим

$$J = \frac{\pi d}{G} \frac{1}{m+1} \left(\frac{u}{\sigma_0} \right)^m \frac{(\xi-1)^{m+1}}{\xi} = -2,3 \lg(1-P),$$

(6.5)

так как из выражения $P = 1 - e^{-J}$ следует, что

$$J = -2,3 \lg(1-P). \quad (6.6)$$

Выражения (6.5), (6.4) представляют собой искомые расчетные зависимости между $\sigma_{\max}$, d , $\bar{G}$ и P .

Для случая плоского изгиба круглых гладких элементов

$$J = d^2 \left(\frac{u}{\sigma_0} \right)^m \int_{\frac{1}{\xi}}^1 (\xi z - 1)^m \sqrt{1 - z^2} dz = d^2 \left(\frac{u}{\sigma_0} \right)^m J_1(\xi, m), \quad (6.7)$$

где $J_1(\xi, m)$ — интеграл, входящий в выражение для J .

Соотношение между пределами выносливости круглых гладких образцов при плоском изгибе и при изгибе с вращением получается, если выражение (6.7) приравнять выражению (6.5), положив

$$\frac{\pi d^2}{2} \left(\frac{u}{\sigma_0} \right)^m \frac{1}{m+1} \frac{(\xi_{кр} - 1)^{m+1}}{\xi_{кр}} = d^2 \left(\frac{u}{\sigma_0} \right)^m J_1(\xi_{пл}, m)$$

или

$$\frac{(\xi_{кр} - 1)^{m+1}}{\xi_{кр}} = \frac{J_1(\xi_{пл}, m) 2(m+1)}{\pi}, \quad (6.8)$$

где $\xi_{кр}$ — величина отношения $\frac{\sigma_{-1кр}}{u}$; $\sigma_{-1кр}$ — предел выносливости при изгибе круглого гладкого вращающегося образца; $\xi_{пл} = \frac{\sigma_{-1пл}}{u}$ — то же при плоском изгибе; $\sigma_{-1пл}$ — предел выносливости круглого гладкого образца при изгибе в одной плоскости.

Зависимость $\psi = \frac{\xi_{пл}}{\xi_{кр}} = \frac{\sigma_{-1пл}}{\sigma_{-1кр}}$ от $\xi_{кр}$ или $\xi_{пл}$ и m представлена на рис. 3,

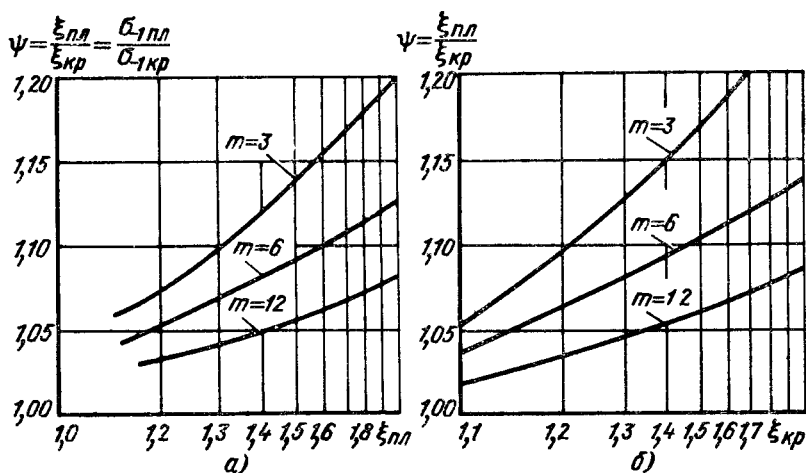


Рис. 3. Зависимость ψ от $\xi_{пл}$ и $\xi_{кр}$

из которого следует, что это отношение принимает значения 1,03—1,20, что соответствует опытным данным.

Рассмотрим теперь случай изгиба прямоугольного бруса с боковыми надрезами или центральным поперечным отверстием (к этому же случаю

относятся также детали, показанные на рис. 4).

Неравномерность распределения напряжений в указанных образцах при изгибе характеризуется двумя градиентами напряжений $G_1 = \left[\frac{\partial \sigma_1}{\partial x} \right]$ и $G_2 =$

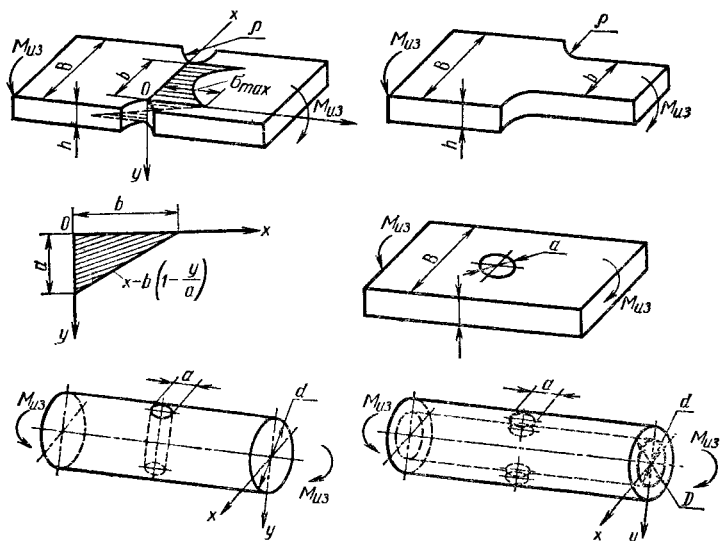


Рис. 4. Элементы с двумя градиентами первого главного напряжения

$= \left[\frac{\partial \sigma_1}{\partial y} \right]$. Значения производных берутся в точке $x = y = 0$. Положим $G_2 = \frac{2\sigma}{h}$, где G_2 — градиент по толщине и σ — напряжение на поверхности пластины в продольном сечении, соответствующем некоторому значению x .

Действительную эпюру напряжений в окрестности точки O аппроксимируем плоскостью, касательной к эпюре в данной точке. Обозначим $z = \sigma - u$.

Тогда уравнение указанной плоскости

$$z = \sigma - u = (\sigma_{\max} - u) \left(1 - \frac{x}{b} - \frac{y}{a} \right), \quad (6.9)$$

где $\sigma_{\max}$ — максимальное напряжение в зоне концентрации (в точке O); a, b — отрезки, отсекаемые плоскостью на осях Ox и Oy .

Очевидно, что h

$$b = \frac{\sigma_{\max} - u}{G_1}; \quad a = \frac{h}{2} \left(1 - \frac{u}{\sigma_{\max}} \right). \quad (6.10)$$

Интеграл J вычисляется по той области плоскости xOy (рис. 4, б), в которой $z = \sigma - u \geq 0$ (на рисунке эта область заштрихована):

$$J = \int_{F_u} \left(\frac{\sigma - u}{\sigma_0} \right)^m dF = \frac{4}{\sigma_0^m} \int_0^a \int_0^x \times (\sigma_{\max} - u)^m \left(1 - \frac{x}{b} - \frac{y}{a} \right)^m dx dy$$

или

$$J = \frac{4ab (\sigma_{\max} - u)^m}{\sigma_0^m (m+1)(m+2)}. \quad (6.11)$$

Обозначая $\xi = \frac{\sigma_{\max}}{u}$, $G_1 = \frac{G_1}{\sigma_{\max}}$ и учитывая зависимость (6.10), получаем

$$J = \frac{2h}{G_1} \left(\frac{u}{\sigma_0} \right)^m \frac{(\xi - 1)^{m+2}}{\xi^3 (m+1)(m+2)}. \quad (6.12)$$

Для практического использования целесообразно иметь соотношение, с по-

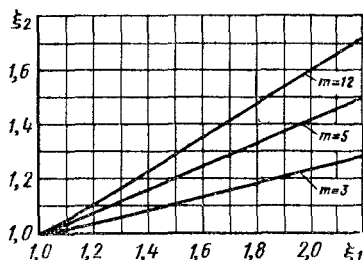


Рис. 5. Диаграмма для подсчета пределов выносливости деталей, изображенных на рис. 4.

мощью которого по функции распределения предела выносливости σ_{-1} для пластины высотой h и шириной b без концентрации напряжений можно было бы найти функцию распределения предела выносливости σ_{-1K} для пластины с нетто-сечением $h \times b$ при наличии концентрации напряжений.

$$\text{Обозначим } \xi_3 = \frac{\sigma_{\max 2}}{u} = \frac{\sigma_{-1}}{u} \text{ и } \xi_1 = \frac{\sigma_{\max 1}}{u} = \frac{\sigma_{-1K} \alpha_\sigma}{u},$$

где $\sigma_{\max 2}$ и $\sigma_{\max 1}$ — максимальные напряжения для пластин гладкой и с концентральной напряжений, соответственно.

Соотношение между ξ_2 и ξ_1 получим, приравняв правые части уравнений (6.12) и (6.4):

$$\frac{2h}{G_1} \frac{(\xi_1 - 1)^{m+2}}{\xi_1^3 (m+1)(m+2)} = \frac{2b}{G_2} \frac{1}{m+1} \times \frac{(\xi_2 - 1)^{m+1}}{\xi_2^2}, \quad (6.13)$$

$$\text{где } G_2 = \frac{2}{h}.$$

Таким образом,

$$\frac{2(\xi_1 - 1)^{m+2}}{\xi_1^3 (m+1)(m+2)} = (bG_1) \frac{1}{m+1} \times \frac{(\xi_2 - 1)^{m+1}}{\xi_2^2}. \quad (6.14)$$

Задавшись некоторым значением bG_1 , например, $bG_1 = 50$, можно вычислить $\xi_1 = f(\xi_2, m)$; графики этой функции для ряда значений m даны на рис. 5.

Аналогично могут быть получены выражения типа (6.14) для элементов с другой формой поперечного сечения.

Уравнение подобия при нормальном распределении величины $\lg(\sigma_{\max} - u)$

Уравнение (6.5) определяет семейство функций распределения пределов выносливости в форме, близкой к распределению Вейбулла—Гнеденко для элементов с различными значениями отношения $\frac{\pi d}{G}$. Использование распре-

деления Вейбулла—Гнеденко в качестве исходного в выражении (6.1) удобно с точки зрения вычисления интеграла (6.3) и получения в явном виде зависимости (6.5). Зависимость (6.5) достаточно хорошо соответствует опытным данным, что показано в работах [22, 23, 29]. Помимо функции распределения Вейбулла—Гнеденко для описания законов распределения пределов выносливости используются также другие законы, в частности нормальное распределение $\sigma_{\max}$ и $\sigma_{\max}$ [23], нормальное распределение величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ [23] (где u — минимальная граница пределов выносливости по $\sigma_{\max}$), нормальное распределение величины $\lg \frac{\sigma_{\max} - u}{\sigma_k - \sigma_{\max}}$ [49] (где σ_k — максимальная граница пределов выносливости по $\sigma_{\max}$).

Наиболее удобным, с точки зрения расчета на усталость и достаточно хорошо отвечающим опытным данным, является нормальное распределение $\sigma_{\max}$. Однако вследствие того, что с уменьшением $\pi d/G$ среднее квадратичное отклонение $S_{\sigma_{\max}}$ растет, линии, изображающие функции распределения $\sigma_{\max}$ на нормальной вероятностной бумаге в координатах $P - \sigma_{\max}$, пересекаются в области весьма малых вероятностей разрушения. Это обстоятельство противоречит представлениям о влиянии величины напряженных объемов и затрудняет непосредственное использование нормального распределения $\sigma_{\max}$.

Учитывая изложенные соображения, следует отдать предпочтение нормальному распределению величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$, как достаточно хорошо соответствующему опытным данным и

вместе в тем удобному в расчетах. При этом семейство функций распределения $\sigma_{\max}$ для образцов с различными отношениями d/G при изгибе с вращением может быть описано с помощью следующего уравнения, имеющего структуру, аналогичную структуре уравнения (6.5) [23]:

$$\lg(\sigma_{\max} - u) = A - B \lg \frac{d}{G} + u_p S, \quad (6.15)$$

где u — нижняя граница пределов выносливости по $\sigma_{\max}$ которая предполагается общей для элементов с различными отношениями d/G ; A, B — постоянные для данного материала величины; $x = \lg(\sigma_{\max} - u) = A - B \lg d/G$ — среднее значение величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$; S — среднее квадратичное отклонение величины x ; u_p — квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности разрушения P %.

Уравнение (6.15) соответствует случаю изгиба вращающегося образца круглого поперечного сечения. Для распространения указанного уравнения на другие формы поперечного сечения и другие виды нагружения представим уравнение (6.15) в виде

$$\lg(\sigma_{\max} - u) = (A + B \lg \pi) - B \lg \frac{\pi d}{G} + u_p S. \quad (6.16)$$

Обозначив $A_L = A + B \lg \pi$, $L = \pi d$, получим

$$\lg(\sigma_{\max} - u) = A_L - B \lg \frac{L}{G} + u_p S. \quad (6.17)$$

В уравнении (6.17) введен обобщенный критерий подобия усталостного разрушения $\frac{L}{G}$, где L — периметр или часть периметра рабочего сечения элемента.

При изгибе вращающихся валов или при растяжении-сжатии элементов круглого поперечного сечения $L = \pi d$.

При изгибе в одной плоскости элементов прямоугольного поперечного сечения $L = 2b$ (см. рис. 2).

Методика определения величины L при растяжении-сжатии была пояснена в гл. 3.

Для достаточно надежного определения значений постоянных u , A_L , B , S , входящих в уравнение (6.17), необходимо проведение усталостных испытаний элементов различных размеров и при различных уровнях концентрации напряжений в статистическом аспекте. Для этого надо испытать 100—200 или более элементов каждого типа и на основе этих испытаний построить полную вероятностную диаграмму усталости $P - \sigma - N$. Желательно проведение испытаний не менее 6—8 типов элементов с такими размерами и такой

формы, при которых величина $\lg \frac{L}{G}$

изменялась бы по возможности в наиболее широких пределах (например, от 0 до 3—5). По результатам испытаний с помощью методов математической статистики определяются указанные постоянные.

Если усталостные испытания элементов различных типов проводятся не в статистическом аспекте, а по обычной методике путем испытания 6—8 образцов на всю кривую усталости, то в этом случае можно приближенно полагать (с возможной погрешностью до 10—15%), что найденные значения пределов выносливости отвечают вероятности разрушения, равной 50%. По этим результатам можно получить приближенную оценку постоянных u , A_L , B (величина S в этом случае не может быть оценена). Для этого следует построить график зависимости величины $\lg(\sigma_{\max} - u)$ от $\lg L/G$ и определить значения постоянных или по методу наименьших квадратов или графически (что даст обычно весьма близкие результаты).

Величина S в уравнении (6.17) и величина $1/m$ в уравнении (6.5) определяют рассеяние значений предела выносливости, выраженного через $\sigma_{\max}$; поэтому между указанными величинами существует зависимость, которая может быть установлена на основе следующих соображений.

Из уравнения (6.17) при $u_p = 0$ и $u_p = 1$ имеем, соответственно:

$$\lg(\bar{\sigma}_{\max} - u) = A_L - B \lg \frac{L}{G};$$

$$\lg(\sigma_{\max, 1} - u) = A_L - B \lg \frac{L}{G} + S,$$

откуда

$$S = \lg \frac{\sigma_{\max, 1} - u}{\bar{\sigma}_{\max} - u},$$

где $\bar{\sigma}_{\max}$ и $\sigma_{\max, 1}$ — значения $\sigma_{\max}$, соответствующие вероятности разрушения 50% ($u_p = 0$) и 84,1% ($u_p = 1$).

Из уравнения (6.5) следует

$$\lg J_{50} = \lg C - \lg \sigma_{\max} + (m+1) \lg \times$$

$$\times (\bar{\sigma}_{\max} - u);$$

$$\lg J_{84,1} = \lg C - \lg \sigma_{\max, 1} + (m+1) \times$$

где

$$C = \frac{L}{G} \frac{1}{(m+1) \sigma_0^m}; \quad \lg J_{50} = \lg \times$$

$$\times [-2,3 \lg(1-0,5)] = -0,16;$$

$$\lg J_{84,1} = \lg [-2,3 \lg(1-0,841)] =$$

$$= 0,262.$$

Преобразуя эти уравнения получаем

$$0,422 = \lg \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{\sigma_{\max, 1}} + (m+1) \lg \times$$

$$\times \frac{\sigma_{\max, 1} - u}{\sigma_{\max} - u}.$$

Отсюда учитывая, что $\lg \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{\sigma_{\max, 1}} = -\lg(1 + v_{\sigma_{\max}})$, окончательно найдем

$$m = \frac{0,422 + \lg(1 + v_{\sigma_{\max}})}{S} - 1, \quad (6.18)$$

$v_{\sigma_{\max}} = \frac{S_{\sigma_{\max}}}{\sigma_{\max}}$ — коэффициент вариации $\sigma_{\max}$; $S_{\sigma_{\max}}$ — стандартное отклонение $\sigma_{\max}$. Для сталей обычно $V_{\sigma_{\max}} = 0,03 \div 0,07$ [23, 24] и $\lg(1 +$

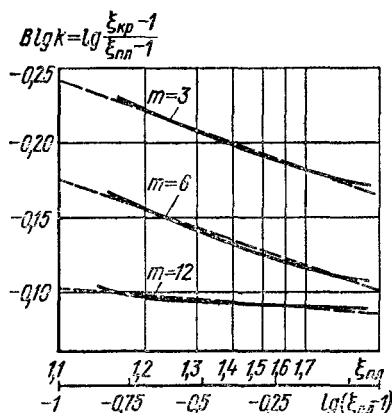


Рис. 6. Значения $B \lg K$ для подсчета пределов выносливости круглых образцов при изгибе в одной плоскости [см. зависимость (6.21)]

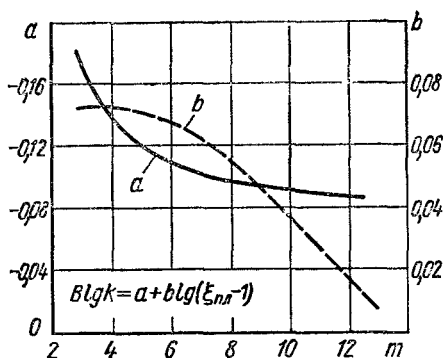


Рис. 7. Значения коэффициентов a и b при различных m

$+ v_{\sigma \max}) = 0,014 \div 0,030$. Следовательно, в среднем можно принять

$$m \approx \frac{0,44}{S} - 1. \quad (6.19)$$

На основании анализа опытных данных можно установить следующие значения величин S : для сталей $S = 0,045 \div 0,05$; для алюминиевых деформируемых сплавов $S = 0,05 \div 0,06$. Соответственно величину m можно принять равной: для сталей $m = 8 \div 9$; для легких сплавов $m = 6 \div 8$. Эти значения m можно использовать при определении величины ψ по рис. 3 или ξ_2 по ξ_1 по рис. 5.

При обработке результатов усталостных испытаний круглых образцов при изгибе в одной плоскости на основе уравнения (6.17) можно воспользоваться следующими соотношениями.

Запишем уравнение (6.17) применительно к плоскому изгибу и к изгибу при вращении в следующем виде:

$$\lg(\xi_{\text{пл}} - 1) = A_L - B \lg \frac{KL}{G} +$$

$$+ u_p S - \lg u;$$

$$\lg(\xi_{\text{кр}} - 1) = A_L - B \lg \frac{L}{G} +$$

$$+ u_p S - \lg u,$$

где $\xi_{\text{пл}}$ и $\xi_{\text{кр}}$ имеют тот же смысл, что и в уравнении (6.8); $0 < K < 1$ — коэффициент приведения, показывающий, какую часть периметра $L = \pi d$ следует взять, чтобы по уравнению (6.17) получить предел выносливости круглого образца при изгибе в одной плоскости.

Из этих уравнений следует, что

$$B \lg K = \lg \frac{\xi_{\text{кр}} - 1}{\xi_{\text{пл}} - 1}. \quad (6.20)$$

Величины $B \lg K$, найденные по графикам рис. 3, представлены на рис. 6 в зависимости от $\lg(\xi_{\text{пл}} - 1)$. Так как значения $\lg(\xi_{\text{пл}} - 1)$ для реальных деталей практически не выходят за пределы от -1 до 0 , то в указанных пределах криволинейные зависимости могут быть аппроксимированы прямыми (штриховые линии на рис. 6). Для $m = 6$ уравнение штриховой прямой имеет вид

$$B \lg K = -0,108 + 0,068 \lg(\xi_{\text{пл}} - 1). \quad (6.21)$$

Для других значений m

$$B \lg K = a + b \lg(\xi_{\text{пл}} - 1). \quad (6.22)$$

Значения коэффициентов a и b даны на рис. 7.

Описанный критерий подобия усталостного разрушения $\frac{L}{G}$ и уравнение

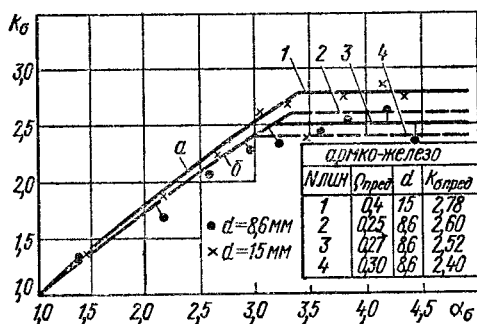


Рис. 8. Зависимость K_{σ} от α_{σ} для образцов из армко-железа [11]

(6.17) действительны только до определенных уровней концентрации напряжений.

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений K_{σ} увеличиваются с ростом α_{σ} . Однако K_{σ} увеличиваются только до некоторого предельного значения $K_{\sigma пред}$ и при дальнейшем увеличении α_{σ} остаются практически постоянными и равными $K_{\sigma пред}$. В качестве примера, на рис. 8 представлена зависимость K_{σ} от α_{σ} для образцов диаметром 8,6 и 15 мм с глубокими гиперболическими выточками, изготовленных из армко-железа. На графике видно, что достигнув некоторого значения $K_{\sigma пред}$, величины K_{σ} далее остаются практически постоянными. Линии а и б на этой фигуре построены по уравнению (6.17) при следующих значениях постоянных для армко-железа:

$u = 13$ кгс/мм²; $A_L = 1,240$; $B = 0,126$. Линия а и предельная линия 1 соответствуют образцам диаметра $d = 15$ мм; линии б, 2, 3, 4 — образцам диаметра $d = 8,6$ мм. Каждому значению $K_{\sigma пред}$ соответствует определенный предельный радиус надреза $\rho_{пред}$. Величины $\rho_{пред}$ и $K_{\sigma пред}$ для линий 1 — 4 указаны на рисунке. Для образцов диаметра 8,6 мм наиболее подходящей является предельная линия 3 которой соответствуют значения $\rho_{пред} = 0,27$ мм, $K_{\sigma пред} = 2,52$. Для образцов $d = 15$ мм (линия 1): $\rho_{пред} = 0,4$ мм,

$K_{\sigma пред} = 2,78$. Таким образом, с увеличением диаметра образцов растут величины $\rho_{пред}$ и $K_{\sigma пред}$. Область применения критерия подобия $\frac{L}{G}$ ограничена

значениями $\rho > \rho_{пред}$.

Как можно видеть на рис. 8, в этой области (линии а и б) уравнение (6.17) и критерий подобия $\frac{L}{G}$ дают хорошее количе-

ственное описание зависимости эффективных коэффициентов концентрации K_{σ} от теоретических α_{σ} .

Критерий подобия $\frac{L}{G}$ и уравнение

(6.17) являются достаточно универсальными в том смысле, что описывают с единой точки зрения влияние величины напрягаемых объемов, концентрации напряжений, формы поперечного сечения на сопротивление усталости и рассеяние характеристик выносливости, определяют соотношение между пределами выносливости при изгибе вращающихся образцов и при изгибе в одной плоскости и растяжении-сжатии и позволяют расчетным путем находить функции распределения пределов выносливости деталей, если известны величины постоянных u , A_L , B , S , входящих в уравнение (6.17).

Введем обозначения $\epsilon_{\infty} = \frac{u}{\sigma_{-1}}$, где

σ_{-1} — медианное значение предела выносливости гладкого лабораторного образца диаметром 7,5 мм из металла данной плавки при изгибе с вращением, u — параметр в уравнении (6.17).

Величина ϵ_{∞} колеблется в большинстве случаев в пределах от 0,40 до 0,6, причем изменение ϵ_{∞} в этих пределах практически не сказывается на точности в оценке пределов выносливости по уравнению (6.17) при $\lg \frac{L}{G} \leq 5 \div 6$,

имеющем наибольшее распространение в инженерной практике (при соответствующем подборе постоянных A_L и B , так как с изменением ϵ_{∞} изменяются также и эти постоянные). Вместе с тем

опытное определение величины ϵ_{∞} затруднено из-за отсутствия результатов усталостных испытаний гладких валов весьма больших сечений.

Указанное обстоятельство позволяет в первом приближении принять для всех сталей, деформируемых алюминиевых и магниевых сплавов, а также для чугуна с шаровидным графитом $\epsilon_{\infty} = 0,5$, что существенно упрощает использование на практике уравнения (6.17). Представим уравнение (6.17) в виде

$$\lg(\xi - 1) = A_L - \lg u - B \lg \frac{L}{G} + u_P S, \quad (6.23)$$

$$\text{где } \xi = \frac{\sigma_{\max}}{u}; \quad u = \epsilon_{\infty} \bar{\sigma}_{-1} = 0,5 \bar{\sigma}_{-1}.$$

Для гладкого лабораторного вращающегося образца диаметром $d_0 = 7,5$ мм при изгибе $\lg \frac{L}{G} = \lg \frac{\pi d_0^2}{2} = 1,946$;

$$\sigma_{\max} = \bar{\sigma}_{-1}; \text{ следовательно, } \lg(\xi - 1) = \lg \left(\frac{\bar{\sigma}_{-1}}{0,5 \bar{\sigma}_{-1}} - 1 \right) = 0.$$

Введя обозначение $B = v_{\sigma}$, уравнение (6.23) можно представить в виде

$$\lg(\xi - 1) = -v_{\sigma} \left(\lg \frac{L}{G} - 1,946 \right) + u_P S. \quad (6.24)$$

Постоянная A_L , входящая в уравнение (6.17), связана с новой постоянной величиной v_{σ} и величиной $\bar{\sigma}_{-1}$ соотношением

$$A_L = 1,946 v_{\sigma} + \lg(0,5 \bar{\sigma}_{-1}), \quad (6.25)$$

где $\bar{\sigma}_{-1}$ — медианное значение предела выносливости гладкого лабораторного образца диаметра 7,5 мм из металла данной плавки; $1,946 = \lg L/\bar{G}$ — для лабораторного образца без концентрации напряжений диаметр $d = 7,5$ мм, так как в этом случае $\frac{L}{G} = \frac{\pi d^2}{2} = 88,3$.

$$\text{Подставим в равенство (6.24) } \xi = \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{u} = \frac{\sigma_{-1d} \alpha_{\sigma}}{0,5 \cdot \bar{\sigma}_{-1}} \text{ и } \lg \frac{L}{G} = 1,946,$$

при $u_P = 0$, получим

$$\frac{\bar{\sigma}_{-1d} \alpha_{\sigma}}{\sigma_{-1}} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{1}{88,3} \frac{L}{G} \right)^{-v_{\sigma}} \right] = F \left(\frac{L}{G}, v_{\sigma} \right), \quad (6.26)$$

где $\bar{\sigma}_{-1d}$ — медианное значение предела выносливости натурной детали из металла данной плавки.

Графики функции $F \left(\frac{L}{G}, v_{\sigma} \right)$ от $\frac{L}{G}$ и v_{σ} , определяемой уравнением (6.26) представлены на рис. 25 гл. 3.

Вместо трех постоянных u , A_L , B , входящих в уравнение (6.17), мы теперь имеем три постоянные $\bar{\sigma}_{-1}$, ϵ_{∞} , v_{σ} , содержащиеся в уравнении (6.26), одну из которых ϵ_{∞} принимаем общей для определенной группы металлов (например, для сталей, деформируемых алюминиевых и магниевых сплавов и чугунов с шаровидным графитом $\epsilon_{\infty} = 0,5$). Постоянная v_{σ} характеризует степень чувствительности материала к концентрации напряжений и размерам.

Для гладких элементов (без концентрации напряжений) $\alpha_{\sigma} = 1$, $\sigma_{-1d} = \sigma_{-1}$, где σ_{-1d} — предел выносливости гладкого элемента диаметром d . Тогда коэффициент влияния размеров $\epsilon_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}}$ из уравнения (6.26) запишем в виде

$$\epsilon_{\sigma} = F \left[\left(\frac{L}{G} \right)_{\text{гл}}, v_{\sigma} \right]. \quad (6.27)$$

Для гладких круглых вращающихся образцов при изгибе $\left(\frac{L}{G} \right)_{\text{гл}} = \frac{\pi d^2}{2}$.

Уравнение (6.26) хорошо описывает также влияние концентрации напряжений.

Обозначим через $K'_{\sigma d} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1d}} = \frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}$ коэффициент, учитывающий суммарное влияние концентрации напряжений и масштабного фактора, и через $K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1}}$ — эффективный коэффициент концентрации напряжений для детали диаметром d .

Из уравнения (6.26) непосредственно следует

$$K'_{GD} = \frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} = \frac{\alpha_{\sigma}}{0,5 \left[1 + \left(\frac{1}{88,3} \frac{L}{G} \right)^{v_{\sigma}} \right]} = \frac{\alpha_{\sigma}}{F \left(\frac{L}{G}, v_{\sigma} \right)}. \quad (6.28)$$

С учетом выражения (6.27), получим

$$K_{\sigma} = K'_{GD} \epsilon_{\sigma} = \frac{\alpha_{\sigma} F \left[\left(\frac{L}{G} \right)_{г\lambda}, v_{\sigma} \right]}{F \left(\frac{L}{G}, v_{\sigma} \right)}, \quad (6.29)$$

где $\left(\frac{L}{G} \right)_{г\lambda} = \frac{\pi d^2}{2}$ — значение $\frac{L}{G}$ для гладкого элемента такого же диаметра, как и у натурной детали; значение L/G , стоящее в знаменателе выражения (6.29), соответствует натурной детали.

Пологая в уравнении (6.17) $\sigma_{\max} = 2\tau_{\max}$, $u = 2u_{\tau}$, и, рассуждая также, как и при выводе уравнения (6.26) получаем зависимость для касательных напряжений

$$\frac{\bar{\tau}_{-1\lambda}}{\bar{\tau}_{-1}} \alpha_{\tau} = 0,5 \left[1 + \left(\frac{1}{88,3} \frac{L}{G_{\tau}} \right)^{-v_{\tau}} \right] = F \left(\frac{L}{G_{\tau}}, v_{\tau} \right), \quad (6.30)$$

где $\bar{\tau}_{-1\lambda}$, $\bar{\tau}_{-1}$ — медианные значения пределов выносливости натурной детали и гладкого лабораторного образца диаметром 7,5 мм, из металла данной плавки, соответственно; α_{τ} , G_{τ} — теоретический коэффициент концентрации и относительный градиент касательного напряжения у дна надреза при кручении, соответственно.

Как показывают опытные данные, значение v_{τ} в уравнении (6.30) отличается от значения v_{σ} в уравнении (6.26) $v_{\tau} = (1,5 \div 2,0) v_{\sigma}$. Функция $F \left(\frac{L}{G_{\tau}}, v_{\tau} \right)$, определяемая уравнением (6.30), совпадает с соответствующей функцией определяемой по уравнению (6.26)

и характеризует влияние концентрации напряжений и масштабного фактора при знакопеременном кручении. Формулы (6.27), (6.28), (6.29) справедливы и при кручении с заменой σ на τ . Например, формула (6.29) переходит в следующую:

$$K_{\tau} = \frac{\alpha_{\tau} F \left[\left(\frac{L}{G_{\tau}} \right)_{г\lambda}, v_{\tau} \right]}{F \left(\frac{L}{G_{\tau}}, v_{\tau} \right)}. \quad (6.31)$$

Соответствие уравнений (6.24) — (6.31) опытным данным показано в работах [9, 11, 23, 28, 29].

Для некоторых материалов, например для магниевого литейного сплава, значение $\epsilon_{\infty} = 0,5$ может оказаться завышенным.

$$\text{В этом случае } \xi = \frac{\sigma_{\max}}{u} = \frac{\sigma}{\epsilon_{\infty} \sigma_{-1}}.$$

Уравнения (6.24) и (6.26) переходят в уравнения

$$\lg(\xi - 1) - \lg \left(\frac{1}{\epsilon_{\infty}} - 1 \right) = -v_{\sigma} \left(\lg \frac{L}{G} - 1,946 \right)$$

и

$$\frac{\bar{\sigma}_{-1\lambda}}{\bar{\sigma}_{-1}} \alpha_{\sigma} = \epsilon_{\infty} + (1 - \epsilon_{\infty}) \left(\frac{1}{88,3} \frac{L}{G} \right)^{-v_{\sigma}} = F \left(\frac{L}{G}, v_{\sigma}, \epsilon_{\infty} \right). \quad (6.32)$$

При значении $\epsilon_{\infty} = 0,5$ уравнение (6.32) переходит в уравнение (6.26).

Рассмотрим, в качестве примера, определение постоянных, входящих в уравнение (6.17), для стали 40X ($\sigma_b = 202 \text{ кгс/мм}^2$). В работах [11, 29] приведены результаты испытаний при изгибе с вращением круглых образцов гладких и с глубокими гиперболическими надрезами (всего 8 типов). Размеры образцов, а также значения α_{σ} , G и $\lg L/G$ приведены в табл. 1. На рис. 9 на нормальной вероятностной бумаге представлены функции распределения долговечности при различных значениях $\sigma_{\max}$; при каждом уровне напряжений испытывалось по 20—25 образцов (для образцов № 4

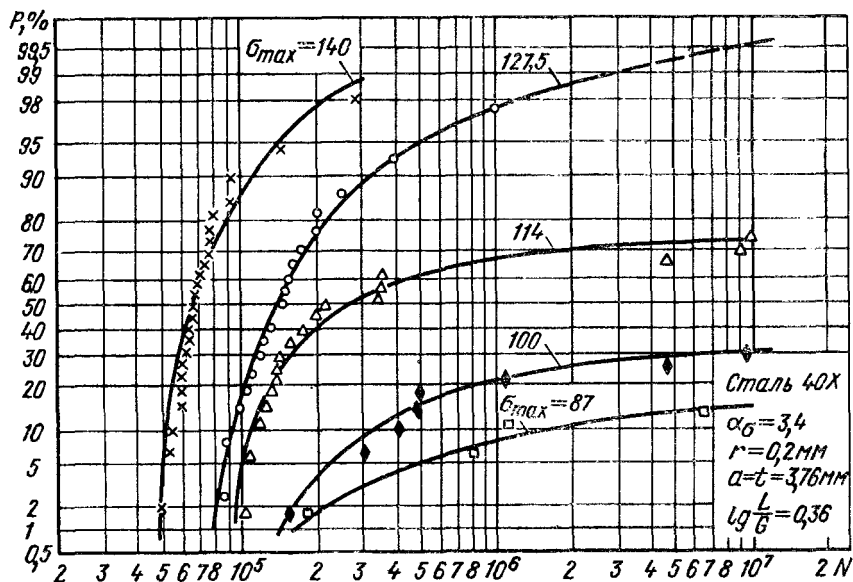


Рис. 9. Функции распределения долговечности образцов с глубокими гиперболическими надрезами из стали марки 40X при изгибе с вращением [11]

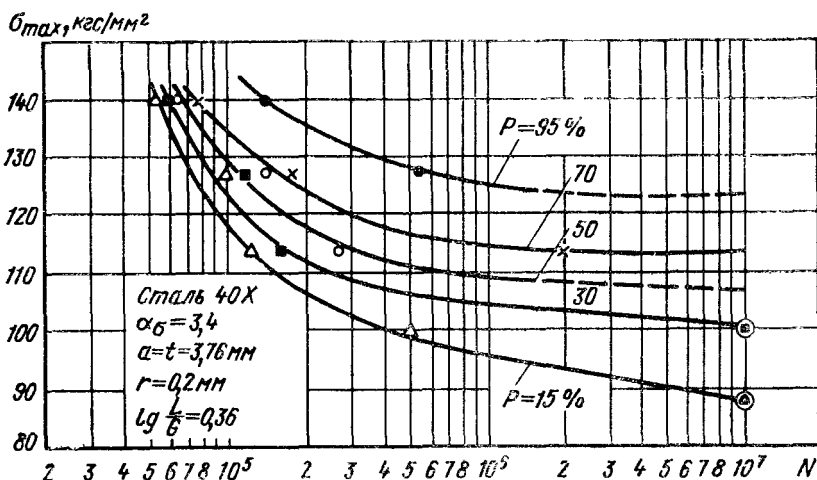
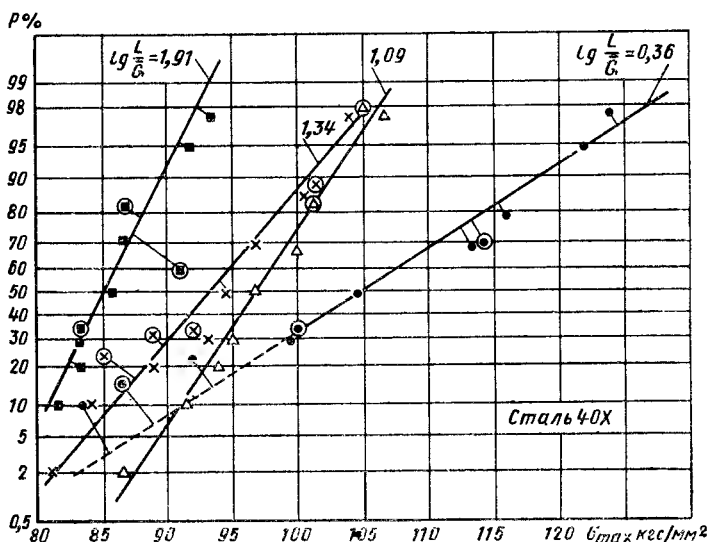
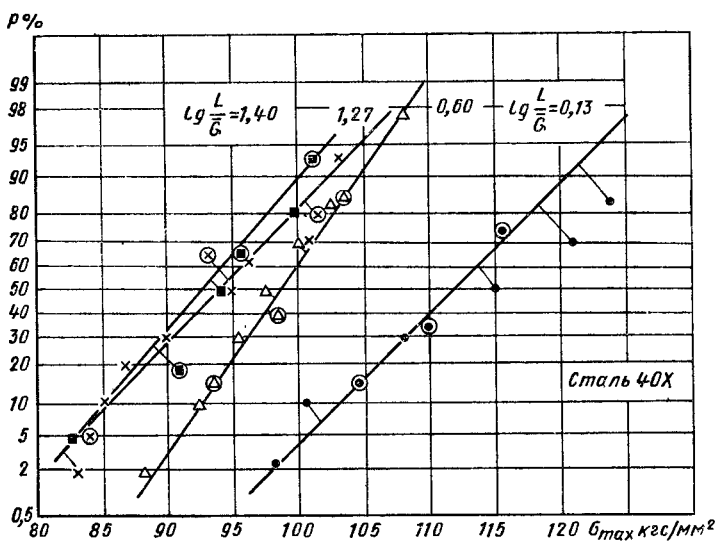


Рис. 10. Кривые усталости, соответствующие различным вероятностям разрушения образцов из стали марки 40X при изгибе с вращением



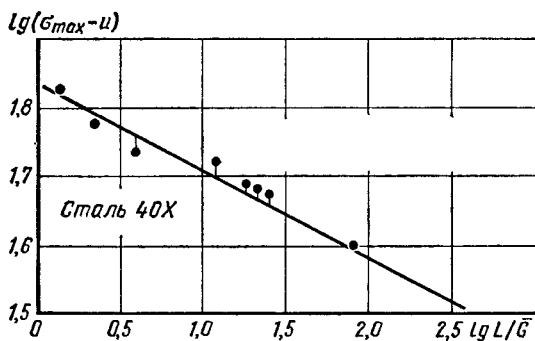


Рис. 13. Зависимость величин $\lg(\sigma_{\max} - u)$ от $\lg \frac{L}{G}$ для образцов из стали марки 40X на базе 10^7 циклов ($\sigma_{\max}$ — значение $\sigma_{\max}$, соответствующее вероятности разрушения 50%)

с надрезом $\alpha_\sigma = 3,4$, $d = 7,52$ мм). Из рис. 9 следует, что рассеяние долговечности у высокопрочных сталей весьма велико. По данным рис. 9 строится семейство кривых усталости, соответствующих различной вероятности разрушения в координатах $\sigma - N$ (рис. 10).

Аналогичные полные вероятностные диаграммы усталости $P - \sigma - N$ могут быть построены и для образцов остальных типов, указанных в табл. 1. По рис. 9 и 10 на нормальной вероятностной бумаге строятся графики функций распределения $\sigma_{\max}$, показанные на рис. 11 и 12. Значение $\sigma_{\max}$, отвечающее вероятности разрушения 50% (медианное значение) для образца данного типа получается равным 105 кгс/мм^2 .

Величины $\bar{\sigma}_{\max}$, найденные таким способом для образцов всех типов, представлены в табл. 1. По величинам $\bar{\sigma}_{\max}$ (табл. 1) построена зависимость

$\lg(\bar{\sigma}_{\max} - u)$ от $\lg \frac{L}{G}$ при $u = 42 \text{ кгс/мм}^2$, приведенная на рис. 13. Эта зависимость может быть принята за линейную, что согласуется с уравнением (6.17) при $u_p = 0$.

На рис. 14 приведены графики функции распределения величин $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ для образцов указанных типов. Линии проведены по уравнению (6.17) при следующих значениях постоянных: $u = 42 \text{ кгс/мм}^2$; $A_L = 1,85$; $B = 0,11$; $S = 0,045$. Эти постоянные выбираются таким образом, чтобы точки на рис. 14 имели наименьшее отклонение от линий и, кроме того, чтобы сами линии для образцов различных типов были бы параллельны, так как согласно уравнению (6.17) величина S не зависит от $\lg \frac{L}{G}$. При определении постоянных может быть использован метод наименьших квадратов.

Таблица 1

Параметры образцов и результаты усталостных испытаний образцов из стали 40X при изгибе с вращением

№ по пор.	d, мм	ρ , мм	α_σ	$\bar{G}$, 1/мм	$\lg \frac{L}{G}$	$\bar{\sigma}_{\max}$, кгс/мм ²	$\bar{\sigma}_{\max} P$, кгс/мм ²	δ , %
1	7,52	75,0	1,0	0,29	1,91	85	85,6	+0,7
2	7,52	2,0	1,46	1,27	1,27	94	93,3	-0,6
3	7,52	1,22	1,67	1,91	1,09	97	95,7	-1,2
4	7,52	0,2	3,4	10,27	0,36	105	105	0
5	8,6	2,05	1,5	1,23	1,34	93,5	92,8	-0,7
6	8,6	0,1	5,0	20,23	0,13	112	109	-2,7
7	13,0	1,345	2,0	1,64	1,40	92,5	92,5	0
8	15,0	0,169	5,0	11,97	0,60	99	101,5	+2,6

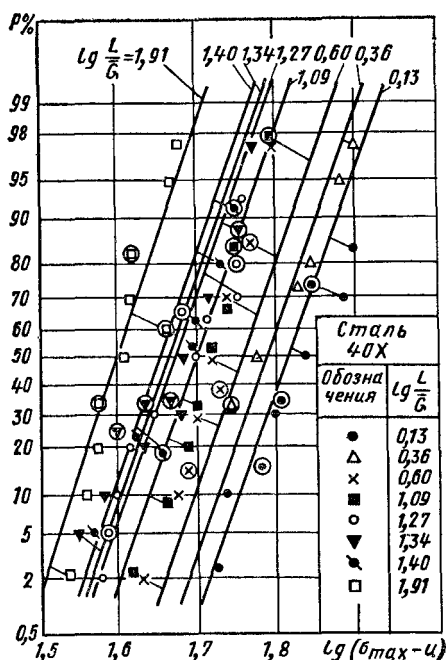


Рис. 14. Функции распределения величин $\lg(\sigma_{\max} - u)$ для образцов из стали марки 40X с различными значениями $\lg \frac{L}{G}$

В табл. 1 приведены также значения $\sigma_{\max P}$, найденные по зависимости (6.17) при указанных выше значениях постоянных и соответствующие ординатам точек линий, проведенной на рис. 13 при заданных значениях $\lg \frac{L}{G}$. Величины

$$\delta = \frac{\bar{\sigma}_{\max P} - \bar{\sigma}_{\max}}{\bar{\sigma}_{\max}} 100\%$$

характеризуют отклонение расчетных значений $\bar{\sigma}_{\max P}$ от экспериментальных, т.е. характеризуют точность уравнения (6.17). Величины отклонения δ (см. табл. 1) не превышают 3%.

Из уравнения (6.17) можно найти медианное значение предела выносливости гладкого лабораторного об-

разца $\bar{\sigma}_{-1}$, положив $\lg L/G = 1,946$ и $\sigma_{\max} = \sigma_{-1}$. В результате расчета получим $\bar{\sigma}_{-1} = 84$ кгс/мм². Приняв $u = 0,5 \bar{\sigma}_{-1} = 42$ кгс/мм² и вычислив по данным табл. 1 значения $\xi = \frac{\sigma_{\max}}{u}$ и $\lg(\xi - 1)$, можно построить график зависимости $\lg(\xi - 1)$ от $\lg L/G$ (рис. 15).

По рис. 15 определяется величина v_{σ} , входящая в уравнение (6.24). В данном случае $v_{\sigma} = 0,11$.

Аналогичная обработка результатов усталостных испытаний образцов различных конструктивных материалов, проведенных в статистическом аспекте в работах [11, 27—29, 48, 49], позволила установить значения постоянных σ_{-1} , v_{σ} и S , входящих в уравнение (6.24) (см. гл. 11). По уравнению (6.24) и по данным таблицы v_{σ} можно рассчитать функции распределения пределов выносливости натурной детали, если известны величины α_{σ} и G .

Чтобы оценить статистическую погрешность в определении медианных значений пределов выносливости по уравнению (6.24) по всем данным были вычислены отклонения

$$\delta = \frac{\sigma_{-1д} - \sigma_{-1др}}{\sigma_{-1др}} 100\%,$$

где $\sigma_{-1др}$, $\sigma_{-1д}$ — пределы выносливости натурной детали, полученные расчетом и экспериментально, соответственно (использованы результаты многих

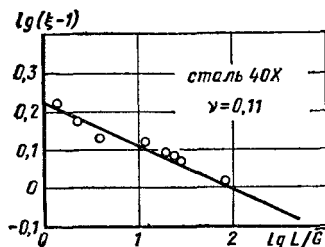


Рис. 15. Зависимость $\lg(\xi - 1)$ от $\lg \frac{L}{G}$ для образцов из стали 40X при изгибе с вращением

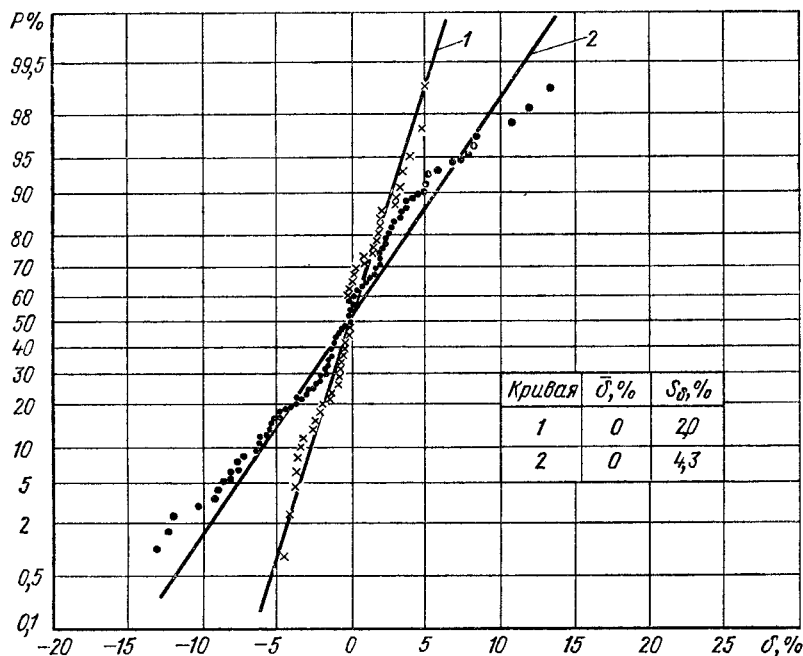


Рис. 16. Функции распределения ошибки δ : 1 — испытания в статистическом аспекте; 2 — испытания стандартные на ограниченном числе образцов

исследований [8, 11, 18, 23, 29, 48, 49]; другие источники указаны в работах [23, 29)).

Медианные значения пределов выносливости $\bar{\sigma}_{-1}$ и величины u , которые использовали в расчетах по уравнению (6.24), находили следующим образом.

Вначале по величине σ_1 , найденной экспериментально, определяли значение u' по формуле $u' = 0,5 \sigma_1$. Затем по экспериментальным данным находили значение $\lg(\sigma_{\max} - u')$ и $\lg L/\bar{G}$ и строили зависимость между ними. По осредненной зависимости определяли значение σ_1 (для $\lg L/\bar{G} = 1,946$) и $u = 0,5 \sigma_1$. Такой способ позволяет практически исключить случайные ошибки в определении σ_1 , которые при обычном методе испытаний (при использовании 6—8 образцов на кривую усталости) могут доходить до 10% и более. Далее определяли

значения $\xi = \frac{\sigma_{\max}}{u}$ и строили корреляционные зависимости $\lg(\xi - 1)$ от $\lg L/\bar{G}$, по которым находили значения v_{σ} .

Величины отклонений δ объединяли в две группы: 1) для данных, полученных обычным способом на ограниченном числе образцов; 2) для данных, полученных в статистическом аспекте. Эмпирические функции распределения величин $\delta, \%$ нанесены на нормальной вероятностной бумаге на рис. 16, из которого следует, что среднее квадратичное отклонение ошибки S_{δ} в первом случае составляет 2%, во втором — 4,3%. Средняя ошибка δ в обоих случаях равна нулю, т. е. систематических ошибок уравнение (6.24) не дает.

Из рис. 16 видно также, что с вероятностью 95% абсолютное значение ошибки $|\delta|$ не превышает 8% во втором случае и 4% — в первом, что соизме-

римо с погрешностью эксперимента. При подсчетах величин δ использовались значения σ_{-1} и σ_0 , приведенные в гл. 11.

Таким образом, уравнения подобия усталостного разрушения могут быть рекомендованы для определения пределов выносливости натурных деталей в практических расчетах.

Определение коэффициентов вариации пределов выносливости деталей машин

Уравнение (6.26) позволяет вычислить медианное значение предела выносливости детали, а уравнения (6.17) или (6.24) — построить функцию распределения пределов выносливости детали натурных размеров, если известны значения величин α_σ и $\bar{G}$, зависящих от распределения напряжений. Согласно уравнению (6.17) эта функция распределения описывается нормальным законом распределения величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$. Однако существенное упрощение расчета получается, если нормальный закон распределения величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ аппроксимировать нормальным законом распределения $\sigma_{\max}$. При этом различие в значениях вероятности разрушения, подсчитанных по исходному и по приближенному законам настолько невелико, что им можно пренебречь. Аппроксимация осуществляется так, чтобы совпадали медианные значения $\bar{\sigma}_{\max}$ в том и другом распределении, и значения, отвечающие квантилю $u_p = -2$ (рис. 17). Линия 1 на рис. 17 соответствует нормальному распределению величины $x = \lg(\sigma_{\max} - u)$ для стали 45 согласно уравнению (6.17) при $\lg L/\bar{G} = 2,0$; $u = 26,3$ кгс/мм²; $A_L = 1,724$; $B = 0,30$. Прямая 2, соответствующая нормальному распределению величины $\sigma_{\max}$, проведена через точки а и б, отвечающие квантелям $u_p = 0$ и $u_p = -2$. Расхождение между линиями 1 и 2 получается заметным лишь при $u_p < (-6) - (-5)$, т. е. в области, которая практически не влияет на вероятность разрушения. При больших величинах $\lg L/\bar{G}$ расхождения оказы-

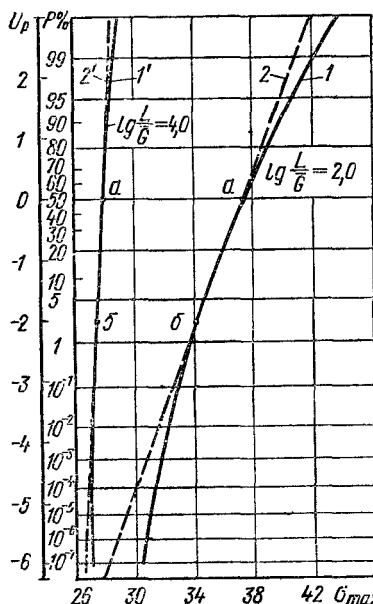


Рис. 17. Аппроксимация нормального закона распределения величины $\lg(\sigma_{\max} - u)$ нормальным законом распределения $\sigma_{\max}$

ваются еще меньшими, что следует из сравнения линий 1' и 2', построенных для $\lg L/\bar{G} = 4$.

Параметры введенного нормального распределения $\sigma_{\max}$ определяются следующим образом: медианное значение $\sigma_{\max}$, обозначаемое далее через $\bar{\sigma}_{\max}$, получается из соотношения (6.17) при $u_0 = 0$):

$$\bar{\sigma}_{\max} = u + 10^{A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}}} \quad (6.33)$$

Для определения стандартного отклонения найдем значение $\sigma_{\max}$, отвечающее квантилю $u_p = -2$ (обозначаемое далее через $\sigma'_{\max}$):

$$\lg(\sigma'_{\max} - u) = A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}} - 2S \quad (6.34)$$

или

$$\sigma'_{\max} = u + 10^{A_L - B \lg \frac{L}{\bar{G}} - 2S} \quad (6.35)$$

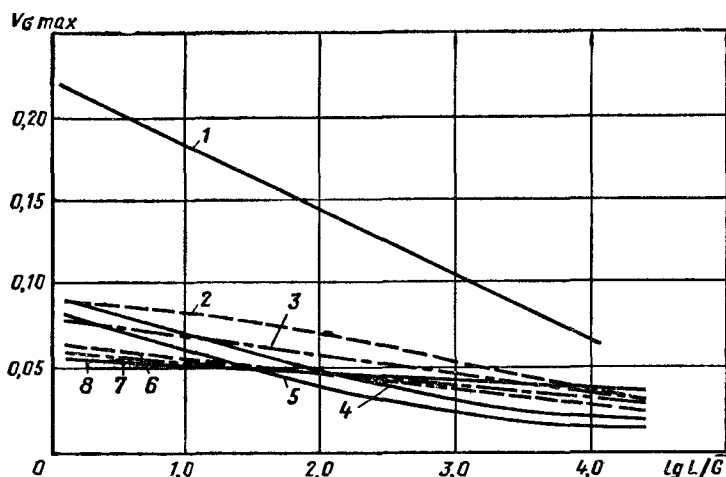


Рис. 18. Коэффициенты вариации $v_{\sigma_{max}}$: 1—МЛ-5; 2—Д16Т; 3—АВТ; 4—сталь 45; 5—ВМ65-1; 6—АД33; 7—сталь 40Х; 8—сталь 45

Таким образом, стандартное отклонение и коэффициент вариации введенного нормального распределения величины σ_{max}

$$S_{\sigma_{max}} = \frac{1}{2} (\bar{\sigma}_{max} - \sigma'_{max}) = \frac{1 - 10^{-2S}}{2} \cdot 10^{A_L - B \lg \frac{L}{G}}; \quad (6.36)$$

$$v_{\sigma_{max}} = v_{\sigma_{1d}} = \frac{S_{\sigma_{max}}}{\sigma_{max}} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{u}{\bar{\sigma}_{max}}\right) (1 - 10^{-2S}); \quad (6.37)$$

или

$$v_{\sigma_{max}} = \frac{(1 - 10^{-2S}) \cdot 10^q}{2(u + 10^q)}, \quad (6.38)$$

где $q = A_L - B \lg \frac{L}{G}$, или с учетом выражений (6.23) — (6.25)

$$q = 1,946 v_{\sigma} + \lg(\epsilon_{\infty} \bar{\sigma}_{-1}) - v_{\sigma} \lg \frac{L}{G}. \quad (6.39)$$

Графики зависимости (6.38) для разных материалов представлены на рис. 18. Из рис. 18 видно, что коэф-

фициенты вариации пределов выносливости уменьшаются с увеличением $\lg L/G$.

Для сталей при $\epsilon_{\infty} = 0,5$ можно принять $S = 0,045 \div 0,05$; для алюминиевых деформируемых сплавов $S = 0,05 \div 0,06$; для магниевых деформируемых сплавов $S = 0,05$, для магниевых литейных сплавов МЛ5 (при $\epsilon_{\infty} = 0,4$) $S = 0,16$.

Коэффициент вариации $v_{\sigma_{max}}$ характеризует рассеяние пределов выносливости деталей, изготовленных из металла одной плавки и не имеющих отклонений размеров от номинальных. Это рассеяние порождается статистической природой процесса усталости металла, связанной со структурной неоднородностью (наличием различных фаз, включений, искажений кристаллической решетки и т. д.).

На рассеяние пределов выносливости деталей серийно-изготавливаемых машин помимо указанного фактора влияют еще межплавочное рассеяние механических свойств, отклонение фактических размеров деталей от номинальных и отклонения в параметрах технологических процессов.

Влияние межплавочного рассеяния механических свойств металла учитывается с помощью коэффициента вари-

ации $\bar{\sigma}_{-1}$ — медианных значений пределов выносливости гладких лабораторных образцов диаметром 7,5 мм. Вариации рассматриваются на совокупности всех плавок металла данной марки.

Если обозначить через $\bar{\sigma}_{-1i}$ значение $\bar{\sigma}_{-1}$ для i -й плавки, то среднее значение $\bar{\sigma}_{-1}$, стандартное отклонение $S_{\bar{\sigma}_{-1}}$ и коэффициент вариации $v_{\bar{\sigma}_{-1}}$ величины $\bar{\sigma}_{-1}$ определяются по формулам

$$\bar{\sigma}_{-1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{\sigma}_{-1i}; \quad (6.40)$$

$$S_{\bar{\sigma}_{-1}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\sigma}_{-1i} - \bar{\sigma}_{-1})^2}; \quad (6.41)$$

$$v_{\bar{\sigma}_{-1}} = \frac{S_{\bar{\sigma}_{-1}}}{\bar{\sigma}_{-1}}. \quad (6.42)$$

Если прямых данных по межплавочному рассеянию величин σ_{-1} нет, то учитывая практически линейную зависимость между пределами выносливости и пределами прочности металла в первом приближении можно положить, что $v_{\bar{\sigma}_{-1}} \cong v_{\sigma_B}$, где v_{σ_B} — коэффициент вариации предела прочности металла на совокупности всех плавок металла данной марки. Обычно $v_{\sigma_B} = 0,05 \div 0,10$ [30—31].

Влияние отклонений фактических размеров деталей (особенно в зонах концентрации напряжений) от номинальных (в пределах допусков) учитывается с помощью коэффициента вариации v_{α_σ} теоретического коэффициента концентрации α_σ .

Относительные колебания основных размеров деталей (например, диаметров валов) невелики, и, как показывают расчеты, ими можно пренебречь при оценке v_{α_σ} .

Основное влияние на величину v_{α_σ} оказывают случайные колебания радиусов кривизны в зоне концентрации напряжений ρ , которые можно охарактеризовать коэффициентами вариации v_ρ . Значения этих коэффициентов следует определять по результатам изме-

рения достаточно больших выборок деталей (не менее 30—50).

Допустим, что в результате n измерений получены следующие значения радиусов ρ : $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_i, \dots, \rho_n$.

Среднее значение $\bar{\rho}$ и среднее квадратичное отклонение S_ρ радиуса кривизны ρ находят по формулам

$$\bar{\rho} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho_i; \quad (6.43)$$

$$S_\rho = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\rho_i - \bar{\rho})^2} \quad (6.44)$$

и коэффициент вариации v_ρ — по формуле $v_\rho = \frac{S_\rho}{\bar{\rho}}$.

Как показывают, например, результаты измерений 150 болтов, коэффициенты вариации радиусов перехода от тела болта к головке и закругления первого витка резьбы составляют, соответственно, $v_{\rho_1} = 0,072$ и $v_{\rho_2} = 0,149$ [24].

Зависимость α_σ от ρ может быть представлена функцией

$$\alpha_\sigma = \varphi(\rho). \quad (6.45)$$

Для вычисления математического ожидания и дисперсии функции $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_k)$ от k случайных величин $x_1, x_2, \dots, x_k$, далее используются следующие приближенные формулы, известные из курса математической статистики [16, 55]:

$$M\{\varphi(x_1, x_2, \dots, x_k)\} \cong \varphi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k); \quad (6.46)$$

$$\begin{aligned} D\{\varphi(x_1, x_2, \dots, x_k)\} &\cong \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1}\right)^2 \times \\ &\times D\{x_1\} + \dots + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_k}\right)^2 D\{x_k\} + \\ &+ 2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \text{Cov}\{x_1 x_2\} + \dots + \\ &+ 2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_{k-1}} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} \text{Cov}\{x_{k-1}, x_k\}, \end{aligned} \quad (6.47)$$

где $\xi_i = M\{x_i\}$ и $D\{x_i\}$ — математическое ожидание и дисперсия случайной величины x_i , соответственно; $\text{Cov}\{x_i, x_j\}$ — ковариация случайных

величин x_i и x_j . Производные в формуле (6.47) берутся при значении аргументов $x_i = \xi_i$ ($i = 1, 2, \dots, k$).

Применим формулу (6.47) для определения дисперсии величины α_σ :

$$D\{\alpha_\sigma\} = \left(\frac{\partial \rho}{\partial \rho}\right)^2 D\{\rho\}$$

или

$$S_{\alpha_\sigma} = \left| \frac{\partial \rho}{\partial \rho} \right|_0 S_\rho, \quad (6.48)$$

где $S_{\alpha_\sigma} \sqrt{D\{\alpha_\sigma\}}$, $S_\rho \sqrt{D\{\rho\}}$ — средние квадратичные отклонения величин α_σ и ρ .

Коэффициент вариации v_{α_σ} определяется из выражения (6.48):

$$\frac{S_{\alpha_\sigma}}{\alpha_\sigma} = v_{\alpha_\sigma} \approx \left| \frac{d\rho}{d\rho} \right|_0 \frac{\bar{\rho}}{\alpha_\sigma} \cdot v_\rho, \quad (6.49)$$

где $\bar{\alpha}_\sigma$ — среднее значение α_σ , соответствующее $\rho = \bar{\rho}$; $\left| \frac{d\rho}{d\rho} \right|_0$ — абсолютное значение производной, которое берется при средних значениях определяющих параметров.

Для приближенного определения производной в выражении (6.49) можно осуществить линейную аппроксимацию функции (6.45) в окрестности заданных значений параметров, используя уравнение прямой, проходящей через две точки:

$$\frac{\alpha_\sigma - \alpha_{\sigma_1}}{\alpha_{\sigma_2} - \alpha_{\sigma_1}} = \frac{\frac{\rho}{d} - \left(\frac{\rho}{d}\right)_1}{\left(\frac{\rho}{d}\right)_2 - \left(\frac{\rho}{d}\right)_1}, \quad (6.50)$$

где ρ/d — заданное значение отношения параметров ρ и d (вместо ρ/d может быть ρ/t и т. п.); $\left(\frac{\rho}{d}\right)_2 > \frac{\rho}{d}$ и $\left(\frac{\rho}{d}\right)_1 < \left(\frac{\rho}{d}\right)$ значения отношений ρ/d , близкие к заданному значению; α_{σ_2} , α_{σ_1} — значения α_σ , соответствующие $\left(\frac{\rho}{d}\right)_2$ и $\left(\frac{\rho}{d}\right)_1$.

Суммарный коэффициент вариации предела выносливости натурной детали $v_{\sigma-1d}$ с учетом внутри- и межплавочного рассеяния механических свойств материала и отклонений фактических раз-

меров от номинальных может быть найден следующим образом.

Определяя из уравнения (6.32) величину $\bar{\sigma}_{-1d}$ и логарифмируя, получим

$$\ln \bar{\sigma}_{-1d} = \ln \bar{\sigma}_{-1} + \ln F - \ln \alpha_\sigma, \quad (6.51)$$

где $F = F\left(\frac{L}{G}, v_\sigma, \varepsilon_\infty\right)$ — функция,

мало зависящая от изменения радиуса кривизны в зоне концентрации, поэтому вариацией F при изменении ρ вполне можно пренебречь. В этом случае из уравнения (6.51) следует

$$v_{\sigma-1d}^2 = v_{\sigma-1}^2 + v_{\alpha_\sigma}^2, \quad (6.52)$$

так как

$$D\{\ln x\} \cong \left[\frac{d \ln x}{dx}\right]^2 D\{x\} = \frac{D\{x\}}{x^2} = v_x^2. \quad (6.53)$$

Величина $\bar{\sigma}_{-1d}$ представляет собой медианное значение предела выносливости деталей из металла данной плавки при номинальных ее размерах. Коэффициент вариации $v_{\sigma-1d}$ учитывает,

следовательно, межплавочное рассеяние свойств и влияние случайных отклонений фактических радиусов закругления в зоне концентрации напряжений от номинальных.

Примем, что величина $\bar{\sigma}_{-1d}$ имеет нормальное распределение с параметрами $\bar{\sigma}_{-1d}$ и $S_{\sigma-1d}$ (на совокупности всех плавов металла данной марки и возможных отклонений в размерах от номинальных).

Как уже отмечалось выше, в пределах одной плавки и при отсутствии отклонений в размерах величину σ_{-1d} также можно считать распределенной по нормальному закону со средним значением $\bar{\sigma}_{-1d}$ и коэффициентом вариации $v_{\sigma_{\max}}$, определяемым по формуле (6.38). В этом случае, как показано в работе [29], величина σ_{-1d} на генеральной совокупности, отвечающей возможным внутри- и межплавочным отклонениям свойств и отклонениям размеров от номинальных, будет подчиняться нормальному распределению со

средним значением $\bar{\sigma}_{-1d}$ и коэффициентом вариации $v_{\sigma-1d}$, определяемым по следующим формулам [с учетом равенств (6.26) и (6.52)]:

$$\bar{\sigma}_{-1d} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{\alpha_{\sigma}} F \left(\frac{L}{G}, v_{\sigma}, \epsilon_{\infty} \right); \quad (6.54)$$

$$v_{\sigma-1d} = \sqrt{v_{\sigma_{\max}}^2 + v_{\sigma_{-1d}}^2} = \sqrt{v_{\sigma_{\max}}^2 + v_{\sigma_{-1}}^2 + v_{\alpha_{\sigma}}^2}. \quad (6.55)$$

Формула (6.55) может быть применена к деталям, в которых нет значительных остаточных напряжений и механические свойства которых по объему детали постоянны. В противном случае количество факторов, вызывающих рассеяние пределов выносливости, возрастает.

Так, например, на сопротивление усталости сварного соединения кроме абсолютных размеров, концентрации напряжений и состояния поверхности влияют механические свойства металла шва, околшовной зоны и основного металла, распределение остаточных напряжений, дефекты сварки (непровары, неметаллические включения, сварочные трещины и т. д.). Эти факторы, в свою очередь, зависят от материала электродов и обмазки, от свойств основного металла, от технологии сварки, от квалификации сварщика, от методов контроля и выбраковки дефектных изделий и т. д.

Величина $v_{\sigma-1d}$ может служить надежным показателем уровня технологии изготовления деталей. Оценка же сопротивления деталей усталостному разрушению на основании только средних значений пределов выносливости недостаточна, так как при этом не учитывается рассеяние.

Результаты испытаний на усталость достаточно крупных сварных соединений показали, что $v_{\sigma-1d}$ лежит в пределах от 0,05 до 0,15 [17, 73].

В работе [65] приведены коэффициенты вариации пределов выносливости различных автомобильных деталей (37 наименований), полученные путем пересчета данных о рассеянии долговечности. Эти коэффициенты колеблются в диапазоне от 0,03 до 0,30. Величины

$v_{\sigma-1d} > 0,2$ представляются завышенными, а способ их определения, примененный в работе [65] — недостаточно надежным.

Обработка результатов натурных усталостных испытаний и подсчеты по формуле (6.55) показывают, что в большинстве случаев коэффициенты вариации пределов выносливости деталей $v_{\sigma-1d}$ лежат в пределах от 0,05 до 0,20. Двукратное различие значений коэффициентов вариации случайной величины, найденных по двум выборкам деталей по 10—30 шт., обычно статистически незначимо [16, 55]. Поэтому при отсутствии прямых данных о $v_{\sigma-1d}$ в приближенных расчетах можно принять $v_{\sigma-1d} = 0,10 \div 0,15$.

Использование описанного метода оценки коэффициентов вариации пределов выносливости натурных деталей, а также их непосредственное определение путем усталостных испытаний в различных отраслях машиностроения, позволяет накопить информацию, необходимую для широкого внедрения в практику вероятностных методов расчета на прочность деталей машин.

Примеры определения расчетных характеристик сопротивления усталости деталей машин

Пример 1. Определить среднее значение и коэффициент вариации предела выносливости вращающегося вала при изгибе в месте перехода от одного диаметра к другому по галтели (рис. 19); $D = 120$ мм; $d = 100$ мм; $\rho = 10 \pm 2$ мм.

Вал изготовлен из стали 45, $\bar{\sigma}_B = 65$ кгс/мм²; $\bar{\sigma}_{-1} = 30$ кгс/мм²; $v_{\sigma_B} = 0,07$.

Поверхностному упрочнению вал не подвергается.

1. Найдем значение α_{σ} по рис. 57 гл. 11: для

$$\frac{D}{d} = \frac{120}{100} = 1,20 \quad \text{и} \quad \frac{\rho}{d} = \frac{10}{100} = 0,1;$$

$$\alpha_{\sigma} = 1,62$$

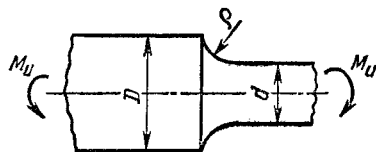


Рис. 19. Ступенчатый вал с галтелью

2. Определим значение $\bar{G}$ по формуле 18 табл. 9 гл. 11:

$$t = \frac{D-d}{2} = 10 \text{ мм}; \quad \frac{t}{\rho} = \frac{10}{10} = 1;$$

$$\varphi = \frac{1}{4 \sqrt{\frac{t}{\rho} + 2}} = \frac{1}{4 \cdot 1 + 2} = 0,167;$$

$$\bar{G} = \frac{2,3(1+\varphi)}{\rho} + \frac{2}{d} = \frac{2,3(1+0,167)}{10} + \frac{2}{100} = 0,268 + 0,020 = 0,288 \frac{1}{\text{мм}}.$$

3. Подсчитаем значение $\lg \frac{L}{\bar{G}}$:

$L = \pi d = 314 \text{ мм}$ — при изгибе с вращением круглого вала;

$$\lg \frac{L}{\bar{G}} = \lg \frac{314}{0,288} = 3,04.$$

4. Для стали 45 можно принять $v_{\sigma} = 0,10$ (табл. 10, гл. 11). По рис. 31 гл. 11 найдем при $\lg \frac{L}{\bar{G}} = 3,04$

$$F\left(\frac{L}{\bar{G}}, v_{\sigma}\right) = 0,89.$$

5. Определим значение $\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}$ по формуле (11.3):

$$\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} = \frac{\alpha_{\sigma}}{F\left(\frac{L}{\bar{G}}, v_{\sigma}\right)} = \frac{1,62}{0,89} = 1,82.$$

6. Для случая чистовой токарной обработки по рис. 81 гл. 11 при $\sigma_B = 65 \text{ кгс/мм}^2$ $\beta = 0,88$.

7. Определим значение K_{GD} по формуле (11.1):

$$K_{GD} = \left(\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1\right) \frac{1}{\beta_{\text{упр}}} = \left(1,82 + \frac{1}{0,88} - 1\right) \cdot 1 = 1,96.$$

8. Медианное значение предела выносливости вала

$$\bar{\sigma}_{-1d} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{K_{GD}} = \frac{30}{1,96} = 15,3 \text{ кгс/мм}^2.$$

9. Коэффициент вариации $v_{\sigma_{\text{max}}}$ найдем по формуле (6.38) для стали 45 при $\lg \frac{L}{\bar{G}} = 3,04$; $v_{\sigma} = 0,10$; $\epsilon_{\infty} = 0,5$; $S = 0,048$.

Предварительно определим величину q по формуле (6.39):

$$q = 1,946 v_{\sigma} + \lg(\epsilon_{\infty} \bar{\sigma}_{-1}) - v_{\sigma} \lg \frac{L}{\bar{G}} = 1,946 \cdot 0,10 + \lg(0,5 \cdot 30) - 0,10 \cdot 3,04 = 0,195 + 1,176 - 0,304 = 1,067.$$

Тогда

$$v_{\sigma_{\text{max}}} = \frac{(1-10^{-2S}) \cdot 10^q}{2(u+10^q)} = \frac{(1-10^{-2 \cdot 0,048}) \cdot 11,7}{2(15+11,7)} = 0,044,$$

(здесь $u = \epsilon_{\infty} \bar{\sigma}_{-1} = 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ кгс/мм}^2$; $10^q = 10^{1,067} = 11,7$). Такое же значение $v_{\sigma_{\text{max}}}$ получается и по рис. 18.

10. Для подсчета коэффициента вариации $v_{\alpha_{\sigma}}$ найдем по рис. 57 гл. 11 значения α_{σ}

при $\frac{D}{d} = 1,2$ и двух значениях ρ/d , близких к 0,1. Например, при $(\rho/d)_1 = 0,09$ $\alpha_{\sigma_1} = 1,67$ и при $(\rho/d)_2 = 0,11$ $\alpha_{\sigma_2} = 1,59$.

По формуле (6.50)

$$\frac{\alpha_{\sigma} - 1,67}{1,59 - 1,67} = \frac{\frac{\rho}{d} - 0,09}{0,11 - 0,09},$$

откуда $\alpha_{\sigma} = 2,03 - 4 \frac{\rho}{d}$.

По формуле (6.49) получим

$$v_{\alpha_{\sigma}} = \left| \frac{\partial \alpha_{\sigma}}{\partial \rho} \right| \frac{\bar{\rho}}{\alpha_{\sigma}} v_{\rho} = \frac{4}{\alpha_{\sigma}} \frac{\bar{\rho}}{d} v_{\rho} = \frac{4}{1,62} \cdot 0,1 v_{\rho} = 0,25 v_{\rho}.$$

Принимая отклонения радиуса $\pm 2 \text{ мм}$ за $\pm 3S_{\rho}$, имеем

$$S_{\rho} = \frac{2}{3} = 0,67 \text{ мм}; \quad v_{\rho} = \frac{0,67}{10} = 0,067; \\ v_{\sigma_{-1}} = 0,25 \cdot 0,067 = 0,017.$$

11. Коэффициент вариации $v_{\sigma_{-1}}$ из-за отсутствия данных принимаем равным v_{σ_B} :

$$v_{\sigma_{-1}} \approx v_{\sigma_B} = 0,07.$$

12. Общий коэффициент вариации предела выносливости определим по формуле (6.55):

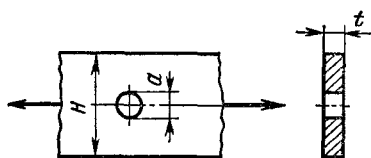
$$v_{\sigma_{-1d}} = \sqrt{v_{\sigma_{\text{max}}}^2 + v_{\sigma_{-1}}^2 + v_{\alpha_{\sigma}}^2} = \sqrt{0,044^2 + 0,07^2 + 0,017^2} = 0,085.$$

Пример 2. Определить среднее значение и коэффициент вариации предела выносливости пластины с отверстием при растяжении-сжатии (рис. 20); $H = 100 \text{ мм}$; $a = 10 \pm 0,1 \text{ мм}$; $t = 8 \text{ мм}$.

Пластина изготовлена из алюминиевого сплава В95; $\sigma_B = 61,8 \text{ кгс/мм}^2$; $\bar{\sigma}_{-1} = 17,4 \text{ кгс/мм}^2$; $v_{\sigma_B} = 0,06$.

1. Определим значение α_{σ} по рис. 59, гл. 11;

$$\text{для } \frac{a}{H} = \frac{10}{100} = 0,1 \quad \alpha_{\sigma} = 2,73,$$



$$\begin{aligned} H &= 100 \text{ мм} \\ a &= 10 \pm 0,1 \text{ мм} \\ t &= 8 \text{ мм} \end{aligned}$$

Рис. 20. Пластина с отверстием

а также значение $\bar{G}$ по формуле 21 табл. 9 гл. 11:

$$\bar{G} = \frac{2,3}{\rho} = \frac{2,3}{5} = 0,46 \text{ 1/мм} \quad \left(\text{здесь } \rho = \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ мм} \right).$$

2. Найдем значение $\lg \frac{L}{\bar{G}}$:

$$L = 2t = 2 \cdot 8 = 16 \text{ мм (рис. 70, гл. 11)}$$

$$\lg \frac{L}{\bar{G}} = \lg \frac{16}{0,46} = 1,35.$$

3. Для алюминиевого сплава В95 принимаем $v_{\sigma} = 0,08$ (табл. 10 гл. 11);

по рис. 31 гл. 11 при $\lg \frac{L}{G} = 1,35$ находим

$$F\left(\frac{L}{G}, v_{\sigma}\right) = 1,06.$$

4. Определим значение $\frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}}$ по формуле (11.3)

$$\frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} = \frac{\alpha_{\sigma}}{F\left(\frac{L}{G}, v_{\sigma}\right)} = \frac{2,73}{1,06} = 2,58.$$

5. Приняв, что после развертки отверстия коэффициент β имеет такое же значение, как и после чистовой обточки, получим $\beta = 0,9$.

6. Определим значение $K_{\sigma D}$ по формуле (11.1)

$$\begin{aligned} K_{\sigma D} &= \left(\frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \frac{1}{\beta_{\text{упр}}} = \\ &= \left(2,58 + \frac{1}{0,9} - 1 \right) 1 = 2,69. \end{aligned}$$

7. Медианное значение предела выносливости пластин с отверстием

$$\bar{\sigma}_{-1D} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{K_{\sigma D}} = \frac{17,4}{2,69} = 6,5 \text{ кгс/мм}^2.$$

8. Коэффициент вариации $v_{\sigma_{\max}}$ найдем по рис. 18, полагая, что для В95 он такой

же, как для АВТ при $\lg \frac{L}{G} = 1,35$, т. е.

$$\begin{aligned} v_{\sigma_{\max}} &= 0,07 \text{ (по формуле (6.38) получается} \\ v_{\sigma_{\max}} &= 0,065). \end{aligned}$$

9. Принимая поле допуска $\pm 0,1$ мм на диаметр отверстия за $\pm 3S_a$ находим

$$S_a = 2S_{\rho} = \frac{0,1}{6} = 0,0167 \text{ мм;}$$

$$S_{\rho} = 0,0083 \text{ мм.}$$

$$\text{Коэффициент вариации } v_{\rho} = \frac{0,0083}{5} = 0,0017.$$

Ввиду малости величины v_{ρ} , принимаем $v_{\alpha_{\sigma}} \approx 0$.

$$\begin{aligned} \text{10. Коэффициент вариации } v_{\bar{\sigma}_{-1}} &\approx \\ &\approx v_{\sigma_{\max}} = 0,06. \end{aligned}$$

11. Общий коэффициент вариации предела выносливости пластины

$$\begin{aligned} v_{\bar{\sigma}_{-1D}} &= \sqrt{v_{\sigma_{\max}}^2 + v_{\bar{\sigma}_{-1}}^2 + v_{\alpha_{\sigma}}^2} = \\ &= \sqrt{0,07^2 + 0,06^2 + 0} = 0,092. \end{aligned}$$

Пример 3. Определить среднее значение и коэффициент вариации предела выносливости вала с канавкой при кручении (рис. 21); $D = 200$ мм; $d = 180$ мм; $\rho = 1,8 \pm 0,3$ мм.

Вал изготовлен из стали 40 ХН; $\sigma_B = 82$ кгс/мм²; $\bar{\sigma}_{-1} = 24$ кгс/мм²; $v_{\sigma_{\max}} = 0,07$; канавка изготавливается тонкой обточкой и поверхностному упрочнению не подвергается.

1. Найдем значение α_{τ} по рис. 48 гл. 11:

$$\text{при } \frac{\bar{\rho}}{d} = \frac{1,8}{180} = 0,01 \text{ и } \frac{d}{D} = \frac{180}{200} = 0,9 \quad \alpha_{\tau} = 2,5.$$

2. Определим значение $\bar{G}_{\tau}$ по формуле (10) табл. 9 гл. 11:

$$\bar{G}_{\tau} = \frac{1}{\rho} + \frac{2}{d} = \frac{1}{1,8} + \frac{2}{180} = 0,57 \text{ 1/мм.}$$

3. Подсчитаем значение $\lg \frac{L}{G}$:

$$L = \pi d = \pi \cdot 180 = 565 \text{ мм;}$$

$$\lg \frac{L}{\bar{G}_{\tau}} = \lg \frac{565}{0,57} = 3.$$

4. Для стали 40ХН по табл. 10 гл. 11 найдем: $v_{\sigma} = 0,10$.

Для кручения принимаем $v_{\tau} = 1,5v_{\sigma} = 0,15$.

По рис. 31 гл. 11 при $\lg \frac{L}{G_{\tau}} = 3$

$$F\left(\frac{L}{G_{\tau}}, v_{\tau}\right) = 0,85.$$

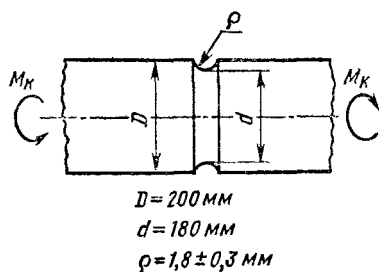


Рис. 21. Вал с канавкой при кручении

5. Определим значение $\frac{K_{\tau}}{\epsilon_{\tau}}$ по формуле (11.8):

$$\frac{K_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} = \frac{\alpha_{\tau}}{F\left(\frac{L}{G_{\tau}}, \nu_{\tau}\right)} = \frac{2,5}{0,85} = 2,94.$$

6. Для случая чистовой обточки при $\sigma_B = 82 \text{ кгс/мм}^2$ по рис. 81 гл. 11 $\beta = 0,84$.

7. Определим значение $K_{\tau D}$ по формуле (11.2):

$$K_{\tau D} = \left(\frac{K_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \frac{1}{\beta_{\text{упр}}} = \\ = \left(2,94 + \frac{1}{0,84} - 1 \right) 1 = 3,06.$$

8. Медианное значение предела выносливости вала

$$\bar{\sigma}_{-1D} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{K_{\tau D}} = \frac{24}{3,06} = 7,9 \text{ кгс/мм}^2.$$

9. Коэффициент вариации $\nu_{\tau_{\text{max}}}$ при кручении принимаем таким же, как и при изгибе. По рис. 18 находим для стали 40Х $\nu_{\tau_{\text{max}}} \approx 0,04$.

10. Для подсчета коэффициента вариации $\nu_{\alpha_{\tau}}$ по рис. 48 гл. 11 находим значения α_{τ} .

При $\frac{d}{D} = 0,9$, $\left(\frac{\rho}{d}\right)_1 = 0,009$ и $\left(\frac{\rho}{d}\right)_2 = 0,011$ $\alpha_{\tau_1} = 2,6$, $\alpha_{\tau_2} = 2,45$. Эти значения подставим в формулу (6.50)

$$\frac{\alpha_{\tau} - 2,6}{2,45 - 2,6} = \frac{\frac{\rho}{d} - 0,009}{0,011 - 0,009},$$

$$\text{откуда } \alpha_{\tau} = 3,27 - 75 \frac{\rho}{d}; \quad \left| \frac{\partial \alpha_{\tau}}{\partial \rho} \right|_0 = \frac{75}{d}.$$

Величину $\nu_{\alpha_{\tau}}$ определим по формуле (6.49):

$$\nu_{\alpha_{\tau}} = \frac{75}{\alpha_{\tau}} \frac{\rho}{d} \nu_{\rho} = 0,3 \nu_{\rho}.$$

Принимая отклонение величины радиуса $\pm 0,3 \text{ мм}$ за $\pm 3 S_{\rho}$, получаем $S_{\rho} = 0,1 \text{ мм}$;

$$\nu_{\rho} = \frac{S_{\rho}}{\rho} = \frac{0,1}{1,8} = 0,055;$$

$$\nu_{\alpha_{\tau}} = 0,3 \cdot \nu_{\rho} = 0,3 \cdot 0,05 = 0,017.$$

11. Коэффициент вариации $\nu_{\tau_{-1}}$ из-за отсутствия данных принимаем равным ν_{σ_B} :

$$\nu_{\tau_{-1}} \approx \nu_{\sigma_B} = 0,07.$$

12. Общий коэффициент вариации предела выносливости вала

$$\nu_{\tau_{-1D}} = \sqrt{\nu_{\tau_{\text{max}}}^2 + \nu_{\tau_{-1}}^2 + \nu_{\alpha_{\tau}}^2} = \\ = \sqrt{0,04^2 + 0,07^2 + 0,017^2} = 0,083.$$

3. Вероятностные методы расчета на усталость деталей машин

Исходные положения

Действующие нагрузки и напряжения, возникающие в деталях машин, в большинстве случаев представляют собой случайные функции времени, а характеристики сопротивления усталости детали (срок службы, предел выносливости) — случайные величины, которым свойственно существенное рассеяние. Изменчивость основных факторов, определяющих прочность изделий в условиях эксплуатации, является причиной рассеяния их долговечности, особенно применительно к машинам серийного и массового производства.

Опыт эксплуатации и результаты испытания на усталость значительных партий изделий и их деталей свидетельствуют о значительном рассеянии сроков их службы до появления трещин или усталостного разрушения. Поэтому методы расчета на прочность должны базироваться на методах теории вероятности и математической статистики.

Расчет на усталость вероятностными методами позволяет определить функцию распределения ресурса детали и установить связь сроков службы детали с надежностью, оцениваемой вероятностью безотказной работы. По этой функции можно определить средние

ресурсы (модальный, медианный или средний); γ -процентный ресурс, т. е. ресурс, соответствующий вероятности работы без разрушения γ в %, рассеяние ресурса и т. д.

Результаты расчета характеризуют прочность изделия в аспекте надежности с учетом вероятностной оценки изменчивости нагрузки и усталостного сопротивления деталей.

Представительная выборка изделий, изготовленных из металла данной марки, из большого числа плавок имеет межплавочный разброс механических характеристик. Этой выборке также свойственны отклонения фактических размеров деталей от номинальных в пределах допусков, вследствие чего оказывается изменчивым уровень концентрации напряжений (например, в результате отклонения величины радиуса канавок, галтелей, профилей резьбы и т. п.).

На разброс усталостных свойств оказывают влияние также возможные отклонения от нормального технологического процесса (вариации режимов термической и механической обработки, сварки, процессов упрочнения и т. д.). Пределы выносливости деталей следует рассматривать также как случайные.

Выше было показано, что с достаточной для практики точностью распределение пределов выносливости можно принять за нормальное и характеризовать предел выносливости его медианным значением $\bar{\sigma}_{-1d}$ с коэффициентом вариации $v_{\sigma_{-1d}}$ (методика определения этих величин дана в п. 2 гл. 6).

Изменчивость степени нагруженности и напряженности для выборки изделий, характеризующая функцией распределения амплитуд напряжений и показателями рассеяния параметров этих функций, отражает изменчивость нагруженности генеральной совокупности изделий серийной и массовой продукции.

Эти функции распределения описывают изменчивость степени нагруженности деталей в различных условиях эксплуатации машин данного типа, для которых определяется надежность и долговечность по критерию сопротивления усталости. Такие функции распределения устанавливаются путем измерений нагруженности и напряжен-

ности в представительных выборках, достаточных для статистической оценки параметров этих функций в характерном диапазоне условий эксплуатации данного типа машины или детали.

Методы расчета на прочность при переменных нагрузках могут быть различными в зависимости от стадии расчета и проектирования, от уровня ожидаемой надежности изделия, от объема имеющейся экспериментальной информации, от характера изменения нагрузок и несущей способности во времени и от некоторых других факторов.

Наименьшее количество экспериментальной информации имеется на стадии технического проектирования. Однако и на этой стадии возможно испытание моделей с целью изучения напряженного состояния и прочности, а также оценка характеристик сопротивления усталости по справочным данным (см. гл. II) и нагрузок — по результатам испытания машин аналогичных конструкций, а также на основании расчетов и аналогового моделирования методами статистической динамики.

Расчет на прочность в этом случае производится с помощью методов сопротивления материалов путем вычисления запасов прочности (гл. 3), обычно без учета статистически описываемых факторов или по эквивалентным напряжениям. При получении надежнейшей информации о нагрузках и прочности и на этой стадии возможны статистические оценки ресурса.

На стадии доводки опытного экземпляра машины на стендах и полигонах в ряде случаев могут быть получены путем тензометрирования функции распределения амплитуд напряжений. Проводят также усталостные испытания наиболее ответственных элементов конструкции. Полученные данные позволяют оценить в первом приближении функцию распределения ресурса деталей машины с помощью вероятностных методов и вычислить запасы прочности.

На стадии эксплуатации опытной серии машин существенно увеличивается объем необходимой для расчета экспериментальной информации о нагрузках и прочности, а также появляются данные об отказах в эксплуатации. Все это позволяет уточнить расчетную

оценку надежности в смысле сопротивления разрушению.

Уровень требуемой надежности детали также имеет значение при выборе тех или иных методов расчета.

Рассмотрим два случая:

а) предположим, что вероятность разрушения детали должна быть чрезвычайно малой, например, $P < 10^{-7} - 10^{-9}$ [квантили нормального распределения $u_p < (-6) - (-5)$]. Такие требования предъявляются, например, к элементам авиационных конструкций, космическим аппаратам, объектам техники, обеспечивающей безопасность эксплуатации сложных и трудно доступных для контроля систем.

Для надежного вычисления столь малых вероятностей требуется настолько большой объем экспериментальной информации, получение которого практически невозможно.

В этом случае предлагается вычислять запас прочности по формуле [5]

$$n = \frac{Q_{\min}}{L_{\max}},$$

где $Q_{\min}$, $L_{\max}$ — минимально возможное значение прочности и максимально возможное значение нагрузки, найденные статистическими методами с учетом возможных случайных вариаций Q и L .

Для n необходимо выбрать такое минимально допустимое значение $[n]$, которое «гарантирует безусловную надежность» [5]. Величину $[n]$ предлагается определять на основе сопоставления результатов расчета с оценкой надежности больших совокупностей деталей в условиях эксплуатации. Надежность такого определения очевидно зависит от достоверности оценок прочности объектов и объема информации об их надежности в эксплуатационных условиях;

б) вероятность разрушения детали за срок службы должна лежать на уровне $P \approx 10^{-2} \div 10^{-5}$ [$u_p = (-2) - (-4)$]. В этих пределах обычно находятся вероятности появления трещин или разрушения деталей в машинах, для которых допускается замена поврежденных деталей и которые контролируются в процессе эксплуатации (железнодорожный, автомобильный и морской транспорт, сельскохозяйствен-

ные, горные, дорожностроительные, подземнотранспортные и другие машины). В этом случае приближенная оценка вероятности становится уже возможной на основе имеющегося объема информации.

Различный характер изменения во времени нагруженности деталей и различные требования к несущей способности определяют выбор метода расчета. Из всех возможных расчетных случаев можно выделить следующие:

1а. Напряжения изменяются во времени по периодическому закону (циклические напряжения), причем уровень напряженности отдельных однотипных деталей является случайным, вследствие влияния ряда производственных и эксплуатационных факторов, но неизменным во времени.

1б. Напряжения циклические, но с течением времени амплитуды напряжений изменяются медленно и монотонно (например, в коленчатых валах за счет неравномерного износа шеек; в лопатках турбин за счет постепенного изменения демпфирующих свойств или сил возбуждения и т. п.). Монотонно изменяться во времени могут также и пределы выносливости деталей за счет старения, коррозии, релаксации остаточных напряжений и т. п.

Если законы изменения во времени указанных величин известны, то в первом приближении расчет может быть проведен как и в случае 1а по значениям нагрузок и запасам прочности, соответствующим заданному сроку эксплуатации (если условия работы ухудшаются со временем). Более детальное рассмотрение указанной задачи основывается на сопоставлении двух монотонных случайных процессов.

Если процесс изменения напряжений во времени случайный или является суммой (или произведением) детерминированного и случайного процессов (прилинейном напряженном состоянии), то функцию распределения амплитуд напряжений рекомендуется находить путем обработки осциллограмм напряжений, полученных для представительной выборки деталей одним из способов систематизации, изложенных ниже. При этом наиболее целесообразными способами являются метод полных циклов и метод укрупненных размахов.

Расчет функции распределения ресурса можно производить двумя методами в зависимости от суммарного за срок службы числа циклов с амплитудами напряжений, превышающими $0,5\sigma_{-1d}$ (более низкие амплитуды не оказывают повреждающего действия и из рассмотрения исключаются).

2. Если $N_{\text{сум}} < 10^7 \div 10^8$ циклов, то расчет производится по линейной гипотезе суммирования усталостных повреждений с внесением поправок, учитывающих влияние формы функции распределения амплитуд.

3. Если $N_{\text{сум}} > 10^7 \div 10^8$ циклов и амплитуды напряжений преимущественно меньше среднего значения предела выносливости σ_{-1d} деталей данной генеральной совокупности, то расчет проводится по методу, основанному на учете постепенного снижения предела выносливости вследствие циклических перегрузок, возможных за счет вариаций пределов выносливости и нагруженности (вообще эти методы дают весьма близкие результаты в диапазоне $10^6 < N_{\text{сум}} < 10^8$).

Разделение процесса усталостного разрушения на две стадии (до начала образования первой макроскопической трещины усталости и от этого момента до окончательного разрушения) также может находить отражение в расчетах на усталость. Однако, несмотря на большое количество работ, посвященных изучению закономерностей развития усталостных трещин, до настоящего времени нет общих методов оценки закономерностей распространения трещин в зависимости от числа циклов в деталях сложной конфигурации при случайном нагружении.

В отдельных случаях для количественного описания процесса развития трещин усталости применяются методы линейной механики разрушения с использованием решений соответствующих краевых задач о напряженном состоянии в окрестности трещин данной конфигурации, ориентированных различным образом относительно поля основной напряженности. Закономерности скорости роста и направленности трещин усталости также необходимо рассматривать в статистическом аспекте в силу случайного характера протекания процессов разрушения. Эти зако-

номерности следует использовать в тех случаях, когда можно применить методы механики разрушения или когда имеются непосредственные экспериментальные данные о развитии трещин усталости, позволяющие произвести вероятностную оценку живучести элементов конструкций на стадии роста трещин и обосновать соответствующие ограничения эксплуатационного ресурса изделий.

В тех случаях, когда оценить живучесть конструкции на стадии развития трещины затруднительно, расчеты на усталость при проектировании целесообразно осуществлять по условию появления первой макроскопической трещины усталости. Протяженность этой первой трещины может быть принята равной нескольким мм, что определяется возможностями простейших средств наблюдения (визуальное, с помощью лупы, магнитной дефектоскопии и т. п.), а также тем, что в ряде случаев даже такая протяженность трещины может быть критической с точки зрения возможности хрупкого разрушения. В связи с этим, характеристики сопротивления усталости, используемые в таком расчете, должны соответствовать стадии появления первой макроскопической трещины.

Следует отметить, что пределы выносливости деталей, найденные по условию образования трещины и по окончательному разрушению практически совпадают при $\alpha_\sigma < 2 \div 3$ (что имеет место в большинстве правильно сконструированных деталей).

Величина показателя наклона левой ветви кривой усталости по началу трещины выше, чем по окончательному разрушению, причем эта разница увеличивается с ростом α_σ .

Объем имеющейся экспериментальной информации о характеристиках прочности и нагруженности определяет уровень достоверности (доверительные интервалы) оценки средних значений и показателей рассеяния указанных величин, а следовательно, и функции распределения долговечности детали, рассчитываемой на их основе.

Практические рекомендации по определению числа испытываемых изделий для получения с определенной доверительной вероятностью заданной точности

оценок долговечности пристендовых или ресурсных испытаний приведены в руководствах по математической статистике и планированию испытаний [16, 47, 55].

Если имеющийся объем экспериментальной информации о характеристиках нагруженности и прочности недостаточен, то следует ориентироваться на расчетное определение лишь средних ресурсов деталей. Показатели рассеяния ресурса в этом случае можно оценить лишь косвенно по статистическим данным о рассеянии ресурсов деталей аналогичных машин.

Определение статистических характеристик эксплуатационной нагруженности деталей машин

Напряжения, возникающие в деталях машин в процессе эксплуатации, являются, как правило, случайными функциями времени. Для оценки эксплуатационных нагрузок и напряжений производят тензометрические измерения с регистрацией на шлейфовых осциллографах, на приборах с магнитной записью и других приборах. Пример участка осциллограммы изменения напряжений во времени показан на рис. 22.

Для извлечения из осциллограмм тензометрирования, записанных в условиях эксплуатации, информации, необ-

ходимой для оценки уровня нагруженности при расчетах деталей на усталость, применяют методы, основанные на замене реального случайного процесса нагружения некоторым схематизированным процессом, который по уровню накопленного в детали усталостного повреждения должен быть эквивалентен реальному процессу. При этом используют различные методы схематизации (методы экстремумов, максимумов, размахов, укрупненных размахов, полных циклов и т. д.). При этом применяют два способа получения количественных оценок нагруженности.

Первый способ основан на непосредственном определении по осциллограммам или магнитным лентам чисел циклов действия различных амплитуд, выделяемых тем или иным способом из случайного процесса. Эта обработка производится на специальных автоматических или полуавтоматических приборах или с помощью ЭВМ.

Второй способ основан на корреляционной теории случайных процессов [6]. Согласно этой теории по имеющимся реализациям случайного процесса изменения напряжений находят эмпирические оценки корреляционных функций и функций спектральной плотности мощности. Далее по формулам теории выбросов предполагая, что случайный процесс является стационарным

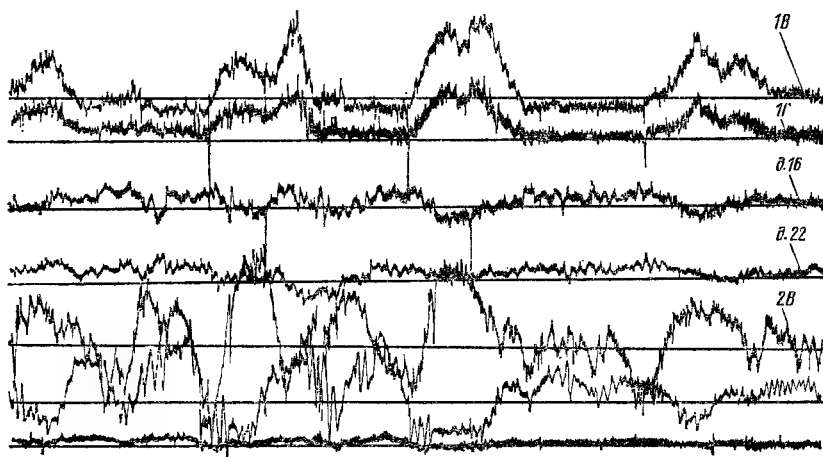


Рис. 22. Осциллограмма изменения напряжений во времени

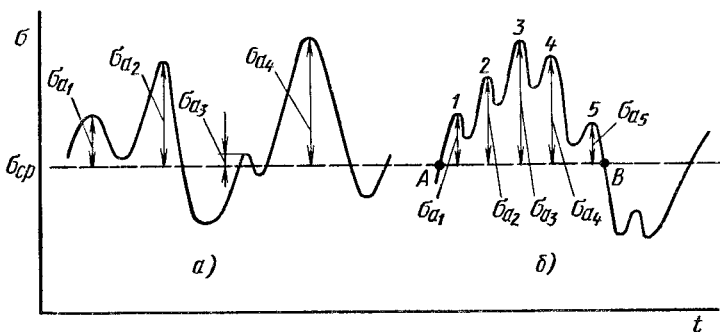


Рис. 23. Обработка осциллограмм по методу максимумов

нарным и гауссовским, находят распределение амплитуд напряжений и суммарное число циклов, пользуясь по существу лишь простейшими способами схематизации (методом максимумов [70] или размахов [71]). Более сложные методы схематизации, такие как метод полных циклов или укрупненных размахов, на основе теории случайных процессов в настоящее время не описываются вследствие значительных математических трудностей.

Более широко применяемые методы, относящиеся к первой группе, сводятся к следующему.

Метод максимумов. Схематизация реального процесса нагружения по этому методу пояснена на рис. 23, на котором приведен график изменения напряжений σ в зависимости от времени t . Величина $\sigma_{cp} = \sigma_m$ характеризует средний уровень процесса и определяется как среднее арифметическое значение случайных ординат процесса на достаточно представительном отрезке времени T :

$$\sigma_{cp} = \sigma_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i,$$

где n — число случайных ординат, взятых при подсчете σ_{cp} .

За амплитуды напряжений отдельных полуциклов принимают отклонения между всеми максимумами данного процесса и средним уровнем, т. е. величины σ_{a1} , σ_{a2} , и т. д. При этом предполагают, что распределение минимумов процесса симметрично рас-

пределению максимумов, вследствие чего учитывают только максимумы. По совокупности величин σ_{ai} ($i = 1, 2, \dots, n_0$) может быть построена функция распределения амплитуд напряжений. Величина n_0 определяет число циклов всех амплитуд за определенный период эксплуатации, который в дальнейшем будем обозначать t_0 и называть блоком нагружения.

Метод максимумов приводит к схематизированному процессу, который вызывает, как правило, более сильные повреждения в смысле усталости, чем реальный процесс. В случае процесса, показанного на рис. 23, б, небольшие колебания нагрузки между максимумами 1, 2, 3, 4, 5 могут не оказывать повреждающего действия (при достаточной малости этих промежуточных колебаний). Поэтому изменение нагрузки в пределах от точки А до точки В можно было бы рассматривать как один полуцикл с амплитудой σ_{a3} , наибольшей в этом интервале. По методу же максимумов фиксируются пять полуциклов с амплитудами σ_{a1} , $\dots$, σ_{a5} , совокупность которых является более повреждающей, чем реальный процесс.

Метод учета одного экстремума между двумя соседними точками пересечения среднего уровня. В этом методе (рис. 24) учитывают только один наибольший экстремум между каждыми двумя пересечениями кривой процесса с линией среднего уровня, а именно, на отрезке АВ берется σ_{a1} , на ВС — σ_{a2} , на CD — σ_{a3} на DE — σ_{a4} и т. д. Эту совокупность используют для построения функции распределения ампли-

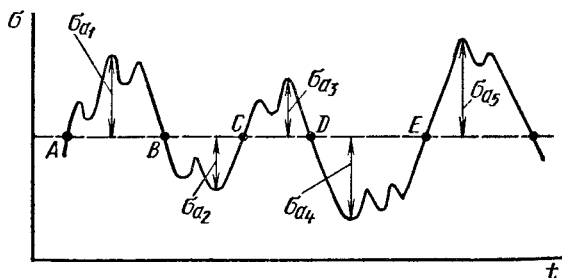


Рис. 24. Обработка осциллограмм по методу учета одного экстремума между двумя соседними пересечениями среднего уровня

туд. Таким образом, в этом методе устраняется отмеченный выше недостаток метода максимумов, хотя появляется противоположная возможность получения схематизированного процесса менее повреждающего, чем реальный процесс.

Метод размахов. В этом методе за амплитуду напряжений принимают половину размаха между двумя соседними экстремумами процесса, причем учитывают все экстремумы, как показано на рис. 25.

Таким образом, получают последовательность величин $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \dots, \sigma_{an}$, по которым можно построить функцию распределения амплитуд напряжений. При этом число циклов за срок службы, соответствующий отрезку тензометрирования, определяют как $n_6 = \frac{n}{2}$, так как в расчет принимают размахи, соответствующие полуциклам напряжений.

Метод размахов приводит к схематизированному процессу, обладающему меньшим повреждающим действием, чем реальный процесс (получаемые при этом расчетные оценки долговечности являются верхними оценками для срока службы).

Это можно видеть из рис. 25. Если размахи 1—2, 2—3, 3—4, 4—5, 5—6 могут не достигать предела выносливости детали, то в этом случае соответствующие амплитуды $\sigma_{a1}, \sigma_{a2}, \dots, \sigma_{a5}$ не будут превышать $0,5\sigma_{-1}$, и, как показывают опытные данные, не будут оказывать повреждающего действия. В то же время размах 1—6, который не учитывают в этом методе, может оказывать повреждающее действие.

Разновидностью этого метода является метод учета размахов, превышающих некоторую заданную величину. В этом случае размахи, не превышающие эту величину, не учитываются.

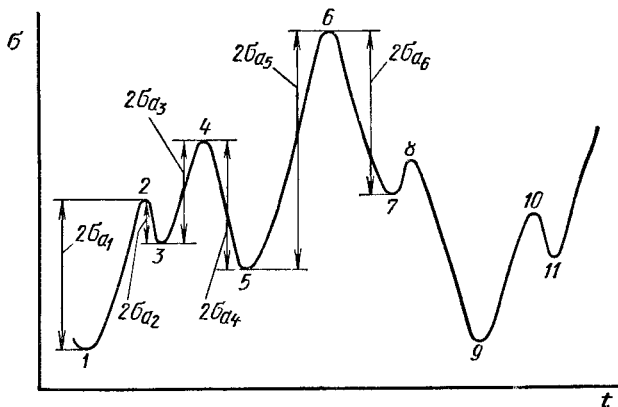


Рис. 25. Обработка осциллограмм по методу размахов

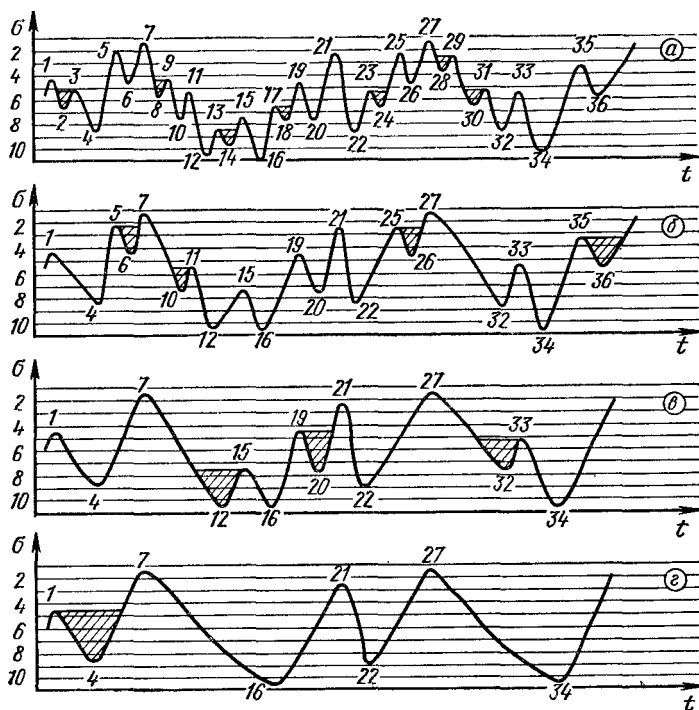


Рис. 26. Обработка осциллограмм по методу полных циклов

Метод укрупненных размахов [14, 34]. Согласно этому методу, на основании линейной гипотезы суммирования повреждений сравнивают повреждающее действие, оказываемое совокупностью промежуточных полуциклов, с повреждающим действием основного полуцикла, образованного крайними экстремумами. Для регистрации выбирают вариант, оказывающий наибольшее повреждающее действие. Так, применительно к рис. 25, следует сравнить повреждение от совокупности полуциклов 1—2, 2—3, 3—4, 4—5, 5—6 с повреждением от полуцикла 1—6. Соответствующие вычисления выполняются на ЭВМ или с помощью номограмм [14, 34].

Метод полных циклов. При обработке осциллограмм обычно рабочий диапазон изменения напряжений разбивают на несколько участков (разрядов), причем каждому разряду со-

ответствует некоторое приращение напряжений $\Delta\sigma$ кгс/мм². По этому методу (см. рис. 26) вначале выделяют простые промежуточные циклы, размах которых не превышает 2-х разрядов по оси напряжений. На рис. 26,а такими циклами являются циклы, образованные экстремумами 2—3, 8—9, 13—14, 17—18, 23—24 и т. д. Подсчитывают количество этих циклов и исключают их из рассмотрения; в результате приходят к процессу, изображенному на рис. 26,б. Далее выделяют циклы, размах которых лежит в пределах от двух до трех разрядов (циклы, образованные экстремумами 5—6, 10—11, 25—26, 35—36). После подсчета числа этих циклов их также исключают из рассмотрения, в результате приходят к схеме, показанной на рис. 26,в. Далее подсчитывают циклы с размахами в пределах от трех до четырех разрядных единиц (12—15, 19—20, 32—33 на рис. 26, в) и т. д.

Таблица 2

Распределение амплитуд напряжений

i	1	2	3	...	r
$\sigma_{ai}/\sigma_{a \max}$					
$t_i = v_{i6}/v_6$					
Примечание. $\frac{\sigma_{ar}}{\sigma_{a \max}} \geq \frac{0,5\sigma_{-1d}}{\sigma_{a \max}}$; v_{i6} — число циклов в одном блоке нагружения, соответствующее амплитуде σ_{ai}; $\sum_{i=1}^r v_{i6} = v_6$; $\sum_{i=1}^r t_i = 1$.					

Таким образом, устанавливают зависимость между уровнем амплитуд напряжений и числом циклов их действия, т. е. функцию распределения амплитуд напряжений $\Phi(\sigma_a^*)$, показывающую, какая относительная доля от общего числа циклов за срок службы $N_{\text{сум}}$ соответствует амплитудам $\sigma_a \leq \sigma_a^*$.

Блоком нагружения называется совокупность последовательных значений переменных во времени напряжений, которые возникают в детали за определенный период эксплуатации, например, за 1 км пробега (транспортные машины), за 1 ч работы (турбины, двигатели), за 1 полет (самолеты) и т. д. Обозначим l_6 — продолжительность блока нагружения, измеренная в км, часах и т. д.

Тогда общая наработка детали L , измеренная в тех же единицах, что и l_6 , определится по формуле:

$$L = \lambda l_6, \quad (6.56)$$

где λ — количество блоков нагружения за весь срок службы.

Экспериментальные данные показывают, что можно исключить из рассмотрения при описании блока нагружения, амплитуды напряжений не превышающие половины предела выносливости, т. е. $\sigma_a < 0,5\sigma_{-1d}$.

Введем обозначение: v_6 — число циклов, соответствующее амплитудам $\sigma_a > 0,5\sigma_{-1d}$ в одном блоке нагружения. Подбор вида функции распределения $\Phi(\sigma_a)$ целесообразно производить после отбрасывания указанных выше малых амплитуд. Под суммарным числом циклов за весь срок службы $N_{\text{сум}}$ будем понимать величину

$$N_{\text{сум}} = \lambda v_6. \quad (6.57)$$

Таким образом, при однопараметрической систематизации (когда учитываются только амплитуды отдельных полуциклов напряжений) в результате обработки получают величину v_6 и функцию распределения амплитуд $\Phi(\sigma_a)$, описанную некоторым законом распределения или заданную в табличной форме в относительных величинах, как показано в табл. 2.

В качестве $\sigma_{a1} = \sigma_{a \max}$ следует выбирать такое значение σ_a , вероятность

превышения которого составляет $P \approx 10^{-5} - 10^{-6}$, а величина относительного числа циклов за срок службы

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{t_1 N_{\text{сум}}}{N_1} < 0,001 - 0,01,$$

где N_1 — число циклов по кривой усталости при $\sigma_a = \sigma_{a1}$.

Описанные выше методы схематизации случайного процесса нагруженности основаны на однопараметрической систематизации, в результате которой принимается во внимание только один параметр — амплитуда напряжений. Более полной является двухпараметрическая систематизация, в результате которой получается корреляционная таблица, характеризующая двухмерную плотность распределения амплитуд σ_a и средних напряжений цикла σ_m (рис. 27). В этом случае для учета асимметрии цикла целесообразно перейти к функции распределения эквивалентных амплитуд, приведенных к симметричному циклу по соотношению

$$\sigma_{a \text{пр}} = \sigma_a + \psi_0 \sigma_m, \quad (6.58)$$

где ψ_0 — коэффициент влияния асимметрии цикла (обычно $\psi_0 = 0,05 - 0,3$, см. гл. 3).

Различие условий эксплуатации учитывается при планировании тензометрических измерений путем разбиения

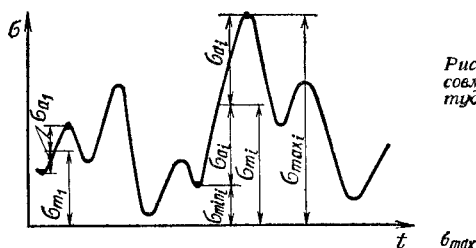


Рис. 27. Корреляционная таблица совместного распределения амплитуд и средних напряжений цикла

Номера уровней		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1		X	28	12	3	9	7	7	1	0	0	0	2
2			X	14	3	5	3	2	0	0	1	1	2
3				X	10	9	5	3	2	0	0	0	0
4					X	95	48	25	13	8	2	0	0
5						X	139	65	23	8	1	0	1
6							X	49	42	7	6	2	0
7								X	57	28	7	2	0
8									X	44	12	8	3
9										X	17	9	9
10											X	24	27
11												X	39
12													X

этих условий на некоторое число групп по определенным регламентируемым параметрам. Например, применительно к автомобилям, такими параметрами являются тип дороги (асфальт, булыжник, грунт и т. п.), скорость движения и груз в кузове.

Однако на величину напряжений, возникающих при эксплуатации, могут оказывать влияние другие (случайные) факторы, которые не отражаются обычно в данных тензометрирования. На-

пример, к таким факторам относятся: состояние погоды, квалификация водителя, индивидуальные особенности дороги (в пределах данного типа дорог) и экземпляра машины и т. д.

Повторяя многократно замеры и подсчеты функций распределения амплитуд напряжений в пределах данного сочетания регламентируемых факторов, получают различные функции распределения. Однако опытные данные показывают, что при этом меняются только

параметры функций распределения амплитуд, а закон их распределения остается в ряде случаев практически неизменным, т. е. имеет место подобное преобразование функций распределения.

Пусть, например, закон распределения амплитуд является нормальным с параметрами $\bar{\sigma}_a$ (среднее значение амплитуды) и S_{σ_a} (стандартное отклонение). Вследствие влияния случайных нерегламентируемых факторов величины $\bar{\sigma}_a$ и S_{σ_a} будут иметь также случайные отклонения. Но при подобном преобразовании закон распределения будет оставаться нормальным, а коэффициент вариации $v_{\sigma_a} = \frac{S_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a}$ — неизменным.

Если в результате n повторных измерений нагруженности в условиях заданного сочетания регламентируемых эксплуатационных условий работы получены n значений средних амплитуд σ_{ar} ($r = 1, 2, \dots, n$), то среднее значение $\bar{\sigma}_a$, среднее квадратичное отклонение S_{σ_a} и коэффициент вариации

$v_{\sigma_a} = \frac{S_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a}$ величины $\bar{\sigma}_a$ определяются по известным формулам

$$\bar{\sigma}_a = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n \bar{\sigma}_{ar}; \quad (6.59)$$

$$S_{\sigma_a} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n (\bar{\sigma}_{ar} - \bar{\sigma}_a)^2}; \quad (6.60)$$

$$v_{\sigma_a} = \frac{S_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a}. \quad (6.61)$$

Если закон распределения амплитуд представлен в виде ступенчатого графика со ступенями σ_{ai} , то указанные выше случайные вариации функции распределения амплитуд при их подобном преобразовании могут быть описаны соотношением

$$\sigma_{ai} = \bar{\sigma}_{ai} \varepsilon, \quad (6.62)$$

где $\bar{\sigma}_{ai}$ — среднее значение амплитуды i -й ступени блока; $\varepsilon = 1 + u_p v_\varepsilon$ — нормально распределенная случайная величина, имеющая среднее значение, равное единице; v_ε — коэффициент вариации ε , характеризующий случайные отклонения уровня стационарной нагруженности (при ступенчатой аппроксимации нормального закона распределения амплитуд $v_\varepsilon = v_{\sigma_a}$); u_p — квантиль нормального распределения.

Предположение о нормальном распределении величины ε оправдывается результатами непосредственных измерений напряжений в рамах тележек локомотивов, электровозов, в полусях автомобилей и в других случаях. Нормальное распределение ε можно объяснить с помощью центральной предельной теоремы теории вероятностей, ибо на величину ε оказывают влияние значительное количество случайных факторов, каждый из которых влияет незначительно.

Параметры функций распределения амплитуд напряжений значительно зависят от регламентируемых условий работы. Поэтому функции распределения амплитуд находят при различных режимах эксплуатации (при различных сочетаниях регламентируемых условий работы). Для получения результирующего смешанного закона распределения амплитуд используют статистические данные о долях времени работы машины при различных режимах. В результате, плотность распределения смешанного закона и его параметры могут быть найдены по известным соотношениям [13]:

$$f(\sigma_a) = \sum_k P_k f_k(\sigma); \quad (6.63)$$

$$\bar{\sigma}_a = \sum_k P_k \bar{\sigma}_{ak}, \quad \text{где } \bar{\sigma}_{ak} =$$

$$= M \{ \sigma_{ak} \} = \int_0^\infty \sigma f_k(\sigma) d\sigma; \quad (6.64)$$

$$S_{\sigma_a}^2 = \sum_k P_k \bar{\sigma}_{ak}^2 (1 + v_k^2) - \bar{\sigma}_a^2 = \sum_k P_k \times \\ \times [S_{\sigma_{ak}}^2 + (\bar{\sigma}_{ak} - \bar{\sigma}_a)^2], \quad (6.65)$$

где P_k — относительное время работы машины в условиях с номером k ;

$f_k(\sigma_a)$ — плотность распределения амплитуд напряжений в условиях с номером k ; $\bar{\sigma}_{ak}$, v_k — математическое ожидание и коэффициент вариации амплитуды в условиях с номером k ; $\bar{\sigma}_a$, $S_{\sigma_a}^2$ — среднее значение и дисперсия амплитуды смешанного закона распределения.

Найденные таким образом функции распределения амплитуд напряжений используются далее для расчета на усталость.

Расчет на усталость при регулярной нагруженности в вероятностном аспекте (1-й расчетный случай)

Под регулярной нагруженностью в данном случае следует понимать периодический закон изменения напряжений во времени с периодом, соответствующим одному циклу, при неизменности во времени характеристик цикла напряжений.

Вероятностная трактовка условий прочности деталей машин и элементов конструкций при регулярной переменной напряженности основывается на статистической оценке возможных случайных отклонений амплитуды переменных напряжений и величины предела выносливости или его значений, ограниченных по числу циклов, если рассматриваются условия прочности для данного ресурса по числу циклов [41].

Случайные отклонения величины амплитуды регулярной переменной напряженности деталей порождаются как случайными нарушениями режима работы, связанными с воздействием регулирующих и управляющих систем (флуктуации мощности, числа оборотов, технологических сопротивлений и т. д.), так и случайными отклонениями нагруженности динаковых деталей машин вследствие производственных и эксплуатационных влияний (допуска на неточность изготовления, частотной отстройки, регулировки; вариации нагруженности деталей стационарно работающих машин данного типа, поставленных в разные эксплуатационные условия по используемым мощностям, по степени износа, по режимам ремонта и т. д.). Случайные отклонения вели-

чины предела выносливости деталей являются следствием неоднородности исходного металла и условий технологии термической и механической обработки и других производственных, а на стадии эксплуатации и ремонтных факторов.

Изменчивость амплитуд действующих переменных напряжений и пределов выносливости для данной совокупности деталей статистически описывается соответствующими кривыми плотности распределения. Рассмотрение сопротивления усталостному разрушению в вероятностной трактовке для этого случая имеет много общего с рассмотрением статической прочности конструкций при однократном статическом нагружении применительно к инженерным сооружениям [39, 51].

Расчет вероятности разрушения по напряжениям выполняется наиболее просто при использовании нормального закона распределения пределов выносливости и амплитуд напряжений. Условия разрушения в этом случае $M = \bar{\sigma}_{-1d} - \sigma_a < 0$. (6.66)

Если σ_{-1d} и σ_a распределены нормально и независимо, то согласно известным положениям теории вероятностей величина M также распределена нормально с параметрами $(\bar{M}, S_M)$, где среднее значение $\bar{M}$ и стандартное отклонение S_M величины M определяются соотношениями:

$$\bar{M} = \bar{\sigma}_{-1d} - \bar{\sigma}_a; \quad (6.67)$$

$$S_M^2 = S_{\sigma_{-1d}}^2 + S_{\sigma_a}^2. \quad (6.68)$$

Значение M_P , отвечающее некоторой вероятности P , определяется выражением $M_P = \bar{M} + u_P S_M$, где u_P — квантиль, соответствующий вероятности P . Значение $M = 0$ разграничивает области отрицательных и положительных величин M , так что вероятность разрушения определяется из равенства

$$M_P = M + u_P S_M = 0. \quad (6.69)$$

Из уравнений (6.67), (6.68) и (6.69) находим

$$u_P = -\frac{M}{S_M} = -\frac{\bar{\sigma}_{-1d} - \bar{\sigma}_a}{\sqrt{S_{\sigma_{-1d}}^2 + S_{\sigma_a}^2}}. \quad (6.70)$$

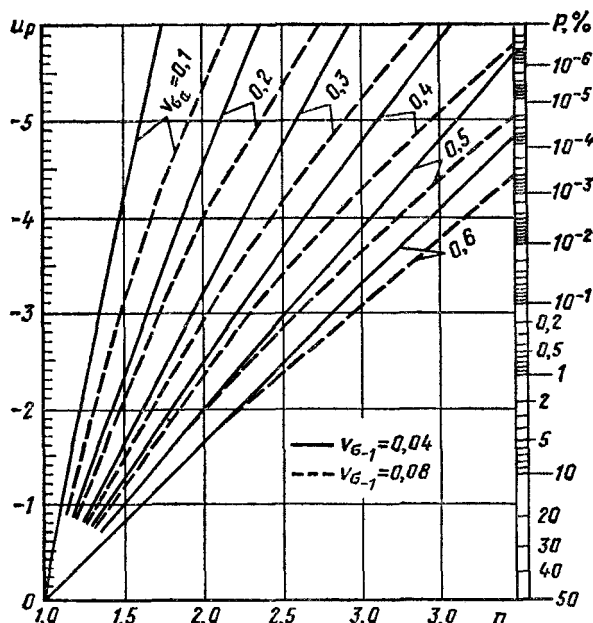


Рис. 28. Диаграмма для определения вероятности разрушения в 1-ом расчетном случае

Введем коэффициент запаса прочности по средним значениям $n = \frac{\bar{\sigma}_{-1d}}{\sigma_a}$ и коэффициенты вариации

$$v_{\sigma_{-1d}} = \frac{S_{\sigma_{-1d}}}{\bar{\sigma}_{-1d}} \text{ и } v_{\sigma_a} = \frac{S_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a}, \text{ тогда}$$

$$u_p = \frac{1-n}{\sqrt{n^2 v_{\sigma_{-1d}}^2 + v_{\sigma_a}^2}}. \quad (6.71)$$

Соотношение (6.71) использовал Ржаницын А. Р. для статистического расчета на прочность конструкции при статических нагрузках [39]. Зная величины $v_{\sigma_{-1d}}$, v_{σ_a} и n по уравнению (6.71), можно определить величину квантиля u_p , по которому по таблицам нормального распределения находится вероятность разрушения P .

Зависимость квантилей u_p и соответствующих им вероятностей разруше-

ния $P\%$ от величин n и v_{σ_a} для $v_{\sigma_{-1d}} = 0,04$ и $0,08$, построенная по уравнению (6.71), показана на рис. 28.

В случае каких-либо других законов распределения величины σ_{-1d} и σ_a вычисление вероятности разрушения можно произвести следующим образом.

Вероятность разрушения, эквивалентная вероятности выполнения неравенства $\sigma_{-1d} - \sigma_a < 0$, находится на основе известного соотношения теории вероятности, содержащего функцию распределения разности двух случайных величин (с учетом реальных пределов изменения величин $z = \sigma_{-1d}$ и $y = \sigma_a$):

$$P_{\text{разр}} = P(z - y < 0) = \int_0^{\infty} f_y \Phi_z(y) dy, \quad (6.72)$$

где $f_{y_{-1d}}$ — плотность распределения величины $y = \sigma_a$; $\Phi_z(y)$ — интегральная функция распределения величины

Таблица 3

К вычислению вероятности разрушения

i	u_{Pi}	$f(u_{Pi})$	$\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a}$	r_i	$\lg r_i$	u'_{Pi}	$\Phi(u'_{Pi})$	$f(u_{Pi}) \Phi(u'_{Pi})$
1	2,4	$2,239 \cdot 10^{-2}$	1,72	0,48	-0,319	-4,560	$2,56 \cdot 10^{-6}$	$0,0006 \cdot 10^{-4}$
2	2,6	$1,358 \cdot 10^{-2}$	1,78	0,62	-0,208	-2,970	$1,489 \cdot 10^{-3}$	$0,202 \cdot 10^{-4}$
3	2,8	$7,92 \cdot 10^{-3}$	1,84	0,72	-0,140	-2,000	0,02275	$1,805 \cdot 10^{-4}$
4	3,0	$4,43 \cdot 10^{-3}$	1,90	0,83	-0,081	-1,158	0,1234	$5,470 \cdot 10^{-4}$
5	3,2	$2,38 \cdot 10^{-3}$	1,96	0,93	-0,032	-0,457	0,3238	$7,720 \cdot 10^{-4}$
6	3,4	$1,23 \cdot 10^{-3}$	2,02	1,00	0,000	0,000	0,5000	$6,150 \cdot 10^{-4}$
7	3,6	$6,12 \cdot 10^{-4}$	2,08	1,14	0,057	0,082	0,5325	$3,260 \cdot 10^{-4}$
8	3,8	$2,92 \cdot 10^{-4}$	2,14	1,24	0,093	1,320	0,9066	$2,650 \cdot 10^{-4}$
9	4,0	$1,34 \cdot 10^{-4}$	2,20	1,35	0,130	1,810	0,9649	$1,290 \cdot 10^{-4}$
10	4,2	$5,9 \cdot 10^{-5}$	2,26	1,45	0,161	2,30	0,9893	$0,584 \cdot 10^{-4}$
11	4,4	$2,5 \cdot 10^{-5}$	2,32	1,55	0,190	2,72	0,9967	$0,249 \cdot 10^{-4}$
12	4,6	$1,0 \cdot 10^{-5}$	2,38	1,66	0,220	3,14	0,9992	$0,100 \cdot 10^{-4}$
13	4,8	$4,0 \cdot 10^{-6}$	2,44	1,76	0,246	3,52	0,9998	$0,040 \cdot 10^{-4}$
14	5,0	$1,5 \cdot 10^{-6}$	2,50	1,87	0,272	3,899	0,9999	$0,015 \cdot 10^{-4}$

$$\sum_i f(u_{Pi}) \Phi(u'_{Pi}) = 29,535 \cdot 10^{-4}$$

$z = \sigma_{-1d}$, взятая при значении $z = y = \sigma_a$, т. е.

$$\Phi_z(y) = \Phi_z(\sigma_a) = \int_0^{\sigma_a} f_z(z) dz,$$

здесь $f_z(z)$ — плотность распределения величины $z = \sigma_{-1d}$. Вычисление интеграла (6.72) удобнее производить численным способом как показано далее на примере.

Пример вычисления вероятности разрушения. Пусть амплитуды эксплуатационных напряжений для данной детали в процессе работы не меняются, но на совокупности всех деталей амплитуды распределены нормально со средним значением $\bar{\sigma}_a = 9,3$ кгс/мм² и коэффициентом вариации $v_{\sigma_a} = 0,3$. Распределение пределов выносливости деталей на основании экспериментальных данных примем логарифмически нормальным с нижней пороговой границей $u = 26,3$ кгс/мм², т. е. будем считать, что величина $x = \lg(\bar{\sigma}_{-1d} \alpha_\sigma - u)$ распределена нормально со средним значением $\bar{x} = \lg(\bar{\sigma}_{-1d} \alpha_\sigma - u)$ и стандартным отклонением $S = 0,07$. Здесь $\bar{\sigma}_{-1d} = 18,6$ кгс/мм² — медианное значение предела выносливости детали в номинальных напряжениях (соответствующее вероятности разрушения $P = 50\%$); $\alpha_\sigma = 2$ — теоретический коэффициент концентрации напряжений. Результаты вычисления сведены в табл. 3. Во втором и третьем столбцах приведены значения квантилей u_{Pi} и соответствующих им значений плотностей вероят-

ностей $f(u_{Pi})$, выписанные из таблиц нормального закона распределения [16]. Значения $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a}$ (4-й столбец) определяются по соотношению

$$\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a} = 1 + u_{Pi} v_{\sigma_a}.$$

Для определения значения $\Phi_z(y) = \Phi(u'_P)$ найдем квантиль u'_P из следующего выражения:

$$\lg(\bar{\sigma}_{-1d} \alpha_\sigma - u) = \lg(\bar{\sigma}_{-1d} \alpha_\sigma - u) + u'_P S, \quad (6.73)$$

откуда

$$u'_P = \frac{1}{S} \lg \frac{\bar{\sigma}_{-1d} \alpha_\sigma - u}{\bar{\sigma}_{-1d} \alpha_\sigma - u}. \quad (6.74)$$

Так как значение интегральной функции распределения $\Phi_z(y)$ следует взять при значении $y = \sigma_a$, то в выражении (6.74) вместо $\bar{\sigma}_{-1d}$ нужно подставить σ_{ai} ; в результате чего получим

$$u'_P = \frac{1}{S} \lg r_i$$

где

$$r_i = \frac{\sigma_{ai} \alpha_\sigma - u}{\bar{\sigma}_{-1d} \alpha_\sigma - u} = \frac{\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a} \alpha_\sigma - \frac{u}{\sigma_a}}{n \alpha_\sigma - \frac{u}{\sigma_a}}; \quad (6.75)$$

здесь

$$n = \frac{\bar{\sigma} - 1_d}{\sigma_a} = \frac{18,6}{9,3} = 2; \quad \frac{u}{\sigma_a} = \frac{26,3}{9,3} = 2,84.$$

Таким образом при принятых исходных данных имеем: $r_i = 1,725 \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a} - 2,45$. По этому выражению найдены значения r_i . Далее определяются значения $\lg r_i$ и $u'_i = \frac{\lg r_i}{0,07}$ и по таблице нормального закона распределения находятся значения интегральной функции распределения $\Phi(u'_i)$. В последнем столбце вычислены произведения $f(u'_i) \Phi(u'_i)$, суммируя которые по i находим: $\sum_i f(u'_i) \Phi(u'_i) \times \times (u'_i) = 29,535 \cdot 10^{-4}$. Значение вероятности разрушения определяется по формуле

$$P_{\text{разр}} = \int_0^{\infty} \frac{1}{S_{\sigma_a}} f(u_p) \Phi(u'_p) d\sigma_a \cong \cong \frac{\Delta\sigma_a}{\sigma_a} \frac{1}{v_6} \sum_i f(u'_i) \Phi(u'_i). \quad (6.76)$$

В результате получаем

$$P_{\text{разр}} = \frac{0,06}{0,3} \cdot 29,535 \cdot 10^{-4} \cong 5,91 \cdot 10^{-4} \\ \left(\frac{\Delta\sigma_a}{\sigma_a} = 0,06, \text{ см. табл. 3} \right).$$

Расчет на усталость при нерегулярной напряженности и ограниченном ресурсе ($N_{\text{сум}} < 10^7 - 10^8$ циклов, 2-й расчетный случай)

Для подсчета среднего ресурса совокупности деталей может быть использована линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений с корректировкой по формулам, приведенным в гл. 3.

Подставляя в уравнение (3.68) выражение (6.62) для σ_{ai} , получаем

$$\lambda = \frac{\alpha_p \bar{\sigma}^m - 1_d N_0}{v_6 \bar{\sigma}^m \sum \bar{\sigma}_{ai}^m t_i}. \quad (6.77)$$

Так как форма графика распределения амплитуд в относительных величинах, а также его средний уровень

предполагаются неизменными, то величины $\bar{\sigma}_{ai}$, $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_a \max}$, t_i , а следовательно, и α_p можно считать детерминированными, т. е. в расчетах их вариаций пренебрежем.

При больших числах циклов за срок службы детали ($N_{\text{сум}} > 10^7$ циклов), что соответствует большинству случаев в инженерной практике, лишь сравнительно небольшое число амплитуд напряжений (и ненамного) превышает предел выносливости. В этом случае, как показывают расчеты, даже 1,5—2-кратные изменения величины m приводят к несущественным изменениям долговечности. Поэтому можно пренебречь вариацией этого параметра, т. е. рассматривать его как детерминированный.

Медианный ресурс детали (соответствующий вероятности разрушения 50%), выраженный количеством блоков нагружения,

$$\bar{\lambda} = \frac{\alpha_p \bar{\sigma}^m - 1_d N_0}{v_6 \sum \bar{\sigma}_{ai}^m t_i}. \quad (6.78)$$

Для оценки дисперсии долговечности прологарифмируем выражение (6.77), в результате чего получим при $\sigma_{ai} = = \sigma_{ai} \epsilon$:

$$\lg \lambda = A + m (\lg \sigma_{-1d} - \lg \epsilon),$$

где $A = \lg \frac{\alpha_p N_0}{v_6 \sum \bar{\sigma}_{ai}^m t_i}$ и m — детерминированные величины.

Следует отметить, что величины N_0 и v_6 могут иметь некоторое рассеяние. Но как показывает опыт практических расчетов, их рассеянием можно пренебречь и расчет вести по средним значениям этих величин. Так как величины σ_{-1d} , ϵ можно считать взаимно независимыми, дисперсия величины $\lg \lambda$ определяется по формуле, выражающей дисперсию суммы независимых случайных величин:

$$S_{\lg \lambda}^2 = m^2 (S_{\lg \sigma_{-1d}}^2 + S_{\lg \epsilon}^2). \quad (6.79)$$

Дисперсию $S_{\lg \sigma_{-1d}}^2$ можно найти по формуле дисперсии функции случайной

величины:

$$S_{lg \sigma_{-1d}}^2 \cong \left[\frac{d(\lg \sigma_{-1d})}{d\sigma_{-1d}} \right]_0^2 S_{\sigma_{-1d}}^2 = \\ = (0,434 v_{\sigma_{-1d}})^2,$$

где значение квадрата производной берется при значении $\sigma_{-1d} = \bar{\sigma}_{-1d}$.

Аналогично

$$S_{lg \varepsilon}^2 = (0,434 v_{\varepsilon})^2.$$

После подстановки этих выражений в уравнение (6.79) получим

$$S_{lg \lambda}^2 = (0,434 m)^2 (v_{\sigma_{-1d}}^2 + v_{\varepsilon}^2). \quad (6.80)$$

Среднее квадратичное отклонение

$$S_{lg \lambda} = 0,434 m \sqrt{v_{\sigma_{-1d}}^2 + v_{\varepsilon}^2}. \quad (6.81)$$

Ресурс детали, выраженный в километрах пробега, часах работы и т. п.,

$$L = l_6 \lambda,$$

где l_6 — продолжительность блока нагружения, которая является детерминированной и соответствует числу циклов N_6 .

Поэтому

$$\lg L = \lg l_6 + \lg \lambda$$

и

$$S_{lg L} = S_{lg \lambda} \cong 0,434 m \sqrt{v_{\sigma_{-1d}}^2 + v_{\varepsilon}^2}. \quad (6.82)$$

Без большой погрешности можно принять, что распределение ресурса логарифмически — нормальное.

В этом случае логарифм ресурса L_P , соответствующего вероятности разрушения P , находится по формуле:

$$\lg L_P = \lg L + u_P S_{lg L} = \lg (\lambda l_6) + u_P \times \\ \times S_{lg L}, \quad (6.83)$$

где u_P — квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности разрушения $P\%$.

По формуле (6.83) может быть построена функция распределения ресурса.

Расчет на усталость при нерегулярной напряженности и неограниченном ресурсе
($N_{\text{сум}} > 10^7 - 10^8$ цикл, 3-й расчетный случай)

Для деталей, у которых суммарное число циклов, наработываемых за срок службы, достаточно велико ($N_{\text{сум}} > 10^7 - 10^8$), возможно определение вероятности разрушения при нестационарном нагружении по напряжениям. В этих случаях часть амплитуд напряжений может превышать величину предела выносливости. Эти перегрузочные циклы приводят к усталостному повреждению металла, проявляющемуся в снижении предела выносливости образцов, подвергавшихся предварительным перегрузкам.

Экспериментальные данные по влиянию предварительных циклических нагружений на величину предела выносливости были описаны в работах [29, 45]. В этих исследованиях образцы нагружали при амплитуде напряжений $\sigma_a > \sigma_{\text{исх}}$ до числа циклов n_n , где $\sigma_{\text{исх}}$ — предел выносливости исходного неповрежденного металла. Далее по обычной методике или по методу «лестницы» определяли значение предела выносливости поврежденных образцов. Как следует из этих данных, величина предела выносливости поврежденных циклическим деформированием образцов может быть представлена в следующем виде [46]:

$$\sigma_{-1\text{пов}} = \sigma_{\text{исх}} \left| 1 - \frac{n_n}{N_n} \times \right. \\ \left. \times K \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{\text{исх}}} - 1 \right) \right|, \quad (6.84)$$

где $K = 1,33$ для малоуглеродистой стали; $K = 1,65$ для среднеуглеродистой и $K = 1,80$ для легированной стали; n_n/N_n — относительное число циклов начального переменного нагружения при напряжении σ_a .

При этом из рассмотрения исключается эффект повышения сопротивления усталости от предварительного циклического нагружения напряжениями, меньшими чем σ_{-1} , так как указанный эффект нивелируется при многократном повторении блоков нагружения,

содержащего амплитуды $\sigma_a > \sigma_{-1}$. Поэтому расчет на прочность при нерегулярном нагружении может базироваться на учете снижения предела выносливости вследствие перегрузок.

Распределение амплитуд напряжений может описываться любым законом. Рассмотрим пример расчета с нормальным законом распределения амплитуд со средним значением $\bar{\sigma}_a$, стандартным отклонением S_{σ_a} и коэффициентом вариации амплитуд напряжений $v_{\sigma_a} = \frac{S_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a}$. Суммарное число

циклов за весь срок эксплуатации обозначим через $N_{\text{сум}}$. Примем, что предел выносливости имеет фиксированное значение $\sigma_{-1д}$. Отношение $n_p = \frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1д}}$,

обладающее тем свойством, что при $\frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1д}} > n_p$ будут наступать усталостные разрушения до истечения срока

службы $N_{\text{сум}}$, а при $\frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1д}} < n_p$ — разрушений не будет, назовем предельным коэффициентом нагруженности. Наиболее удобным с практической точки зрения методом определения величины n_p является табличный метод последовательных приближений (табл. 4).

Вначале непрерывное распределение амплитуд заменяется дискретным, как показано в первых трех строках табл. 4, где u_p — квантили нормального распределения; t_i — относительное количество циклов (по отношению к $N_{\text{сум}}$), приходящееся на амплитуду

$$\sigma_{ai}; t_i = \int_{\sigma_{a,i-1}}^{\sigma_{ai}} \Phi'(\sigma) d\sigma, \text{ причем при-}$$

нято, что эти величины отнесены к правой границе интервала напряжений $(\sigma_{a,i-1}; \sigma_{ai})$, т. е. к величине σ_{ai} ; погрешность в этом случае находится в безопасной зоне. Величину t_i находят по таблице нормального закона распределения. Числа циклов действия амплитуд σ_{ai}

$$n_i = N_{\text{сум}} t_i = \lambda v_6 t_i. \quad (6.85)$$

Отношение $\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}}$ находится по формуле

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} &= \frac{\bar{\sigma}_a + u_{p_i} S_{\sigma_a}}{\bar{\sigma}_a + u_{p_{\max}} S_{\sigma_a}} = \\ &= \frac{1 + u_{p_i} v_{\sigma_a}}{1 + u_{p_{\max}} v_{\sigma_a}}, \end{aligned} \quad (6.86)$$

где принято $u_{p_{\max}} = 5,5$ для нормального закона; более высокие амплитуды практически не сказываются на результатах расчета вследствие весьма малых для них величин t_i (но могут иметь значение для расчета на статическую прочность, что в данном случае не рассматривается); в табл. 4 также принято: $v_{\sigma} = 0,5$; $N_{\text{сум}} = 10^{10}$; $N_0 = 2 \cdot 10^6$; $K^a = 1,33$, $m = 8$.

В дальнейшем предполагается, что все напряжения блока действуют последовательно в порядке убывания, начиная с самого высокого значения амплитуды σ_{a1} , что приведет к некоторой погрешности в безопасную сторону. Как показывают расчеты с разбиением общего количества циклов $N_{\text{сум}}$ на различное число блоков, эта погрешность мала.

Допустим, что $\sigma_{a1} = \sigma_{a \max} > \sigma_{-1д}$. В этом случае, в результате действия первой ступени нагружения σ_{a1} длительностью n_1 предел выносливости снижается, что вытекает из формулы (6.84). Новое значение предела выносливости

$$\sigma_{-1 \text{ пов } 1} = \sigma_{-1 \text{ исх}} \left[1 - \frac{n_1}{N_1} K \left(\frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{-1д}} - 1 \right) \right].$$

Действие 2-й ступени нагружения вызовет новое снижение предела выносливости и его значение составит (в предположении, что по отношению к кривой первоначально поврежденного напряжением σ_{a1} материала процесс дальнейшего снижения подчиняется той же закономерности)

$$\begin{aligned} \sigma_{-1 \text{ пов } 2} &= \sigma_{-1 \text{ пов } 1} \left[1 - \frac{n_2}{N_2} K \times \right. \\ &\times \left. \left(\frac{\sigma_{a2}}{\sigma_{-1 \text{ пов } 1}} - 1 \right) \right] \text{ и т. д.} \end{aligned}$$

Таблица 4

Вычисление n_p методом последовательных приближений

1	i	1	2	3	4
2	u_p	5,5	5,0	4,5	4,0
3	t_i	$3 \cdot 10^{-7}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$	$2,86 \cdot 10^{-5}$	$1,98 \cdot 10^{-4}$
4	$n_i = t_i N_{\text{сум}}$	$3 \cdot 10^8$	$3,1 \cdot 10^4$	$2,8 \cdot 10^8$	$1,98 \cdot 10^8$
5	$K n_i / N_0$	$2 \cdot 10^{-3}$	$2,07 \cdot 10^{-2}$	$1,9 \cdot 10^{-1}$	1,32
6	$\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} = \frac{1 + u_p \cdot v \cdot \sigma_a}{1 + u_{p \max} \cdot v \cdot \sigma_a}$	1	0,935	0,867	0,8
$n_p = \frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1d}} = 1,25$					
7	$\frac{\sigma_{ai}}{x_0} = n_p \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}}$	1,25	1,165	1,085	1
8	ξ_i	1,25	1,168	1,10	1,086
9	$f_i = \xi_i^m (\xi_i - 1)$	1,51	0,59	0,22	0,09
10	$\nu_i = \frac{1}{N_0} n_i K f_i$	0,003	0,0118	0,0418	0,119
11	$1 - \nu_i$	0,997	0,9882	0,9582	0,881
12	$\frac{x_i}{x_0} = \frac{x_{i-1}}{x_0} \frac{x_i}{x_{i-1}}$	0,997	0,9850	0,9440	0,830
13	n_i / N_i	< 1	< 1	< 1	1,6
$n_p = 1,21$					
14	σ_{ai}/x_0	1,21	1,13	1,05	0,987
15	ξ_i	1,21	1,132	1,061	0,997
16	f_i	0,92	0,35	0,1	
17	ν_i	0,0018	0,0093	0,0190	
18	$1 - \nu_i$	0,9982	0,9907	0,9810	
19	x_i/x_0	0,9982	0,9889	0,9699	
20	n_i/N_i	< 1	< 1	< 1	

Исходя из этих же предположений, получим, что после приложения i -й ступени нагружения величина предела выносливости поврежденного материала

$$\sigma_{-1\text{пов } i} = \sigma_{-1\text{пов}, i-1} \times \left[1 - \frac{n_i}{N_i} K \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{-1\text{пов}, i-1}} - 1 \right) \right]. \quad (6.87)$$

Обозначим для упрощения записей через $x_i = \sigma_{-1\text{пов } i}$ величину предела выносливости поврежденного материала, получающуюся после действия i -й ступени нагружения; $\xi_i = \frac{\sigma_{ai}}{x_{i-1}}$ отношение амплитуды напряжений i -й ступени к пределу выносливости, получившемуся после действия $(i-1)$ -й ступени. Кроме того, из выражения для кривой усталости

$$N_i = N_0 \frac{x_i^m - 1}{\sigma_{ai}^m}, \quad (6.88)$$

где N_i — число циклов, соответствующее амплитуде σ_{ai} по кривой усталости поврежденного материала, получившейся после приложения $(i-1)$ -й ступени нагружения. Величины абсциссы точки перелома кривой усталости N_0 , а также показателя наклона кривой усталости m полагаем постоянными. С учетом указанных соотношений выражение (6.87) запишем в виде:

$$\begin{aligned} \frac{x_i}{x_{i-1}} &= 1 - \frac{n_i K}{N_0} \xi_i^m (\xi_i - 1) = \\ &= 1 - \frac{n_i K f_i}{N_0}, \end{aligned} \quad (6.89)$$

где $f_i = \xi_i^m (\xi_i - 1)$; $\frac{n_i K}{N_0} = t_i \frac{K N_{\text{сум}}}{N_0}$ (см. табл. 4). В качестве первого приложения выбираем некоторое значение n_p , например, $n_p = 1,25$, как принято в табл. 4. В этом случае можно вычислить величины отношений

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{-1\text{исх}}} &= \frac{\sigma_{ai}}{x_0} = \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a\text{max}}} \frac{\sigma_{a\text{max}}}{\sigma_{-1\text{д}}} = \\ &= \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a\text{max}}} n_p, \end{aligned}$$

умножая числа 6-й строки на величину $n_p = 1,25$.

Далее вычисления ведут в следующем

порядке. Для $i = 1$: $\xi_1 = \xi_1 = \frac{\sigma_{a1}}{x_0}$, т. е. число 1,25 переписывается из 7-й строки в 8-ю. По значению $\xi_1 = 1,25$, учитывая, что $m = 8$, находим $f_1 = 1,5$.

Умножая на это число величину $\frac{n_i K}{N_0}$ из 5-й строки определим $y_i = \frac{n_i K f_i}{N_0}$ (10-я строка), $(1 - y_i)$ (11-я строка) и значение $\frac{x_i}{x_0} = 1 - y_i$ (в общем случае

$$\frac{x_i}{x_0} = (1 - y_i) \frac{x_{i-1}}{x_0}).$$

Таким образом, например, значение $\frac{x_i}{x_0} = 0,9440$ для $i = 3$ (12-я строка) найдено путем перемножения чисел $(1 - y_i) = 0,9582$ и $\frac{x_i}{x_0} = 0,9850$.

Для определения следующего значения ξ_i нужно разделить число из 7-й строки и i -го столбца на число из 12-й строки и $(i-1)$ -го столбца, при этом получается:

$$\xi_i = \frac{\sigma_{ai}}{x_{i-1}} = \frac{\sigma_{ai}/x_0}{x_{i-1}/x_0}.$$

Например, число $\xi_4 = 1,056$ получается делением $\frac{\sigma_{a4}}{x_0} = 1$ на $\frac{x_3}{x_0} = 0,944$.

В 13-й строке подсчитана величина

$$\frac{n_i}{N_i} = \frac{y_i}{K(\xi_i - 1)}.$$

Условие разрушения: $\frac{n_i}{N_i} > 1$ при $\xi_i > 1$. Если же это условие не выполняется, а при некотором i получится $\xi_i < 1$, то это означает что разрушения не будет при данном значении n_p . Прodelав указанные вычисления при 3—4 значениях n_p , можно получить значения n_p , соответствующие появлению разрушения. Так, в табл. 4 при $n_p = 1,25$ получено:

$\frac{n_i}{N_i} = 1,6$ при $i = 4$ и $\xi_4 = 1,056$ (это соответствует разрушению).

При $n_p = 1,21$ (следующее приближение) $\xi_4 = 0,997 < 1$, что означает отсутствие разрушения. Можно было

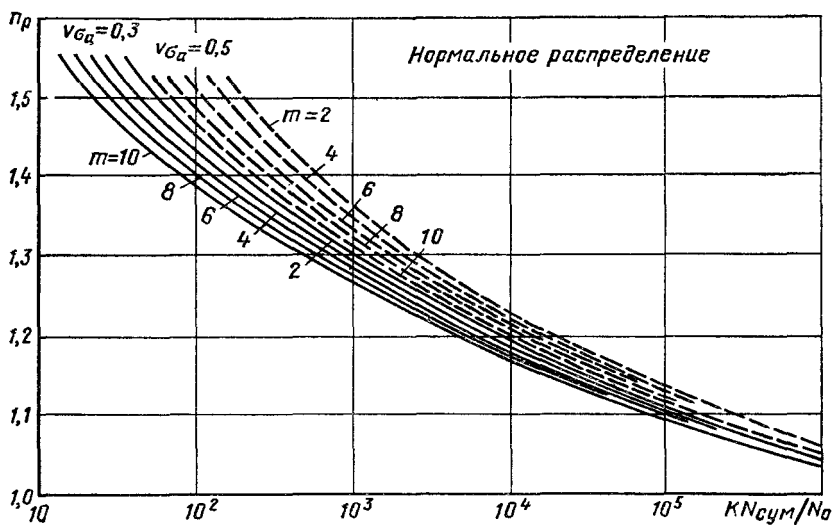


Рис. 29. Диаграмма для определения $p_r = \frac{\sigma_{a \max}}{\sigma - 1_d}$ при нормальном распределении амплитуд напряжений ($v_{\sigma_a} = 0,3; 0,5$)

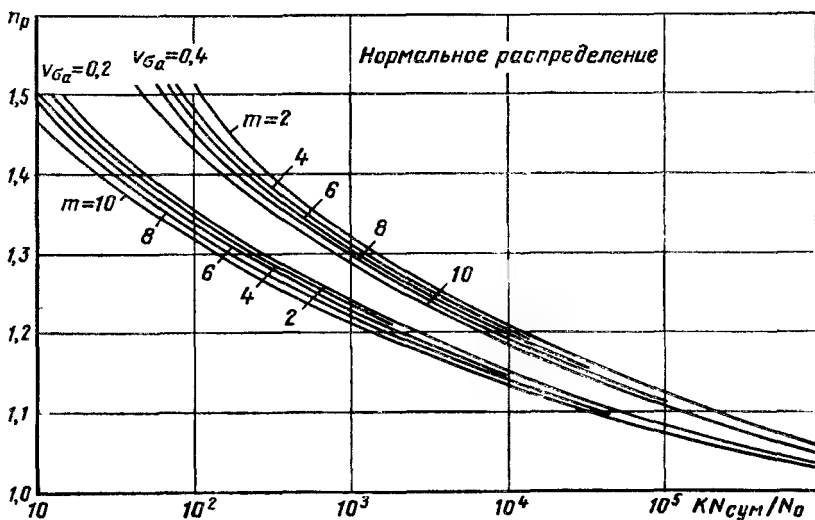


Рис. 30. Диаграмма для определения p_r при нормальном распределении амплитуд напряжений ($v_{\sigma_a} = 0,2; 0,4$)

бы ограничиться этими приближениями и принять $n_p = 1,23$. Дополнительные вычисления при $n_p = 1,23$ показали разрушение ($\frac{n_4}{N_4} = 1,23$ при $\xi_4 = 1,025$).

Поэтому окончательно величина n_p принята равной $n_p = 1,22$. Следует заметить, что если принять какой-либо вид закона распределения амплитуд напряжений, например, нормальный закон, то величина n_p будет зависеть

только от величин $\frac{KN_{\text{сум}}}{N_0}$, m и v_{σ_a} , что позволяет проделать все указанные вычисления заранее и построить номограмму для n_p . Пример такой номограммы для ряда значений m и v_{σ_a} представлен на рис. 29, 30. Как видно из этих рисунков величина m слабо влияет на величину n_p . Основное влия-

ние оказывают величины v_{σ_a} и $\frac{KN_{\text{сум}}}{N_0}$.

Соответствующие диаграммы, приведенные в работах [29, 43], построены для коэффициентов $n'_p = \frac{\sigma_{-1d}}{\bar{\sigma}_a}$. Новые

коэффициенты $n_p = \frac{\sigma_a \max}{\sigma_{-1d}}$ связаны со

старыми коэффициентами для нормального распределения следующим соотношением:

$$n_p = \frac{\sigma_a \max}{\sigma_{-1d}} = \frac{\bar{\sigma}_a + u_{p \max} S_{\sigma_a}}{\sigma_{-1d}} = \frac{1 + u_{p \max} v_{\sigma_a}}{n'_p},$$

где $u_{p \max} = 5,5$, как следует из табл. 4.

Переход к новым значениям n_p связан с удобствами единообразия вычислений для различных законов распределения амплитуд напряжений. Зависимости новых коэффициентов $n_p = \frac{\sigma_a \max}{\sigma_{-1d}}$

от $\lg \frac{KN_{\text{сум}}}{N_0}$ (рис. 29, 30) представляют собой вторичные кривые усталости в относительных (по отношению к σ_{-1d}) величинах. Аналогичные диаграммы

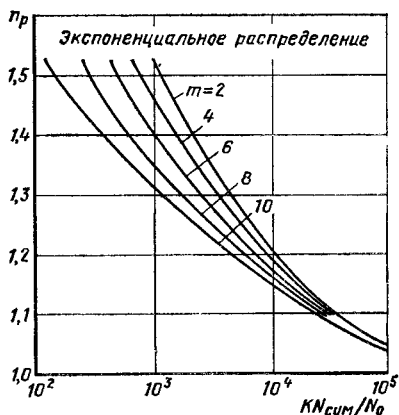


Рис. 31. Диаграмма для определения n_p при экспоненциальном распределении амплитуд напряжений

могут быть построены для любого закона распределения амплитуд напряжений. Так, на рис. 31 представлена аналогичная диаграмма для экспоненциального закона распределения амплитуд напряжений, выражаемого уравнением

$$\Phi(\sigma_a) = 1 - \exp\left(-\frac{\sigma_a}{\bar{\sigma}_a}\right), \quad (6.90)$$

где $\bar{\sigma}_a$ — средняя амплитуда напряжений.

В расчете диаграммы для n_p (рис. 31) были приняты ступени напряжений и относительных длительностей их действия, полученные в результате ступенчатой аппроксимации экспоненциального закона [42] (табл. 5).

В работах [29, 43] в качестве коэффициента n_p для экспоненциального распределения было выбрано отношение $\frac{\sigma_{-1d}}{\bar{\sigma}_a}$, которое обозначим через n'_p .

Новые коэффициенты $n_p = \frac{\sigma_a \max}{\sigma_{-1d}}$ связаны со старыми n'_p соотношением

$$n_p = \frac{\sigma_a \max}{\sigma_{-1d}} \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\sigma_a} = \frac{12}{n'_p},$$

так как $\frac{\sigma_a \max}{\sigma_a} = 12,00$ (см. табл. 5).

Таблица 5

Ступенчатая аппроксимация экспоненциального закона распределения амплитуд напряжений

i	1	2	3	4
$\frac{\sigma_{ai}}{\bar{\sigma}_a}$	12,00	10,70	9,28	7,88
$\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}}$	1	0,892	0,773	0,656
t_i	$1 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$6,3 \cdot 10^{-4}$

i	5	6	7	8	9
$\frac{\sigma_{ai}}{\bar{\sigma}_a}$	6,50	5,10	3,71	2,27	0,90
$\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}}$	0,541	0,425	0,309	0,189	0,075
t_i	$2,37 \cdot 10^{-3}$	0,0091	0,0377	0,15	0,80

При использовании диаграмм для n_p (рис. 29—31) в качестве $N_{\text{сум}}$ следует принимать количество циклов действия всех амплитуд без отбрасывания малых значений.

Допустим теперь, что величина предела выносливости детали — случайная величина, распределенная по нормальному закону с параметрами $\bar{\sigma}_{-1d}$, $S_{\sigma-1d}$ (коэффициент вариации $v_{\sigma-1d} = \frac{S_{\sigma-1d}}{\bar{\sigma}_{-1d}}$).

Пусть функция распределения амплитуд напряжений задана парами чисел $\left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}}, t_i\right)$, $i=1, 2, \dots, r$ (табл. 2), средним значением максимальной амплитуды $\bar{\sigma}_{a \max}$, числом циклов в блоке v_b , а рассеяние амплитуд напряжений характеризуется коэффициентом вариации v_e [см. формулу (6.62)].

Условие прочности при заданном $N_{\text{сум}} = \lambda v_b$, как следует из изложен-

ного выше, имеет вид

$$\frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1d}} < n_p$$

или

$$\sigma_{a \max} - n_p \sigma_{-1d} < 0.$$

Условие разрушения

$$M = n_p \sigma_{-1d} - \sigma_{a \max} < 0. \quad (6.91)$$

В силу принятых допущений величина M является нормально распределенной случайной величиной, имеющей следующие выражения для среднего значения и дисперсии:

$$\bar{M} = n_p \bar{\sigma}_{-1d} - \bar{\sigma}_{a \max}; \quad (6.92)$$

$$S_M^2 = S_{\sigma_{a \max}}^2 + n_p^2 S_{\sigma_{-1d}}^2. \quad (6.93)$$

Вероятность разрушения определяется из соотношения

$$M_p = \bar{M} + u_p S_M = 0, \quad (6.94)$$

где u_p — квантиль нормального распределения, отвечающий вероятности разрушения P .

Подставляя выражения (6.92)–(6.93) в уравнение (6.94) получаем

$$u_p = -\frac{\bar{M}}{S_M} = -\frac{1 - \frac{n_p}{n}}{\sqrt{\frac{n_p^2}{n^2} v_{\sigma-1d}^2 + v_\varepsilon^2}}, \quad (6.95)$$

где $n = \frac{\bar{\sigma}_{a \max}}{\bar{\sigma}_{-1d}}$ — отношение среднего

значения максимальной амплитуды блока к медианному значению предела выносливости. Этот коэффициент может быть назван предельным коэффициентом нагруженности по средним. Выражение (6.95) можно представить в виде, удобном для составления номограммы и вычисления

$$u_p = -\frac{1 - \tilde{n}}{\sqrt{\tilde{n}^2 v_{\sigma-1d}^2 + v_\varepsilon^2}}, \quad (6.96)$$

где $\tilde{n} = \frac{n_p}{n}$ — относительный коэффициент запаса.

Выражение (6.96) по форме совпадает с уравнением (6.71); следовательно, вычисления по формуле (6.96) могут быть заменены использованием диаграммы, представленной на рис. 28. Таким образом, процедура определения вероятности разрушения при случайных напряжениях, лежащих в основном ниже предела выносливости, сводится к следующему: по заданным величинам K , $N_{\text{сум}}$, N_0 и m по диаграмме типа приведенных на рис. 29–31 определяют величину n_p ; далее по известным величинам $\sigma_{a \max}$, σ_{-1d} , v_ε ,

$v_{\sigma-1d}$ — значения $n = \frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1d}}$, $\tilde{n} = \frac{n_p}{n}$

и по формуле (6.96) или по рис. 27 вероятность разрушения P .

Описанная методика оценки накопления усталостных повреждений при случайной нагруженности по снижению пределов выносливости вследствие действия перегрузочных циклов

была проверена экспериментально [29]. Оказалось, что подсчет ресурсов при программном нагружении по описанной методике приводит к отклонению расчетных значений от экспериментальных не более чем в 1,5–2 раза, что при показателе наклона кривой усталости $m = 17,5$ соответствует отклонению напряжений на 2–4%.

Данная методика была применена при расчете рам тележек локомотивов [4, 35] и электровозов [17], полуосей [37] и рам автомобилей, лопастей вертолетов, ряда деталей сельскохозяйственных, металлургических [9] и других машин. Полученные расчетом функции распределения долговечности оказались в хорошем соответствии с данными об эксплуатационных отказах по усталостному разрушению.

Расчет на усталость при плоском напряженном состоянии при случайном изменении компонент напряжений

Если в детали возникает плоское напряженное состояние с компонентами σ (нормальное напряжение) и τ (касательное напряжение), причем σ и τ являются случайными функциями времени, то расчет функции распределения долговечности может быть основан на следующих предположках.

Воспользуемся критерием усталостного разрушения в виде (см. гл. 3)

$$\left(\frac{\sigma_{\text{экв}}}{\sigma_{-1d}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\text{экв}}}{\tau_{-1d}}\right)^2 = 1, \quad (6.97)$$

где

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{m_\sigma}{a_p \sigma} \frac{\lambda v_{6\sigma}}{N_{0\sigma}} \sum \sigma_{ai}^m t_{ir}}, \quad (6.98)$$

$$\tau_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{m_\tau}{a_p \tau} \frac{\lambda v_{6\tau}}{N_{0\tau}} \sum \tau_{ai}^m t_{ir}}. \quad (6.99)$$

здесь λ — ресурс детали при совместном возникновении в ней нормальных и касательных напряжений, выраженный в количестве блоков нагружения.

Величины v , a_p , N_0 , m в общем случае различны для нормальных и касательных напряжений, поэтому введены дополнительные индексы σ и τ .

Обозначим через λ_{σ} — ресурс детали, вычисленный в предположении, что в детали возникают только нормальные напряжения. Из уравнения (6.77) имеем

$$\lambda_{\sigma} = \frac{a_{P\sigma} N_{0\sigma} \sigma_{-1d}^{m_{\sigma}}}{v_{6\sigma} \Sigma \sigma_{at}^{m_{\sigma}} i_{t\sigma}}. \quad (6.100)$$

В этом случае из выражений (6.100) и (6.98) получим

$$\left(\frac{\sigma_{\text{экр}}}{\sigma_{-1d}}\right)^2 = \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\sigma}}\right)^{\frac{2}{m_{\sigma}}}.$$

Аналогично

$$\left(\frac{\tau_{\text{экр}}}{\tau_{-1d}}\right)^2 = \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\tau}}\right)^{\frac{2}{m_{\tau}}}.$$

Подставим эти выражения в уравнение (6.97). Тогда

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\sigma}}\right)^{\frac{2}{m_{\sigma}}} + \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\tau}}\right)^{\frac{2}{m_{\tau}}} = 1. \quad (6.101)$$

Если величины m_{σ} и m_{τ} равны, т. е. $m_{\sigma} = m_{\tau} = m$, то величина λ определяется из уравнения (6.101)

$$\lambda = \frac{\lambda_{\sigma} \lambda_{\tau}}{\left(\frac{2}{\lambda_{\sigma}^m} + \frac{2}{\lambda_{\tau}^m}\right)^{\frac{1}{2}}}. \quad (6.102)$$

Приблизленно медианный ресурс при сложном напряженном состоянии

$$\bar{\lambda} \cong \frac{\bar{\lambda}_{\sigma} \bar{\lambda}_{\tau}}{\left(\frac{2}{\bar{\lambda}_{\sigma}^m} + \frac{2}{\bar{\lambda}_{\tau}^m}\right)^{\frac{1}{2}}}. \quad (6.103)$$

Для подсчета дисперсии логарифма ресурса при случайном нагружении $S_{\lg \lambda}^2$ прологарифмируем уравнение (6.102) и обозначим

$$\lg \lambda = y; \quad \lg \lambda_{\sigma} = x_1; \quad \lg \lambda_{\tau} = x_2;$$

$$y = x_1 + x_2 - \frac{m}{2} \lg \left(10^{\frac{2x_1}{m}} + 10^{\frac{2x_2}{m}} \right).$$

Дисперсию величины y находим по следующей приближенной формуле,

известной из математической статистики, полагая случайные величины x_1 и x_2 некоррелированными:

$$D_y \cong \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 D_{x_1} + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 D_{x_2}.$$

Вычислив производные, окончательно получим

$$S_{\lg \lambda}^2 \cong \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{\bar{\lambda}_{\tau}}{\bar{\lambda}_{\sigma}}\right)^{\frac{2}{m}}} \right]^2 S_{\lg \lambda_{\sigma}}^2 +$$

$$+ \left[1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{\bar{\lambda}_{\sigma}}{\bar{\lambda}_{\tau}}\right)^{\frac{2}{m}}} \right]^2 S_{\lg \lambda_{\tau}}^2. \quad (6.104)$$

Величины $S_{\lg \lambda_{\sigma}}^2$ и $S_{\lg \lambda_{\tau}}^2$ определяют по уравнению (6.80).

Зная $\lg \bar{\lambda} = \lg (\bar{\lambda}_{\sigma})$ и $S_{\lg L} = S_{\lg \lambda} = \sqrt{S_{\lg \lambda}^2}$, можно построить функцию распределения долговечности по уравнению

$$\lg L_P = \lg \bar{L} + u_P S_{\lg L}. \quad (6.105)$$

4. Примеры расчета

Пример 1. Расчет рамы тележки локомотива. В связи с увеличением скоростей движения на железных дорогах и напряженности в процессе эксплуатации в рамах возникают усталостные повреждения. В ЦНИИ МПС получены данные по динамической напряженности в рамах при различных скоростях движения и вероятностной оценке их долговечности [4, 35, 36, 52]. В данном примере оценивается вероятность усталостного повреждения боковины рамы тележки (в зоне приварки тяжелонагруженного кронштейна) при пробеге локомотива 510 тыс. км [4].

Исходные данные. Функции распределения амплитуд напряжений в раме тележки локомотива при различных скоростях движения представлены на нормальной вероятностной бумаге на рис. 32. Распределение амплитуд напряжений в раме тележки локомотива с достаточной точностью описывается нормальным законом распределения, а уровень напряженности существенно

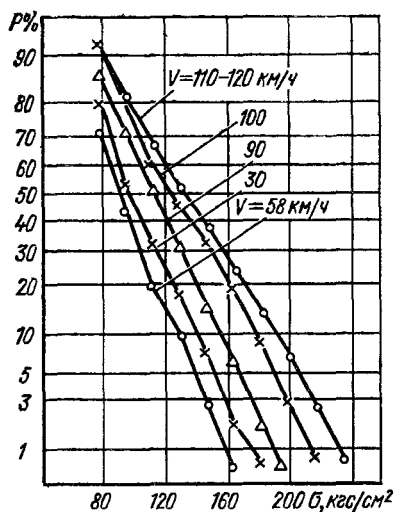


Рис. 32. Функции распределения амплитуд в раме тележки локомотива

возрастает с увеличением скорости движения. При этом коэффициент вариации амплитуд v_{σ_a} остается практически постоянным [следовательно, функции распределения преобразуются в соответствии с уравнением (6.62)].

По этим данным и известной гистограмме распределения скоростей движения, по формулам (6.63) — (6.65), находили параметры смешанного распределения амплитуд [4]:

$$\sigma_a = 111,4 \text{ кгс/см}^2; v_{\sigma_a} = 0,34;$$

$$v_{\sigma_a} = v_{\varepsilon} = 0,15.$$

Суммарное число циклов при пробеге 510 тыс. км. $N_{\text{сум}} = 4 \cdot 10^7$ циклов, что соответствует всем зарегистрированным амплитудам без отбрасывания малых значений.

Параметры кривой усталости конструкции в исследуемом сечении боковины рамы (в месте сварного соединения) оценивали по результатам усталостных испытаний аналогичных сварных рам и получили равными:

$$\bar{\sigma}_{-1d} = 280 \text{ кгс/см}^2; v_{\sigma_{-1d}} = 0,1; m = 8; N_0 = 2 \cdot 10^6.$$

Для малоуглеродистой стали в уравнении (6.84) $K = 1,33$.

Вероятность разрушения рассчитываем по диаграмме для нормального закона (рис. 29, 30):

1. Находим

$$\frac{KN_{\text{сум}}}{N_0} = \frac{1,33 \cdot 4 \cdot 10^7}{2 \cdot 10^6} = 26,6;$$

$$\lg \frac{KN_{\text{сум}}}{N_0} = 1,425.$$

Для этого значения $\frac{KN_{\text{сум}}}{N_0}$ при $m = 8$ и $v_{\sigma_a} = 0,30$ на рис. 29 находим $n'_p = 1,50$; а на рис. 30 для $v_{\sigma_a} = 0,40$ и тех же значений $m = 8$ и $\frac{KN_{\text{сум}}}{N_0} = 26,6$ — $n'_p = 1,6$.

Путем линейной интерполяции значений $n'_p = 1,5$ и $n'_p = 1,6$ для $v_{\sigma_a} = 0,34$ получаем $n_p = 1,54$.

2. Находим предельный коэффициент нагруженности

$$n = \frac{\bar{\sigma}_{a \max}}{\bar{\sigma}_{-1d}} = \frac{320}{280} = 1,14,$$

где $\bar{\sigma}_{a \max} = \bar{\sigma}_a (1 + u_p v_{\sigma_a}) = 111,4 (1 + 5,5 \cdot 0,34) = 320 \text{ кгс/см}^2$ (здесь принято $u_{p \max} = 5,5$ в соответствии с табл. 4).

3. Определяем относительный коэффициент запаса

$$\tilde{n} = \frac{n_p}{n} = \frac{1,54}{1,14} = 1,35.$$

4. Вычисляем квантиль нормального распределения

$$u_p = \frac{1 - \tilde{n}}{\sqrt{\tilde{n}^2 v_{\sigma_{-1d}}^2 + v_{\varepsilon}^2}} = \frac{1 - 1,35}{\sqrt{1,35^2 \cdot 0,1^2 + 0,15^2}} = -1,735.$$

5. По таблице нормального распределения для полученного u_p находим вероятность разрушения $P = 4,15\%$.

В эксплуатации зарегистрировано около 10% случаев повреждений этого узла при пробеге до 510 тыс. км. Указанное совпадение следует полагать вполне удовлетворительным. Вычис-

Таблица 6

Характеристики нагруженности и сопротивления усталости элементов рамы тележки электровоза

Наименование узла	$\bar{\sigma}_a$, кгс/см ²	$v_{\bar{\sigma}_a} = v_{\epsilon}$	$\bar{\sigma}_{-1d}$, кгс/см ²	$v_{\bar{\sigma}_{-1d}}$	v_b
Место перехода концевой балки в боковину	100	0,2	825	0,1	110
Место примыкания шкворневой балки к боковине	115	0,2	500	0,1	110

для аналогичным образом неряцность разрушения Р для других пробегов локомотива, можно построить функцию распределения долговечности.

Пример 2. Расчет рамы тележки электровоза ВЛ80К [17].

Исходные данные. Исследование эксплуатационных напряжений, сопротивления усталости и расчет рамы тележки электровоза ВЛ80К на прочность по методике, изложенной в разделе 3, выполнены во Всесоюзном научно-исследовательском, проектно-конструкторском и технологическом институте электровозостроения (ВЭЛНИИ, г. Новочеркасск) [17].

В результате обработки многочисленных записей (около 350) для наиболее опасных сечений рам тележек партии электровозов ВЛ80К установлено, что распределение амплитуд напряжений может быть описано законом распределения Рэлея

$$\Phi(\sigma_a) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_a}{0,798 \bar{\sigma}_a} \right)^2 \right],$$

где $\bar{\sigma}_a$ — среднее значение амплитуды σ_a .

В табл. 6 приведены значения σ_a и коэффициенты вариации $v_{\bar{\sigma}_a} = v_{\epsilon}$ средних значений амплитуд напряжений σ_a двух рассчитываемых сечений рамы, а также суммарные числа циклов в блоке нагружения v_b , соответствующем 1 км пробега локомотива ($l_b = 1$ км) (полученные по данным измерений на больших пробегах и затем пересчитанные к 1 км пути). В табл. 6 представлены также средние значения пределов выносливости указанных узлов и коэф-

фициенты вариации, найденные путем усталостных испытаний на натурных стендах (напряжения при эксплуатации и усталостных испытаниях измеряли тензодатчиками, одинаково расположенными в одном и том же наиболее напряженном месте соответствующего узла).

Параметры кривой усталости при расчете принимали равными: $N_0 = 5 \cdot 10^6$ циклов; $m = 9$.

Расчет вероятности разрушения проводится для гарантированного пробега $L_{гар} = 1$ млн. км и для максимального пробега $L_{max} = 3$ млн. км.

Расчет на прочность. 1. Выбор расчетного случая. Суммарные числа циклов, соответствующие пробегам электровоза $L_{гар}$ и L_{max} составляют:

$$(N_{сум})_{гар} = v_b L_{гар} = 110 \cdot 10^6 = 1,1 \cdot 10^8 \text{ циклов};$$

$$(N_{сум})_{max} = v_b L_{max} = 110 \cdot 3 \cdot 10^6 = 3,3 \cdot 10^8 \text{ циклов}.$$

Поэтому выбираем 3-й расчетный случай. Следует отметить, что в данном случае, как и в примере 1, расчет по скорректированной линейной гипотезе (2-й расчетный случай) провести нельзя, так как все амплитуды напряжений в блоке нагружения меньше предела выносливости, вследствие чего сумма, стоящая в знаменателе выражения (6.77) равна нулю.

2. В работе [17] по методике 3-го расчетного случая вычислены предельные коэффициенты нагруженности

n_p в зависимости от $\frac{KN_{сум}}{N_0}$ при $m = 9$ для распределения амплитуд Рэлея в предположении, что максимальные ам-

плитуды блока нагружения $\sigma_{a \max}$ в 2,8 раза превышают средние амплитуды $\bar{\sigma}_a$, т. е. $\frac{\sigma_{a \max}}{\bar{\sigma}_a} = 2,8$ (по данным тензометрических измерений). При этом

$$n'_p = 1,96 + 0,31 \lg \frac{KN_{\text{сум}}}{N_0}.$$

Здесь под n'_p понимается отношение $\frac{\sigma_{-1d}}{\bar{\sigma}_a}$; для малоуглеродистых сталей принимается $K = 1,33$. Подсчитываем значение n'_p для двух указанных выше пробегов

$$\begin{aligned} n'_{p_{\text{гар}}} &= 1,96 + 0,31 \lg \times \\ &\times \frac{1,33 \cdot 1,1 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^6} = 2,41; \\ n'_{p_{\text{max}}} &= 1,96 + 0,31 \lg \times \\ &\times \frac{1,33 \cdot 3,3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^6} = 2,56. \end{aligned}$$

Предельные коэффициенты нагруженности $n_p = \frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1d}}$ связаны с n'_p очевидным соотношением

$$n_p = \frac{\sigma_{a \max}}{\sigma_{-1d}} \frac{2,8 \bar{\sigma}_a}{2,8 \bar{\sigma}_a} = \frac{2,8}{n'_p}.$$

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned} n_{p_{\text{гар}}} &= \frac{2,8}{2,41} = 1,16; \\ n_{p_{\text{max}}} &= \frac{2,8}{2,56} = 1,09. \end{aligned}$$

3. Предельные коэффициенты нагруженности составляют: для места пере-

хода концевой балки в боковину

$$n = \frac{\bar{\sigma}_{a \max}}{\sigma_{-1d}} = \frac{2,8 \bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}_{-1d}} = \frac{2,8 \cdot 100}{825} = 0,34;$$

для места примыкания шкворневой балки к боковине

$$n = \frac{2,8 \cdot 115}{500} = 0,644.$$

4. Относительные коэффициенты запаса $\tilde{n}$: для первого случая

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{\text{гар}} &= \frac{n_{p_{\text{гар}}}}{n} = \frac{1,16}{0,34} = 3,4; \\ \tilde{n}_{\text{max}} &= \frac{n_{p_{\text{max}}}}{n} = \frac{1,09}{0,34} = 3,2; \end{aligned}$$

для второго случая

$$\begin{aligned} \tilde{n}_{p_{\text{гар}}} &= \frac{1,16}{0,644} = 1,80; \\ \tilde{n}_{\text{max}} &= \frac{1,09}{0,644} = 1,70. \end{aligned}$$

5. Квантиль нормального распределения, соответствующая вероятности разрушения $P\%$, для места перехода концевой балки в боковину при гарантийном пробеге

$$\begin{aligned} u_p &= \frac{1 - \tilde{n}_{\text{гар}}}{\sqrt{\tilde{n}_{\text{гар}}^2 v_{\sigma_{-1d}}^2 + v_{\varepsilon}^2}} = \\ &= \frac{1 - 3,4}{\sqrt{(3,4 - 0,1)^2 + 0,2^2}} = -6,1. \end{aligned}$$

По номограмме, представленной на рис. 28 (используя графическую связь между u_p и P) получаем вероятность разрушения $P = 9 \cdot 10^{-10}$. Аналогично вычисляем вероятности разрушения двух указанных узлов при различных пробегах, включая 0,5 млн. км (табл. 7).

Таблица 7

Наименование узла	Значения P при пробеге L в млн. км		
	0,5	1	3
Место перехода концевой балки в боковину	—	$9 \cdot 10^{-10}$	$3 \cdot 10^{-9}$
Место примыкания шкворневой балки к боковине	$3 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$

Полученные цифры показывают, что разрушение в месте перехода концевой балки в боковину практически исключено. В настоящее время в эксплуатации находится более 2000 рам тележек электровозов ВЛ80К, из них несколько десятков имеют пробег более 0,5 млн. км остальные — менее 0,5 млн. км. Усталостные повреждения в рамах тележек этих электровозов не обнаружены.

По данным табл. 7 оценим вероятность разрушения по месту примыкания шкворневой балки к боковине m рам ($m = 0, 1, 2 \dots$) используя распределение Пуассона. В табл. 8 представлены указанные вероятности $P_\lambda(m)$ для различных $\lambda = P_{\text{разр}} n$, характеризующих среднее число выходящих из строя деталей.

Таблица 8

Вероятности разрушения m рам из 2 тысяч, находящихся в эксплуатации, до пробегов 0,5, 1 и 3 млн. км

m	Значения $P_\lambda(m)$		
	$\lambda_{0,5} = 0,6$	$\lambda_1 = 3$	$\lambda_3 = 8$
0	0,549	0,0498	0,0003
1	0,329	0,1491	0,0027
2	0,099	0,2240	0,0107
3	0,020	0,2240	0,0286
4	0,0030	0,1680	0,0573
5	0,0004	0,1008	0,0916
6	~0	0,0504	0,1221
7	~0	0,0216	0,1396
8	~0	0,0081	0,1396

Указанные значения λ_L (где L пробег в млн. км) подсчитаны следующим образом ($n = 2000$):

$$\lambda_{0,5} = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 2000 = 0,6;$$

$$\lambda_1 = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2000 = 3;$$

$$\lambda_3 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 2000 = 8.$$

Полученные вероятности показывают, что при пробеге до 0,5 млн. км из 2000 рам с вероятностью $\sim 0,55$ следует ожидать, что не будет ни одного случая разрушения, и с вероятностью $\sim 0,33$ можно ожидать разрушения одной рамы, разрушение большего числа рам практически исключено. При пробеге 1 млн. км есть основание ожидать разрушения от 1 до 5 рам.

Допустим, что 30 рам имели пробег 1 млн. км. Тогда среднее число рам,

которые могут выйти из строя, $\lambda = 30 \times 1,5 \cdot 10^{-3} = 0,045$. При этом вероятность того, что ни одна из этих рам не разрушилась, составляет

$$P_\lambda(m) > 0,9 \quad (m=0; \lambda=0,045).$$

Таким образом, данные наблюдений соответствуют вычисленным вероятностям разрушения. После пробега 1 млн. км 2000 рам можно будет дополнительно проверить вычисленные для этого случая вероятности разрушения.

Следует заметить, что под разрушением здесь понимали начало образования трещины, так как пределы выносливости, использованные в расчете, находили именно по этому критерию. После появления трещины рама может работать еще некоторый период, соответствующий стадии развития трещины, что позволяет своевременно обнаружить этот дефект при осмотре и устранить его.

Вероятности разрушения, приведенные в табл. 7, свидетельствуют о достаточной прочности рамы тележки электровоза ВЛ80К. Вместе с тем из анализа табл. 7 вытекает необходимость осмотров места примыкания шкворневой балки к боковине после пробега 500—600 тыс. км.

Пример 3. Расчет на выносливость предохранительного шпинделя прошивного стана. Исходные данные. Предохранительный шпиндель, показанный на рис. 33, включен в систему валопровода стана для предотвращения разрушения более дорогостоящих деталей. Поэтому вероятность разрушения этого шпинделя от усталости должна быть более высокой, чем у основных деталей. Вал изготовлен из стали 45 со средним значением предела прочности $\sigma_B = 60$ кгс/мм² и коэффициентом вариации $v_{\sigma_B} = 0,07$; предел выносливости гладкого лабораторного образца (ме-

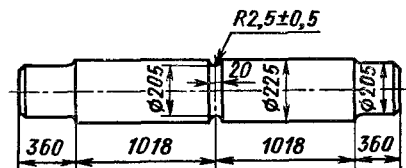


Рис. 33. Предохранительный шпиндель прошивного стана

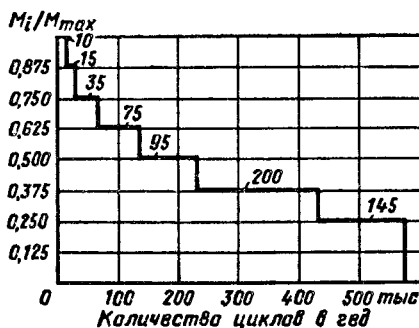


Рис. 34. Распределение амплитуд крутящих моментов в предохранительном штиф-деле

длание значение) $\tau_1 = 14$ кгс/мм²; окончательной операцией при обработке канавки является тонкая обточка. Нагружается вал крутящим моментом, пропорциональным моменту прокатки трубы. Вследствие прокатки труб различных размеров и материалов в течение года моменты прокатки изменяются. Тензометрические измерения [2] позволили получить форму блока нагружения, характеризующую распределение амплитуд крутящих моментов и представленную на рис. 34; среднее значение максимального момента составляет $\bar{M}_{\max} = 18,8 \cdot 10^3$ кгс·см, момент изменяется по пульсирующему циклу.

Так как давление металла на валки при прокатке, а следовательно, и значение крутящего момента пропорциональны пределу текучести деформируемого металла трубы, зависящего от температуры прокатки и имеющего определенное межплазменное рассеяние, то амплитудам моментов свойственно рассеяние при сохранении формы блока в относительных координатах; т. е. в соответствии с формулой (6.62):

$$M_{ai} = \bar{M}_{ai} \epsilon \quad (i = 1, 2, 3 \dots).$$

Коэффициент вариации ϵ зависит от коэффициента вариации предела текучести ϵ_{σ_T} , от колебания температуры при прокатке и от других возможных технологических отклонений.

Из-за отсутствия данных прием ориентировочно $\epsilon = 0,10$. Полярный

момент сопротивления вала в рабочем сечении

$$W_p = 0,2 d^3 = 0,2 \cdot 20,5^3 = 1730 \text{ см}^3.$$

Среднее значение максимальной амплитуды касательных напряжений блока нагружения, с учетом того, что цикл является пульсирующим,

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_{\text{amax}} &= \frac{\bar{M}_{\max}}{2W_p} = \frac{18,8 \cdot 10^3}{2 \cdot 1730} = \\ &= 550 \text{ кгс/см}^2 = 5,5 \text{ кгс/мм}^2. \end{aligned}$$

Так как при кручении деталей из углеродистых сталей асимметрия цикла практически не влияет на предельную амплитуду до пульсирующего цикла ($\psi_T \approx 0$), то влияние асимметрии цикла не учитываем.

Расчетные характеристики сопротивления усталости $\bar{\tau}_{-1L}$, ν_{-1L} , N_0 , m находим по методике, изложенной в гл. 11. Для определения теоретического коэффициента концентрации α_T вычисляем

$$\frac{d}{D} = \frac{205}{225} = 0,91; \quad \frac{\rho}{D} = \frac{2,5}{225} = 0,011.$$

На рис. 48 гл. 11 находим $\alpha_T = 2,5$.

По формуле (10) табл. 9 гл. 11 градиент напряжений

$$\bar{G}_T = \frac{1}{\rho} + \frac{2}{d} = \frac{1}{2,5} + \frac{2}{205} = 0,4 \text{ 1/мм.}$$

При кручении круглого вала

$$L = \pi d = \pi \cdot 205 = 645 \text{ мм.}$$

$$\text{Далее находим: } \lg \frac{L}{G} = \lg \frac{645}{0,4} = 3,21.$$

В соответствии с рекомендациями (см. табл. 10, гл. 11) можно принять коэффициент $\nu_T = 1,5$, $\nu_0 = 1,5 \times 0,10 = 0,15$, где $\nu_0 = 0,10$ для углеродистой стали.

Коэффициент влияния качества обработки поверхности β находим для тонкой обточки при $\sigma_b = 60$ кгс/мм² по рис. 81 гл. 11 ($\beta = 0,9$).

Значение $\frac{K_T}{\epsilon_T}$ определяем по формуле (11.8)

$$\frac{K_T}{\epsilon_T} = \frac{\alpha_T}{F\left(\frac{L}{G}, \nu_T\right)} = \frac{2,5}{0,82} = 3,05,$$

Таблица 9

Функция распределения амплитуд напряжений в шпинделе

i	1	2	3	4	5	6	7
$\frac{\bar{\tau}_{ai}}{\tau_{a \max}}$	1	0,875	0,75	0,625	0,5	0,375	0,25
v_{i6} , тыс. циклов	10	15	35	75	95	200	145
$\bar{\tau}_{ai}$, кгс/мм ²	5,50	4,82	4,12	3,34	2,75	2,06	1,38

где значение функции $F\left(\frac{L}{G\tau}, v_{\tau}\right) = 0,82$ (см. рис. 31 гл. 11).

Суммарный коэффициент $K_{\tau D}$, учитывающий влияние всех факторов на сопротивление усталости, и медианное значение предела выносливости $\bar{\tau}_{-1D}$ определяем по формулам:

$$K_{\tau D} = \left(\frac{K_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) = 3,05 + \frac{1}{0,9} - 1 = 3,16;$$

$$\bar{\tau}_{-1D} = \frac{\bar{\tau}_{-1}}{K_{\tau D}} = \frac{14}{3,16} = 4,4 \text{ кгс/мм}^2;$$

Коэффициент вариации предела выносливости вала

$$v_{\tau-1D} \approx \sqrt{v_{\tau \max}^2 + v_{\tau-1}^2 + v_{\alpha_0}^2} = \sqrt{0,04^2 + 0,07^2 + 0,015^2} = 0,082.$$

Здесь принято $v_{\tau-1} \approx v_{\sigma_B} = 0,07$; $v_{\sigma \max} = -v_{\tau \max} = 0,04$ (по рис. 18 гл. 6 для стали 45 при $\lg \frac{L}{G} = 3,21$).

Для определения $v_{\alpha_{\tau}}$ по уравнению (6.50) найдена приближенная линейная зависимость: $\alpha_{\tau} = 3 - 50 \frac{\rho}{D}$, поэтому, согласно формуле (6.49):

$$v_{\alpha_{\tau}} = \left| \frac{\partial \alpha_{\tau}}{\partial \rho} \right| \frac{\bar{\rho}}{\alpha_{\tau}} v_{\rho} = \frac{50}{D} \frac{\bar{\rho}}{\alpha_{\tau}} v_{\rho} = 0,22 v_{\rho} = 0,22 \frac{0,167}{2,5} = 0,015,$$

где $S_{\rho} = \frac{0,5}{3} = 0,167$ — среднее квадратичное отклонение радиуса канавки, если принята поле допуска $\pm 0,5$ мм

$$\text{за } \pm 3 S_{\rho}; \quad v_{\rho} = \frac{S_{\rho}}{\rho} = \frac{0,167}{2,5}.$$

Параметры N_0 и m принимаем равными $N_0 = 1 \cdot 10^6$ циклов, $m = 10$. Таким образом, получаем следующие исходные данные для расчета:

а) исходная форма блока амплитуд напряжений представлена в табл. 9. Величины v_{i6} соответствуют 1 году эксплуатации ($l_6 = 1$ год). Определив $0,5 \bar{\tau}_{-1D} = 0,5 \cdot 4,4 = 2,2$ кгс/мм², находим, что амплитуды, стоящие в 6 и 7 колонках таблицы необходимо исключить из рассмотрения, так как в этом случае $\bar{\tau}_{ai} < 0,5 \bar{\tau}_{-1D}$ ($i = 6, 7$).

Находим общее число циклов в блоке $v_6 = (10 + 15 + 35 + 75 + 95)$ тыс. циклов = 230 000 циклов.

Форма блока амплитуд напряжений, принятая в расчете дана в табл. 10;

б) характеристики нагруженности: $\tau_{a \max} = 5,5$ кгс/мм²; $v_e = 0,1$; $l_6 = 1$ год;

в) расчетные характеристики сопротивления усталости $\bar{\tau}_{-1D} = 4,4$ кгс/мм²; $v_{\tau-1D} = 0,082$; $N_0 = 1,10^6$ циклов; $m = 10$.

Последовательность расчета по 2-му расчетному случаю:

1) вычисление a_{ρ} начинаем с подсчета ξ , суммируя числа в последней

Таблица 10

Расчетный блок амплитуд напряжений шпинделя

i	1	2	3	4	5
$\frac{\tau_{ai}}{\tau_{a \max}}$	1	0,875	0,75	0,625	0,5
v_{i6} , тыс. циклов	10	15	35	75	95
$t_i = \frac{v_{i6}}{v_6}$	0,0435	0,0655	0,152	0,326	0,413
$\frac{\tau_{ai}}{\tau_{a \max}} t_i$	0,0435	0,0573	0,1138	0,2040	0,2065

строке табл. 10

$$\zeta = \sum_{i=1}^5 \frac{\tau_{ai}}{\tau_{a \max}} t_i = 0,0435 + 0,0573 +$$

$$+ 0,1138 + 0,2040 + 0,2065 = 0,625.$$

Величина a_p вычисляется по формуле (3.66) (см. гл. 3)

$$a_p = \frac{\bar{\tau}_{a \max} \zeta - 0,5 \bar{\tau}_{-1d}}{\bar{\tau}_{a \max} - 0,5 \bar{\tau}_{-1d}} =$$

$$= \frac{5,5 \cdot 0,625 - 0,5 \cdot 4,4}{5,5 - 4,4 \cdot 0,5} = 0,385;$$

2) для вычисления медианного числа блоков до разрушения составляем табл. 11, включая в нее только амплитуды, превышающие предел выносливости:

Медианное число блоков до разрушения находим по формуле (6.77)

$$\bar{\lambda} = \frac{a_p \bar{\tau}_{-1d}^m N_0}{\sum \tau_{ai}^m v_{i6}} =$$

$$= \frac{0,385 \cdot 4,1^{10} \cdot 10^6}{3,51 \cdot 10^{11}} = 2,97;$$

3) медианный ресурс детали $\bar{L}$, выраженный в годах работы вала, составляет

$$\bar{L} = \bar{M}_6 = 2,97 \cdot 1 = 2,97 \text{ года.}$$

4) среднее квадратичное отклонение логарифма ресурса находим по формуле (6.81):

$$S_{lg L} = 0,434 m \sqrt{v_{-1d}^2 + v_{\varepsilon}^2} =$$

$$= 0,434 \cdot 10 \sqrt{0,082^2 + 0,1^2} = 0,56;$$

Подсчет ресурса шпинделя

Таблица 11

i	1	2	
$\tau_{ai}/\tau_{a \max}$	1	0,875	$\sum_{i=1}^2 \bar{\tau}_{ai}^m v_{i6} =$ $= (2,5 + 1,01) \cdot 10^{11} = 3,51 \cdot 10^{11}$
τ_{ai} , кгс/мм ²	5,5	4,82	
v_{i6}	10 000	15 000	
$\bar{\tau}_{ai}^m$	$2,5 \cdot 10^7$	$6,77 \cdot 10^6$	
$\bar{\tau}_{ai}^m v_{i6}$	$2,5 \cdot 10^{11}$	$1,01 \cdot 10^{11}$	

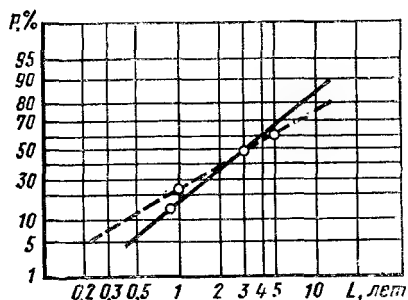


Рис. 35. Функции распределения ресурса предохранительного шпинделя прошивного стана

5) для построения функции распределения ресурса на логарифмически-нормальной вероятностной бумаге, вычислим ресурс, соответствующий вероятности разрушения 15,9% ($u_P = -1$) по формуле (6.83)

$$\lg L_{P=0,159} = \lg \bar{L} - 1 \cdot S_{\lg L} = \\ = \lg 2,97 - 1 \cdot 0,56 = 1,907.$$

Откуда $L_{0,159} = 0,81$ года.

Функция распределения ресурса шпинделя, построенная по этим данным на логарифмически нормальной вероятностной бумаге, представлена на рис. 35 сплошной линией.

Последовательность расчета по 3-му расчетному случаю. Покажем, что этот же вал может быть рассчитан методом последовательных приближений, основанным на учете постепенного снижения предела выносливости вследствие циклических перегрузок (3-й расчетный случай):

1) определение предельного коэффициента нагруженности для 1 года работы вала проведем методом последова-

тельных приближений. В результате получим $n_P = 1,36$;

2) предельный коэффициент нагруженности

$$n = \frac{\bar{\tau}_{a \max}}{\bar{\tau}_{1d}} = \frac{5,5}{4,4} = 1,25;$$

3) относительный коэффициент запаса

$$\hat{n} = \frac{n_P}{n} = \frac{1,36}{1,25} = 1,09;$$

4) квантиль нормального распределения

$$u_P = \frac{1 - \hat{n}}{\sqrt{\hat{n}^2 v_{\bar{\tau}_{1d}}^2 + v_{\bar{\tau}_e}^2}} = \\ = \frac{1 - 1,09}{\sqrt{(1,09 \cdot 0,082)^2 + 0,1^2}} = \\ = \frac{-0,09}{0,135} = -0,67;$$

5) вероятность разрушения $P \approx 25\%$.

Аналогичный подсчет вероятности разрушения для 5 лет работы вала приводит к следующим результатам:

$$n_P = 1,21; \quad \hat{n} = \frac{1,21}{1,25} = 0,97; \\ u_P = \frac{1 - 0,97}{\sqrt{(0,97 \cdot 0,082)^2 + 0,1^2}} = 0,236; \\ P = 60\%.$$

По данным этого расчета (по 3-му расчетному случаю) функция распределения ресурса изображена на рис. 35 пунктирной линией. Как видно из рис. 35 результаты расчета указанными двумя способами практически совпадают.

Список литературы

1. Александров А. П., Журков С. Н. Явление хрупкого разрыва. М., ГТТИ, 1933, с. 52.

2. Анализ работоспособности линии приводов прокатного оборудования с учетом спектра нагрузки. — «Труды ВНИИМеташ», вып. 22, 1968, с. 242—258. Авт.: В. П. Анисифоров, Л. В. Коиовалов, В. Д. Курганов, А. И. Мальцев.

3. Афанасьев Н. Н. Статистическая теория усталостной прочности металлов. Киев. Изд-во АН УССР, 1953, 128 с.

4. Белоусов В. Н. Исследование эксплуатационной нагруженности рам тележек локомотивов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук, М., ЦНИИ МПС, 1968, 8 с.

5. Биргер И. А. Вероятность разрушения, запасы прочности и диагностика. — В кн.: «Проблемы механики твердого деформированного тела. М., «Судостроение», 1970, с. 71—82.
6. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике. М., Стройиздат, 1965, 279 с.
7. Буглов Е. Г. Испытания на усталость и оценка эксплуатационной долговечности автомобильных полусосей. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте. М., «Наука», 1969, с. 97—111.
8. Вагапов Р. Д., Шишорина О. И. Эффект наложения концентрации напряжений при действии переменных нагрузок, стр. 36—51. — В кн.: Вопросы прочности материалов и конструкций. Под ред. С. В. Серенсена. М., Изд-во АН СССР, 1959; 400 с.
9. Вали и осн. М., «Машиностроение», 1970, 319 с. Авт.: С. В. Серенсен, М. Б. Громан, В. П. Когаев, Р. М. Шнейдерович.
10. Волков С. Д. Статистическая теория прочности. М., Машгиз, 1960, 176 с.
11. Гальперин М. Я., Когаев В. П. Параметры функций распределения пределов выносливости образцов из сталей и легких сплавов. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте, 1969, М., «Наука», с. 36—40.
12. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965, 524 с.
13. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М., Гостехиздат, 1954, 411 с.
14. Дмитриченко С. С. «Методы оценки и повышения долговечности несущих систем тракторов и других машин. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук. М., МВТУ, 1970, 36 с.
15. Дмитриченко С. С., Благовещенский Ю. Н., Нерсисян Р. В. Использование эмпирических распределений амплитуд напряжений для расчета накопленного повреждения. — «Вестник машиностроения», № 5, 1969.
16. Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть). М., Гостехиздат, 1955, 556 с.
17. Журавлев Е. Н. Исследование усталостной прочности рам тележек. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук, Новочеркасск, Новочеркасский Политехнический институт, 1970, 18 с.
18. Исследование усталости и длительной статической прочности алюминиевых сплавов. — «Труды МАТИ». Под ред. С. В. Серенсена. Вып. 51, 1961, 100 с.
19. Когаев В. П. Метод статистической обработки результатов усталостных испытаний. — «Заводская лаборатория», 1957, № 5, с. 612—620.
20. Когаев В. П. Оценка распределения долговечности при варьируемых амплитудах методом перемножения стохастических матриц. — «Машиностроение», 1967, № 4, с. 72—79.
21. Когаев В. П. Моделирование процесса усталости методом Монте-Карло. — «Заводская лаборатория», 1968, № 7, с. 828—832.
22. Когаев В. П., Серенсен С. В. Статистическая методика оценки влияния концентрации напряжений на сопротивление усталости. — «Заводская лаборатория», 1962, № 1, с. 79—87.
23. Когаев В. П. Статистическая оценка влияния конструктивных факторов на сопротивление усталости. — «Машиностроение», 1965, № 6.
24. Когаев В. П., Бойцов Б. В. Рассеивание пределов выносливости деталей машин в связи с конструктивными и технологическими факторами. — «Надежность и контроль качества», 1969, № 10, с. 53—65.
25. Когаев В. П., Кирич В. В. Сопротивление усталости сплава ЭИ 437.-Б при программном нагружении и повышенной температуре. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте. М., «Наука», 1969, с. 69—80.
26. Когаев В. П., Петрова И. М. Оценка долговечности при программном нагружении в больших базах испытаний. — «Машиностроение», 1973, № 1, с. 51—56.
27. Когаев В. П. Влияние концентрации напряжений и масштабного фактора на сопротивление усталости в статистическом аспекте. — В кн.: Вопросы механической усталости. М., «Машиностроение», 1964, с. 67—100.
28. Когаев В. П. Расчетная оценка пределов выносливости деталей машин. — «Вестник машиностроения», 1972, № 1, с. 11—14.
29. Когаев В. П. Статистические закономерности усталости металлов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук, М., ИМАш, 1968, 55 с.
30. Когаев В. П., Гиацинтов Е. В., Степнов М. Н. Сопротивление усталости сплава АВТ и масштабный фактор. — В кн.: Конструкционная прочность легких сплавов и сталей. Под ред. С. В. Серенсена. — «Труды МАТИ», вып. 61. М., «Машиностроение», 1964, с. 5—18.
31. Конструкционная прочность авиационных сплавов. — «Труды МАТИ», вып. 54. М., Оборонгиз, 1962, 102 с. Авт.: С. В. Серенсен, Е. В. Гиацинтов, В. П. Когаев, М. Н. Степнов.
32. Контротова Т. А., Френкель Я. И. Статистическая теория хрупкой прочности реальных кристаллов. — «Журнал технической физики», 1941, № 3.
33. Кордонский Х. Б. Вопросы точности, надежности машин и качества. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук. М., ИМАш, 1965.
34. Кугель Р. В., Дмитриченко С. С. Методика статистического анализа переменной нагруженности деталей. «Труды НАТИ», вып. 195, 1968, М., ОНТИ НАТИ, с. 3—34.
35. Мейснер Б. А. Прочность и надежность рам локомотивных тележек (оценка и прогнозирование). Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук, М., ЦНИИ МПС, 1973, 43 с.
36. Мейснер Б. А., Белоусов В. Н., Когаев В. П. Вероятность усталостного повреждения рамы тележки локомотива. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте. Под ред. С. В. Серенсена. М., «Наука», 1969, с. 135—141.
37. Пожарицкий Л. Н. Исследование нагрузочных режимов основных деталей шасси автомобиля с целью оценки их долговечности. Автореферат диссертации на со-

- искание ученой степени канд. техн. наук, М., МАМИ, 1969, 36 с.
38. Решетов Д. Н. Расчет деталей станков. М., Машгиз, 1945, 138 с.
39. Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. М., Стройвоенмориздат, 1949, 236 с.
40. Серенсен С. В., Буглов Е. Г. О вероятностных представлениях переменной нагруженности деталей машин. — «Вестник машиностроения», 1960, № 10, с. 10—17.
41. Серенсен С. В., Буглов Е. Г. О прочности деталей в связи с вероятностным представлением о нагруженности и характеристиках усталости. — «Вестник машиностроения», 1960, № 11, с. 23—32.
42. Серенсен С. В., Кобаев В. П. Вероятностный расчет на прочность при стационарной переменной нагруженности и условия подобия усталостного разрушения. — «Вестник машиностроения», 1968, № 1, с. 13—18.
43. Серенсен С. В., Кобаев В. П. Вероятностные методы расчета на прочность при переменных нагрузках. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте. М., «Наука», 1969, с. 117—134.
44. Серенсен С. В., Кобаев В. П. Стохастические теории накопления усталостных повреждений. — «Машиноведение», 1966, № 3, с. 62—68.
45. Серенсен С. В., Кобаев В. П. Долговечность деталей машин с учетом вероятности разрушения при нестационарном переменном нагружении. — «Вестник машиностроения», 1966, № 1.
46. Серенсен С. В. Об оценке долговечности деталей. — «Вестник машиностроения», 1944, № 7—8, с. 1—7.
47. Степнов М. Н. Статистическая обработка результатов механических испытаний. М., «Машиностроение», 1972, с. 232.
48. Степнов М. Н. Закономерности рассеяния предела выносливости конструкционного алюминиевого сплава. — «Машиноведение», 1965, № 4.
49. Степнов М. Н., Гиацинтов Е. В. Усталость легких конструкционных сплавов. М., «Машиностроение», 1973, 318 с.
50. Степнов М. Н., Гиацинтов Е. В., Кобаев В. П. Статистическая обработка результатов усталостных испытаний на основе линейного регрессионного анализа. В кн.: «Проблемы прочности в машиностроении». Под ред. Серенсена С. В. Изд. АН СССР, 1959, вып. 3, с. 71—88.
51. Стрелеский Н. С. Основы статистического учета коэффициента запаса прочности сооружений. М. Стройиздат 1947, 95 с.
52. Сварные конструкции локомотивных тележек. Основные положения проектирования и изготовления. Под ред. К. П. Королева. М., «Транспорт», 1971, 72 с.
53. Слюбин Б. З., Трофимов О. Ф. Статистический анализ изменений случайной нагруженности для оценки накопления усталостного повреждения. — «Вестник машиностроения», 1966, № 10, с. 3—5.
54. Шашин М. Я. Вопросы прочности наклепанных дробью деталей при нестационарной напряженности. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук., М., ИМАш, 1961.
55. Халед А. М. Математическая статистика с техническими приложениями. И. Л., 1956, 664 с.
56. A tentative guide for fatigue testing and the statistical analysis of fatigue data. ASTM, s. i. p. n 91—A, 1958.
57. Corten M., Dolan T. Cumulative Fatigue Damage. Conference on Fatigue Scs.3, Paper 2, 1956, London.
58. Dixon W. J., Mood A. M. Journ. Amer. statist. Assoc. Vol. 43, 1948, p. 109—126.
59. Epstein B. Journ. of appl. Phys. Vol. 19, Febr. 1948, p. 140.
60. Freudenthal A. M. The safety of structure. Proc. Amer. Soc. Civil. Eng. 1945, v. 71, N 8.
61. Freudenthal A., Heller R. On stress interaction on Fatigue and Cumulative Damage. Ruhl. Journ. Aero-Space Sciences N 7, 1959.
62. Freudenhal A. M., Gumbel E. J. Journ. of the Amer. statist. Assos 1954, v. 49, N 267, p. 575.
63. Fowler F. H. Trans. ASME, 1945, Vol. 67.
64. Haas T. The Engineers' Digest. March, 1962, vol. 23, N 3.
65. Locati. Revue de Metallurgie, 1966, N 2.
66. Lundberg B. Fatigue Life of Airplane structures, I. Aeron. Sciences N 6, 1955.
67. Moszynski W. Przegląd Mechaniczny N 7—9, Warszawa, 1953.
68. MacCallintock, Journ. of Appl. Mech. Sept. 1955.
69. Ransom J. T., Mehl R. F. Journ. Metals N 9, 185, 364, 1949.
70. Rice S. O. Mathematical analysis of random noise. BSTI. 1944, v. 23, N 3, 1945, v. 24, N 1.
71. Rice I. R., Beer F. P. On the distribution of rises and falls in a continuous random process. Journal of Basic Engineering, 1965, N 2 p. 154—161.
72. J. S-hijve. National Lufthvaartlaboratorium, Report MP, 201, Amsterdam, 1961.
73. Serensen S. V., Trufilakov V. J. Proposition on the method of fatigue testing J. J. W. Doc. X111—384—65.
74. Sinclair G. M., Dolan T. J. Trans. ASME, v. 75, (1953).
75. Sedlaczek J. Statistika theorie unavy materialu, Stroirenstvi N 11, 1955.
76. Weibull W. A. Statistical theory of the strength of material Proc. Royal Swedish i—t ing. Research Stockholm, N 151, 1939.
77. Weibull W. A. Statistical representation of fatigue failure in solids. Trans. Royal. i—t of Technology Stockholm, N 27, 1949.
78. W. Wierzbicki. Przegląd techniczny Warszawa, 1936.

1. Прочность валов в зависимости от конструктивных и технологических факторов

Валы предназначены для передачи крутящего момента от одной вращающейся детали машины к другой. Валы несут на себе детали механизма и поэтому в зависимости от конструкции работают или на совместное действие изгиба и кручения (основной случай) или на кручение.

Оси, в отличие от валов, не передают крутящего момента и работают только на изгиб. Одним из наиболее характерных примеров является ось вагонного полуската, вращающаяся вместе с колесами.

Выносливость вала в большой степени зависит от конструктивного оформления мест перехода от одного диаметра к другому и мест расположения шлицев, пазов, отверстий и др. Это объясняется тем, что в указанных местах возникает концентрация напряжений изгиба и кручения.

По данным статистики выхода из строя вагонных осей случаи отбраковки осей распределяются в зависимости от причин следующим образом (за 100% принято общее количество бракуемых осей): по предельному износу шеек 40%; по трещинам в шейках 5%; по трещинам в подступичной и средней частях оси 40%; прочие 15%; т. е. в связи с усталостными явлениями отбраковывается не менее 40% осей.

Для повышения выносливости валов применяют различные конструктивные приемы и меры технологического улучшения.

Улучшение конструкции достигается применением более рациональной формы, обеспечивающей снижение концентрации напряжений в местах перехода от одного сечения вала к другому.

Радиус галтели в месте перехода от диаметра d к диаметру D следует делать возможно большим, так как коэффициент концентрации напряжений увеличивается с уменьшением отношения радиуса галтели r к диаметру вала d (оси). При величине r/d менее 0,1 возникает значительная концентрация напряжений (с коэффициентом 2 и выше).

С целью снижения концентрации напряжений применяют также эллиптические галтели, и галтели, очерченные по двум сопряженным круговым дугам. Когда необходимо иметь малые радиусы галтелей, рекомендуется делать поднутрение вала в уступ (рис. 1, а) или ставить дистанционное кольцо (рис. 1, б), что позволяет использовать поднутрение для выхода шлифовального круга.

На рис. 1, в и г показаны два типа шпиночных пазов; при выполнении паза пальцевой фрезой переход получается резким и коэффициент концентрации напряжений изгиба значительно выше, чем при выполнении паза дисковой фрезой (переход имеет плавную форму).

Крепление деталей на валу с помощью стопорных винтов, установочных гаек, упругих (врезных) колец и т. п. увеличивает концентрацию напряжений, а следовательно, снижает выносливость вала. Поэтому следует избегать таких способов крепления, заменяя их осевым креплением.

В тех случаях, когда на валу необходимо иметь отверстия под стопорные (установочные) винты или штифты или резьбу, канавки под упругие кольца и т. п., следует принимать всевозможные меры для снижения концентрации напряжений в этих местах.

Повышение прочности вала в местах расположения поперечных отверстий можно достигнуть следующими способами: применить раззенковку отверстия, снять лыску по отверстию, запрессовать

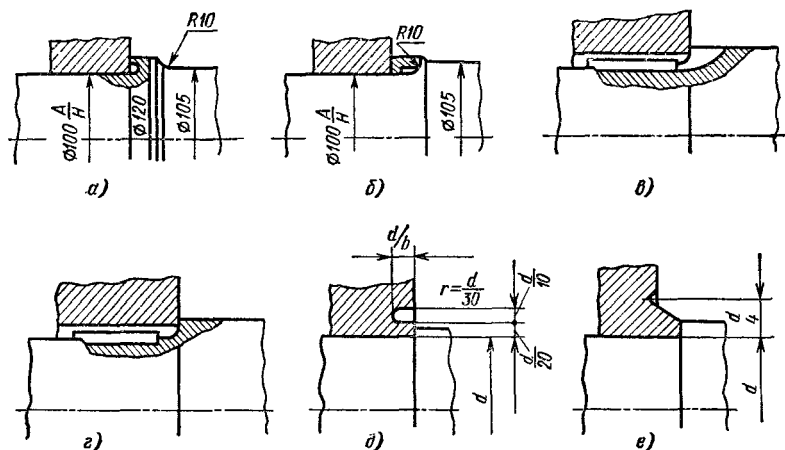


Рис. 1. Различные способы конструктивного упрочнения вала с насаженной на него деталью

в отверстие бронзовую (из материала с меньшим модулем упругости) втулку. Эти меры приводят к снижению концентрации напряжений на 20—40% и более.

Резьба — сильный концентратор напряжений. Коэффициент концентрации напряжений в резьбе существенно зависит от радиуса закругления во впадине между витками. Поэтому для высоко напряженных валов, если вообще нельзя избежать применения резьбы, рекомендуется применять специальную резьбу с большим радиусом закругления.

Причиной концентрации напряжений может быть также местный износ, возникающий в результате трения при переменных деформациях изгиба или кручения, при наличии давления на поверхность вала края насаженной на него детали. При этом концентрация напряжений оказывается особенно сильной в тех случаях, когда деталь посажена на вал с натягом и когда соединение работает под нагрузкой.

Для снижения концентрации напряжений у края посаженной детали применяют разгружающие выточки (рис. 1, д). С этой же целью делают фасонные втулки, утоняющиеся к концам (рис. 1, е). Эти меры позволяют снизить концентрацию напряжений на 15—25%.

Оптимальная толщина края ступицы у выточки (рис. 1, д) составляет $\sim 0,05d$. Более толстый край ступицы не обеспечивает достаточного снижения концентрации напряжений, а слишком тонкий край приводит к излишне высокой концентрации давлений в сечении по дну выточки.

Заметное влияние на выносливость вала оказывает чистота его поверхности в опасных сечениях, особенно в местах концентрации напряжений.

Разрушение коленчатых валов обычно носит отчетливо выраженный усталостный характер, в связи с чем вопросы концентрации напряжений в коленчатых валах имеют существенное значение.

Общая неравномерность распределения напряжений в коленчатых валах связана со сложностью их формы. Резкое изменение направления геометрической оси вала приводит к концентрации силового потока в углах перехода от щеки к шейке и к неравномерному распределению напряжений. Наклонные щеки выравнивают направление силового потока (рис. 2, 3), но повышают общую напряженность вала, а также увеличивают продольный габаритный размер двигателя, вследствие чего не всегда могут быть использованы.

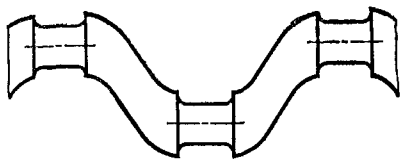


Рис. 2. Вал с наклонными шейками

Местные напряжения в зонах сопряжения шеек и щек, около отверстий для смазки и т. д. в совокупности с общей неравномерностью распределения напряжений приводят к существенному повышению напряжения в зонах концентрации по сравнению с номинальными. В связи с этим большое значение приобретает выбор рациональной конструктивной формы вала.

Простейшая конструкция кованого или штампованного колена вала со сплошными коренными и шатунными шейками и прямоугольными щеками показана на рис. 4, а. Такую конструкцию вала применяют, когда нагрузки на вал невелики и когда вес не имеет существенного значения. Прочность таких валов сравнительно низка из-за большой концентрации напряжений в местах сопряжения шеек со щеками, а также из-за остаточных напряжений, возникающих при термообработке и правке.

Весьма эффективным средством уменьшения напряжений в местах сопряжения шеек и щек является применение полых шеек (рис. 4, б). При этом напряжения в середине щеки снижаются, в то время как номинальные напряжения повышаются незначительно. В результате прочность вала при изгибе повышается на 20—30%, а при кручении обычно еще больше.

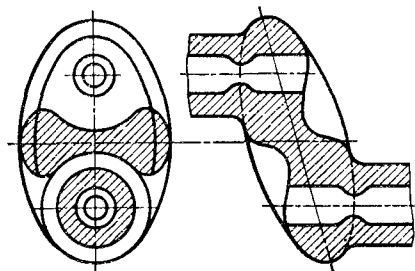


Рис. 3. Литая наклонная щека вала

Конструкция вала с полыми шейками более технологична при ковке и термической обработке. Бочкообразная форма отверстия шеек (рис. 4, в) более рациональна, так как повышает жесткость щек при одновременном увеличении диаметра полости, что приводит к дополнительному снижению напряжений. При этом прочность на изгиб повышается на 10—15%, а на кручение — на 25—30% по сравнению с прочностью вала с полыми небочкообразными шейками диаметром, равным диаметру отверстия в щеке.

Существенно увеличивает прочность вала при изгибе перекрытие шеек, особенно при тонких и узких щеках (рис. 4, г). При степени перекрытия $\Delta d = +0,2$ (рис. 4, д) снижение напряжения может составить 20—30%. В двигателях с малым ходом поршня, особенно при положительном перекрытии, канал в шатунных шейках приходится делать наклонным (рис. 4, е) или эксцентричным (рис. 4, ж). Эксцентричное сверление предпочтительнее, так как дает возможность еще снизить напряжение в галтели перехода к щеке; снижение это может составлять при изгибе около 5%, при кручении около 10%, оптимальная величина относительного эксцентриситета e/d составляет около 0,05.

Для снижения концентрации напряжений в зонах галтелей коленчатых валов могут быть использованы те же приемы, что и для прямых валов. В ответственных случаях галтели описывают двумя радиусами, применяют также эллиптическую (рис. 4, з) или параболическую (рис. 4, и) галтели. Так как в этих случаях сильно уменьшается рабочая длина шейки, то целесообразно выполнять галтель с поднутрением в щеку или шейку (рис. 4, к). При малой толщине щеки поднутрение обычно не применяют из-за ослабления щеки. Поднутрение в шейку может дать снижение напряжений в местах перехода на 20—40%, однако уменьшает опорную поверхность шейки.

Масло для смазки шатунных подшипников обычно подается под давлением от коренных подшипников через сверления в щеках. В этом случае шейки оказываются ослабленными поперечными отверстиями, вызывающими

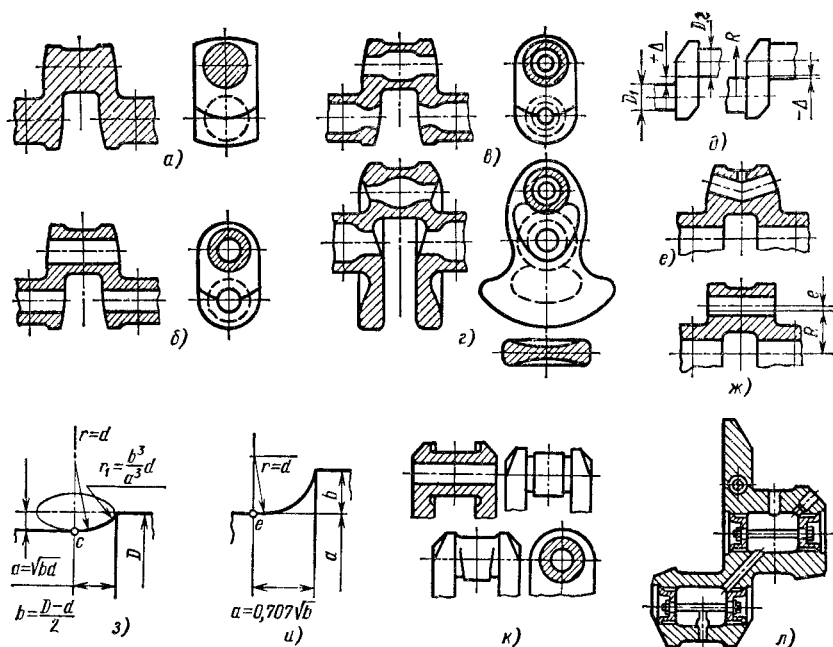


Рис. 4. Формы колена вала:

a — простейшая; *b* — с полными шейками; *v* — с бочкообразными отверстиями в шейках; *z* — с перекрытием шеек; *d* — схема перекрытия шеек; *e*, *ж* — с каналами в шатунных шейках; *з, и, к* — с галтелями сопряжения шеек и шеек; *л* — с отверстиями под смазочные отверстия в полых шейках

значительную концентрацию напряжений. Некоторые варианты выполнения сверлений в сплошных и полых шейках приведены на рис. 5, 6. Полости в шейках обычно закрывают заглушками; масло, поступающее в них, центрифугируется и очищенное поступает в подшипник через запрессованную в отверстие трубку.

Для эффективной смазки подшипника масло должно поступать в области низкого давления, и с этой целью отверстия для смазки делают под углом $0 \leq \theta < 90^\circ$, который отсчитывают в направлении вращения вала. Наименьшие касательные напряжения возникают при угле θ , близком к 90° . Поэтому в шатунной шейке отверстия часто располагают перпендикулярно плоскости колена. В ряде случаев из технологических соображений отверстия выполняют под углом к оси шейки, что приводит к увеличе-

нию концентрации напряжений. Угол наклона оси отверстия не рекомендуется делать более 30° . Оптимальное отношение диаметра отверстия к диаметру шейки приблизительно равно 0,08.

При предварительном выборе конструктивных форм колена вала можно руководствоваться соотношениями, полученными в результате обобщения большого количества конструкций коленчатых валов.

В табл. 1 приведены усредненные соотношения для конструктивных параметров коленчатых валов авиационных и судовых двигателей [2]. Эта таблица, естественно, не отображает всего разнообразия соотношений размеров, установленных практикой конструирования коленчатых валов, но облегчает предварительный выбор относительных размеров колена, как в случаях, когда необходимо экономить в

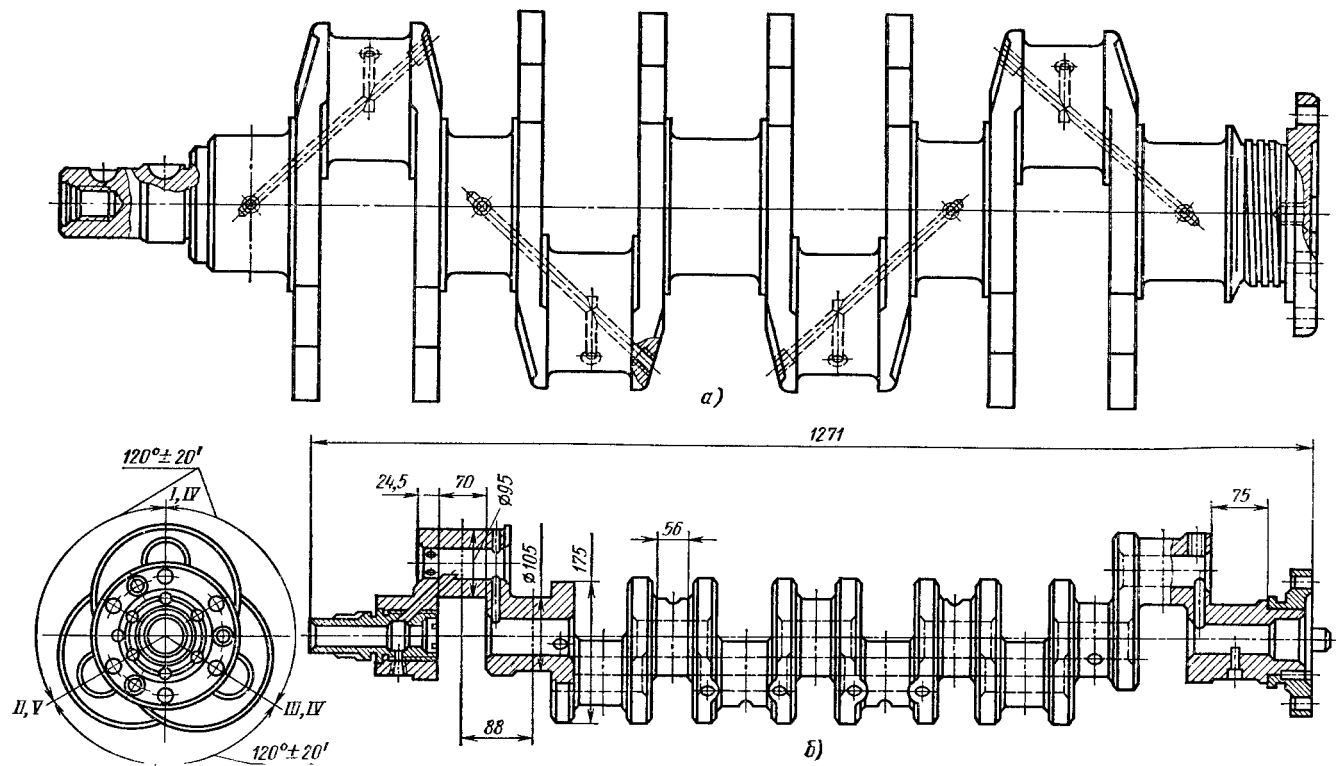
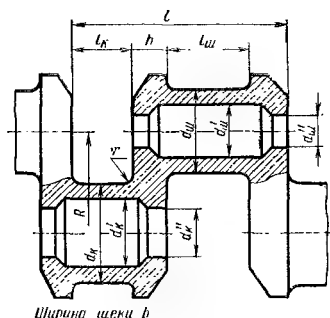


Рис. 5. Варианты выполнения сверлений

Таблица 1

Усредненные параметры коленчатых валов судовых и авиационных двигателей

Ширина щеки b

Параметры	Двигатели		Параметры	Двигатели	
	авиационные рядные	судовые		авиационные рядные	судовые
$\frac{d_{Ш}}{d_K}$	0,8–0,85	1	$\frac{h}{d_K}$	0,22–0,28	0,45–0,5
$\frac{l}{d_K}$	1,7–1,9	2,4–2,6	$\frac{r}{d_K}$	0,05–0,07	0,05–0,07
$\frac{l_K}{d_K}$	0,5–0,6	0,7–0,8	$\frac{d'_K}{d_K}$	0,65–0,80	0,8
$\frac{l_{Ш}}{d_K}$	0,65–0,8	0,7–0,8	$\frac{d'_{Ш}}{d_{Ш}}$	0,60–0,75	0,7
$\frac{R}{d_K}$	0,8–1	1,15–1,2	$\frac{d''_K}{d_K}$	0,5–0,8	0,6
$\frac{b}{d_K}$	1,2–1,5	1,5–1,7	$\frac{d''_{Ш}}{d_{Ш}}$	0,45–0,75	0,5

весе и габаритных размерах независимо от стоимости и сложности технологии, так и в случаях, когда низкая стоимость материала, простота технологии и т. п. не менее важны, чем требования по габаритным размерам и весу.

Сопротивление усталости валов в ряде случаев может быть существенно повышено за счет технологического упрочнения материала вала путем химико-термической обработки (азотирования, цементации, цианирования), поверхностной закалики, наклепа по-

верхностного слоя обкатки роликами, обдувки дробью и т. д. В табл. 18, 19, 20 гл. II показано, во сколько раз увеличивается предел усталости вала при использовании того или иного метода упрочнения. Эффективность поверхностного упрочнения существенно зависит от правильности технологии обработки (обезуглероживание слоя при цементации, появление закалочных трещин при закалке токами высокой частоты и т. д. могут вызвать снижение сопротивления усталости вала).

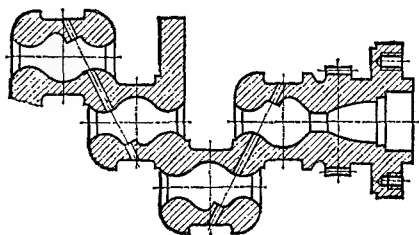


Рис. 6. Часть чугуного литого вала

Часто размеры валов определяют исходя из требований жесткости вала, что связано с возможностью нарушения нормальной работы сопряженных с валом деталей при перемещениях, превышающих предельно допустимые.

Так, например, перекося колец подшипников на опорах приводит к снижению несущей способности подшипников в связи с возможным защемлением тел качения и концентрацией нагрузки по длине роликов; перекося зубьев шестерен приводит к увеличению напряженности зубьев, прогиб вала в месте посадки шестерни — к уменьшению коэффициента перекрытия и т. д.

Жесткость вала существенно зависит от его конструкции. При консольном расположении деталей прогибы и углы поворота получаются обычно больше и, соответственно, значения нагрузок, при которых достигаются предельно допустимые перемещения, понижаются.

Примером рациональной конструкции вала с консолью может служить вал конического зубчатого колеса (рис. 7), где минимальный вылет консоли достигнут благодаря приближению подшипника 2 к колесу 1.

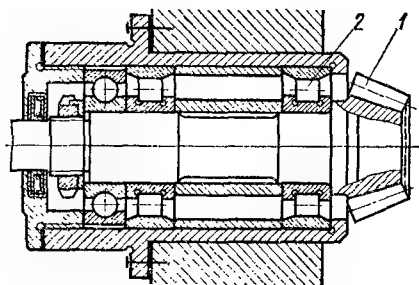


Рис. 7. Вал конического зубчатого колеса

2. Расчет валов на прочность

Расчет валов (осей) на статическую прочность ведут по наибольшей кратковременной нагрузке, которую определяют исходя из наиболее тяжелых условий работы машины с учетом динамических нагрузок и колебаний.

Расчет валов (осей) на выносливость ведут по наибольшей длительно действующей нагрузке с учетом режима нагружения. За наибольшую длительно действующую нагрузку принимают наибольшую нагрузку, повторяемость которой за время работы детали составляет не менее 10^3 циклов. Режим нагрузки задается статистической кривой плотности распределения или графиком изменения нагрузки во времени.

Относительные размеры валов (отношение длины к диаметру) позволяют во многих случаях рассматривать вал как стержень, работающий на изгиб и кручение. На вал могут также действовать продольные силы, вызывающие растяжение-сжатие.

При расчете вал рассматривают как стержень, лежащий на шарнирных опорах и нагруженный сосредоточенными силами и моментами.

Подшипники качения можно принимать при расчете за шарнирные опоры, если они установлены по одному в опоре или по два, но при условии их самоустанавливаемости в комплекте. Если два подшипника качения установлены в опоре так, что их самоустанавливаемость не обеспечена, то при составлении расчетной схемы внутренние подшипники принимают за шарнирные опоры, а внешние подшипники отбрасывают.

При уточненных расчетах многоопорных валов опоры качения могут рассматриваться как шарнирные упругие опоры [8], при этом смещение опоры f определяется в зависимости от типа подшипника и его геометрических параметров.

Подшипники скольжения при воздействии сил, передающихся от вала могут заметно деформироваться, поэтому в уточненном расчете вал иногда рассматривают как стержень, лежащий на упругом основании. Такой уточненный расчет может оказаться необходимым при длинных подшипниках сколь-

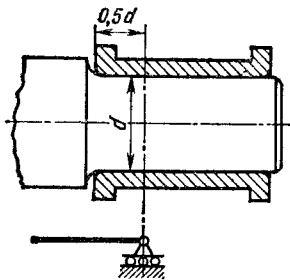


Рис. 8. К определению расчетного пролета вала

жения, например, при расчете подшипников шпинделей станков, кривошипных валов прессов и т. д. Применительно к подшипникам шпинделей станков учет влияния упругих опор вала в подшипнике рассматривался Д. Н. Решетовым [8]. Однако уточненные расчеты весьма трудоемки, поскольку определение коэффициента жесткости основания связано со сложными вычислениями, а сам коэффициент является переменной величиной по длине вала. Кроме того, следует иметь в виду, что точность такого расчета не может быть высокой в связи с рядом допущений. Поэтому при обычных конструктивных параметрах опор скольжения их принимают за шарнирные опоры, причем точку опоры берут на расстоянии $0,5 d$ от кромки подшипника со стороны пролета (рис. 8).

Если нагрузки, действующие на вал и приведенные к оси вала, расположены под различными углами, то их следует разложить на составляющие, лежащие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и в каждой из этих плоскостей определять опорные реакции и внутренние усилия. В тех случаях, когда наибольший угол между плоскостями, в которых лежат нагрузки, не превосходит 30° , можно без особых погрешностей считать все силы лежащими в одной плоскости.

Составляющие опорных реакций и внутренних усилий суммируют геометрически. Опорные реакции определяют по формулам:

$$R_{I1} = \sqrt{R_{Ix}^2 + R_{Iy}^2};$$

$$R_{II} = \sqrt{R_{IIx}^2 + R_{IIy}^2},$$

а изгибающие моменты в сечениях вала

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

Для упрощения вычислений при геометрическом суммировании моментов можно приближенно полагать, что эпюра моментов состоит из линейных участков.

Если продольные силы, действующие на вал, приложены с некоторым эксцентриситетом относительно оси вала, то помимо растяжения-сжатия вала, возникает и изгиб. Напряжения от растяжения вала обычно весьма малы по сравнению с напряжениями от изгиба, и в большинстве случаев при расчете валов продольными силами можно пренебречь. Проверка вала на продольный изгиб при действии силы сжатия в большинстве случаев дает весьма высокое значение запаса устойчивости.

Выше отмечалось, что расчет на статическую прочность следует производить по наибольшему кратковременным нагрузкам, а на выносливость — по наибольшему длительно действующим нагрузкам. В соответствии с этим для определения внутренних усилий, в общем случае, необходимо вычислять изгибающие и крутящие моменты (и продольные усилия) отдельно для наибольших кратковременных нагрузок и отдельно для наибольших длительно действующих.

Для большинства приводных и редукторных валов наибольшие кратковременные нагрузки пропорциональны длительно действующим; в этом случае для определения усилий при действии длительно действующих нагрузок достаточно умножить значения усилий от кратковременных нагрузок на коэффициент пропорциональности.

При расчете вала на выносливость существенное значение имеет характер цикла напряжений, действующих в валу. Если постоянная по величине внешняя нагрузка, вызывающая изгиб, неподвижна в пространстве, а вал вращается (т. е. нагрузка вращается относительно вала), то напряжения, вызываемые ею, меняются от максимального значения до минимального, равного максимальному с обратным знаком. Поэтому постоянная нагрузка, вращающаяся относительно вала, вызывает

в валу напряжения, изменяющиеся по симметричному циклу. К таким нагрузкам относятся силы в передачах, весовые нагрузки от маховиков и т. п.

Если постоянная внешняя нагрузка, вызывающая изгиб, вращается вместе с валом (т. е. неподвижна относительно вала), то напряжения, вызываемые ею, постоянны. К таким нагрузкам относятся в частности нагрузки от дисбалансов.

При совместном действии нагрузок, вращающихся и не вращающихся относительно вала, по изгибающему моменту от вращающихся нагрузок определяют амплитуду напряжений, а от не вращающихся — величину среднего напряжения. В соответствии с этим момент от вращающихся относительно вала нагрузок можно назвать амплитудным:

$$M_a = M_{вр},$$

а момент от не вращающихся нагрузок — средним значением изгибающего момента

$$M_m = M_{невр}.$$

Если нагрузка вращается вместе с валом и при этом изменяется по величине в зависимости от угла поворота вала от максимального $M_{\max}$ до минимального $M_{\min}$ значения, то амплитудное и среднее значения момента определяются по формулам:

$$M_a = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{2};$$

$$M_m = \frac{M_{\max} + M_{\min}}{2}.$$

По известным изгибающим и крутящим моментам и продольным силам легко могут быть определены номинальные напряжения при изгибе

$$\sigma = \frac{M_{\text{и}}}{W_{\text{и}}}$$

и при кручении

$$\tau = \frac{M_{\text{к}}}{W_{\text{к}}}.$$

Напряжения от растяжения-сжатия вала $\sigma = \frac{N}{F}$ суммируются с напряжениями изгиба $M_{\text{и}}$ и $W_{\text{к}}$ — изгибающий

и крутящий моменты в сечении, в котором определяются напряжения; N — осевая сила; $W_{\text{и}}$ и $W_{\text{к}}$ — моменты сопротивления сечения вала при изгибе и кручении; F — площадь поперечного сечения.

Номинальные напряжения при расчете на статическую прочность вычисляют по усилиям, соответствующим наибольшему кратковременному нагрузкам. При расчете на выносливость номинальные напряжения вычисляют по усилиям, соответствующим наибольшему длительно действующим нагрузкам, при этом отдельно вычисляют амплитуды напряжений σ_a и средние напряжения цикла σ_m .

Номинальные напряжения следует определять только в тех сечениях вала, где есть основания ожидать меньших запасов статической прочности и выносливости. Такие сечения называют опасными сечениями вала. Применительно к этим сечениям проводят все дальнейшие расчеты на прочность.

Опасными обычно являются те сечения, которые проходят по галтелям, отверстиям, местам выхода шпоночных канавок и шлицев, по краю посаженной детали и т. п. и в которых действуют наибольшие изгибающие и крутящие моменты.

Расчет вала на статическую прочность сводится к определению напряжений от вращающихся и не вращающихся нагрузок и к вычислению запаса прочности по выбранному критерию несущей способности. Критериями статической несущей способности валов могут быть: наступление пластических деформаций, возникновение перемещений, при которых нарушается нормальная работа узла или происходит разрушение вала.

Быстровращающиеся валы, испытывающие значительные динамические воздействия, не могут работать при пластических деформациях, так как остаточные перемещения, возникающие при этом, приводят к нарушению балансировки, к появлению динамических усилий и т. п. В этом случае предельные нагрузки определяют по пределу текучести.

Предельно допустимые перемещения в валах определяют в зависимости

от условий работы деталей узла вала (шестерен, подшипников и т. д.). Нагрузки, соответствующие этим перемещениям, могут вызывать напряжения как меньше предела упругости, так и превышающие его. Поэтому предельно допустимые перемещения вала должны определяться как для случая действия длительных нагрузок, так и для случая действия наибольших кратковременных нагрузок.

Оценка величин предельно допустимых перемещений производится на основании анализа работоспособности деталей, сопряженных с валом: шестерней, подшипников, и т. д. с учетом опыта эксплуатации и экспериментальных данных. Шестерни чувствительны главным образом к угловым перемещениям сечений вала.

Поворот оси вала приводит к перекосу и к неравномерности распределения нагрузки по длине зуба, что учитывается введением в расчет коэффициента K_n [7].

Предельно допустимый угол наклона оси шестерни $[\theta_1]$ при известном угле θ_2 наклона сопряженного колеса составляет

$$[\theta_1] = \left\{ \beta [K_n] - 1 - 0,1 \left(\frac{b}{d_1} \right)^2 \right\} \frac{P_n}{cb^2} - \theta_2,$$

где β — коэффициент, выбираемый в зависимости от режима нагрузки и твердости зубьев; значения коэффициента приведены в табл. 2;

b — ширина колеса;

d_1 — диаметр начальной окружности меньшего из колес пары;

P_n — сила, нормальная к контуру зуба;

c — коэффициент, равный 54 000 кгс/см² для прямых зубьев, 67 500 кгс/см² для косых зубьев ($\alpha = 20^\circ$) при действии кратковременных нагрузок $c_1 = 0,7 c$.

Предельное значение коэффициента K_n для случая действия кратковременных нагрузок можно принять равным 2; при действии длительных нагрузок $[K_n] \approx 1,6$.

Подшипники качения чувствительны к повороту оси вала на опоре [2]. Перекос оси вала на роликовой опоре

Таблица 2

Значения коэффициента β

Твердость		Режим нагрузки		
HB	HRC	легкий	средний	тяжелый
300		5,00	6,5	4,25
	40	1,12	2,3	1,45
	50	1,10	1,5	1,20
	60	1,0	1,0	1,0

приводит к неравномерному распределению нагрузки по длине роликов, снижающему несущую способность подшипника. Приняв некоторые упрощающие предположения [3], можно получить следующие зависимости для предельно допустимых углов перекоса:

при распределении нагрузки по всей длине ролика

$$[\theta] = 0,5\alpha (\bar{Q}_{np} - \bar{R});$$

при распределении нагрузки по части длины ролика

$$[\theta] = 0,125\alpha \frac{\bar{Q}_{np}^2}{\bar{R}},$$

где

$$\bar{Q}_{np} = \frac{Q_{np}}{Q_{ст}}; \quad \bar{R} = \frac{R}{Q_{ст}};$$

здесь R — радиальная нагрузка на подшипник;

$Q_{ст}$ — допускаемая радиальная нагрузка на подшипник;

Q_{np} — предельная нагрузка на подшипник, выбираемая в зависимости от срока службы; при действии наибольших кратковременных нагрузок $Q_{np} = 2Q_{ст}$;

α — коэффициент, зависящий от типа подшипника.

Для подшипников нормальной серии $\alpha = 0,017$, для широкой серии $\alpha = 0,01$. Значения $Q_{ст}$ приведены в соответствующих каталогах и справочниках [1].

На рис. 9 показан график значений $[\theta]$ в зависимости от радиальной нагрузки $\bar{R}$ при действии наибольших кратковременных нагрузок.

Перекас оси вала на шариковой опоре может привести к выборке за-

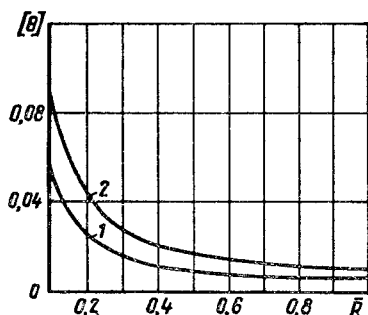


Рис. 9. График предельных значений $[\theta]$ в зависимости от радиальной нагрузки:
1 — нормальная серия; 2 — широкая серия

зора и защемлению шариков. Предельный угол поворота внутреннего кольца подшипника при действии радиальной нагрузки составляет [3]

$$[\theta] = \bar{\theta} \sqrt{\bar{\delta}_0 \sqrt{R^2 + \bar{g} - \bar{t}_0 \Delta t_1}},$$

где $\bar{\theta} = \frac{0,692 \sqrt{d_{\text{ш}}}}{D + d}$ — коэффициент, зависящий от типоразмера подшипника; здесь $d_{\text{ш}}$ — диаметр шарика;

d и D — диаметры внутреннего и наружного кольца подшипника соответственно;

$\bar{g}$ — среднее значение зазора между кольцом и шариками после посадки подшипника на вал и в корпус;

$\bar{\delta}_0$ — единичная упругая контактная деформация колец и тел качения;

$\bar{t}_0$ — единичный коэффициент потери зазора за счет повышения температуры при работе подшипника;

Δt — разность температур, °C.

Значения этих величин в зависимости от типоразмеров шариковых подшипников приведены в работе [4].

Нагрузку на вал, соответствующую предельно допустимым перемещениям, принимают за предельную, по которой вычисляют запас прочности. Для ее определения необходимо располагать зависимостью перемещения от нагрузки.

Упругие перемещения стального вала можно определить по следующим формулам [9]:

$$\theta = \frac{Pl^2}{10^6 d^4} K_\theta; \quad \theta = \frac{Ml}{10^6 d^4} K_\theta;$$

$$y = \frac{Pl^3}{10^6 d^4} K_y; \quad y = \frac{Ml}{10^6 d^4} K_y,$$

где K_θ и K_y определяются по графикам (рис. 10) для различных случаев нагружения. Для ступенчатого вала принимают

$$d = L \sqrt[4]{\frac{1}{\Sigma} \frac{\lambda_i}{(\delta_i)^4}},$$

где $\lambda_i = \frac{L_i}{L}$; $\delta_i = \frac{d_i}{L}$; λ_i/δ_i^4 определяют по рис. 11;

здесь d_i , L_i — длина и диаметр i -го участка вала; L — длина вала.

При уточненном расчете жесткости валов, следует учитывать влияние насаженных на вал деталей, увеличивающих жесткость соответствующих участков вала. Для этого участок вала с насаженной на него деталью заменяют эквивалентным участком диаметром d_0 . Эквивалентный диаметр можно определить по графику (рис. 12)

в зависимости от отношения $\frac{B}{d}$ (ширины ступицы к диаметру) и от относительного натяга $\frac{\Delta}{d}$. Этот график применим в случаях большой жесткости насаженных деталей, для которых $\frac{D}{d} \geq \geq 1,7$, где D — диаметр ступицы.

Запас прочности вычисляют как отношение предельной нагрузки, соответствующей предельно допустимому перемещению, к рабочей нагрузке

$$n_e = \frac{Q_{\text{пр}}}{Q_{\text{раб}}}.$$

Величина запаса прочности при учете всех, в том числе и динамических, нагрузок не должна быть ниже величин, указанных в гл. 3 (в зависимости от степени пластичности материала).

При расчете валов (осей) из малопластичных и хрупких материалов (высоколегированные низкоуглеродистые стали, модифицированные и высоко-

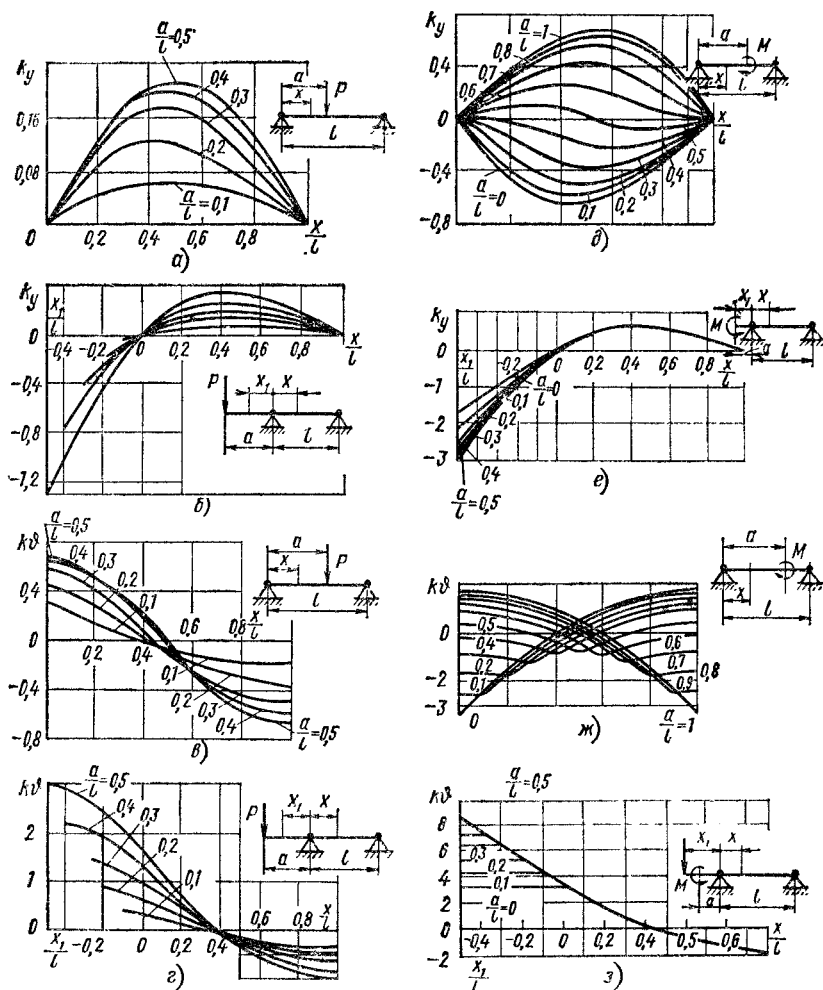


Рис. 10. Графики коэффициентов для определения прогибов и углов поворота сечений при действии на вал сил и моментов (для различных схем нагружения)

копрочные чугуны) статическая несущая способность определяется сопротивлением разрушению.

Запас прочности в этом случае

$$n_{\text{в}} = \frac{Q_{\text{разр}}}{Q_{\text{раб}}}.$$

Разрушение вала может происходить при нагрузках, меньших, чем

те, при которых достигаются предельно допустимые перемещения, а следовательно, для валов из малопластичных и хрупких материалов (высоколегированные низкоуглеродистые стали, модифицированные и высокопрочные чугуны) может иметь место условие $Q_{\text{разр}} < Q_{\text{пред}}$.

При совместном действии изгиба и кручения для этих материалов может

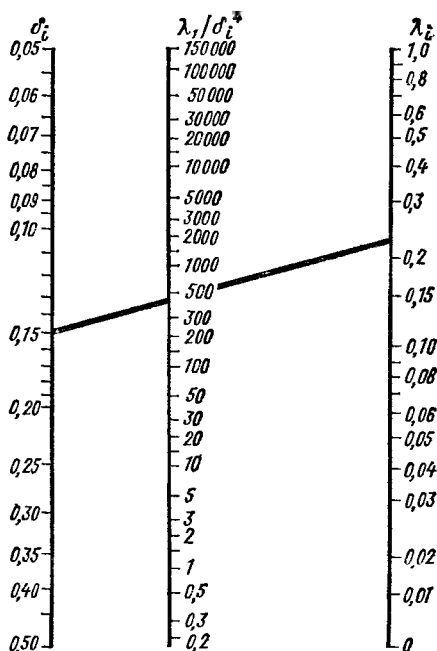


Рис. 11. Номограмма для расчета приведенного диаметра

быть использовано условие прочности Мора. Для наиболее напряженных волокон это условие может быть записано в виде:

$$\bar{\sigma}_{\text{пр}} = \kappa \bar{\sigma}_i = \left[\frac{\sigma_B}{2\tau_B} + \left(1 - \frac{\sigma_B}{2\tau_B} \right) \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \right] \bar{\sigma}_i.$$

Здесь напряжения отнесены к пределу текучести σ_T

$$\lambda = \frac{\tau_{\text{max}}}{\sigma_{\text{max}}};$$

$$\bar{\sigma}_i = \sqrt{\sigma_{\text{max}}^2 + \tau_{\text{max}}^2}.$$

При разрушении

$$\bar{\sigma}_{\text{пр}} = \frac{\sigma_B}{\sigma_T}.$$

На рис. 13 приведен график κ в зависимости от λ для различных значений $\frac{\sigma_B}{2\tau_B}$.

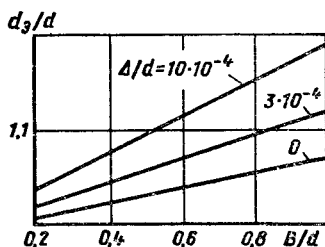


Рис. 12. График для определения эквивалентного по жесткости диаметра при посадке ступицы на вал

Величина запаса прочности по статическому разрушению при учете всех нагрузок должна быть:

при изготовлении вала (оси) из поковки $n_B \geq 2,0 \div 2,5$;

при литом вале (оси) $n_B \geq 2,5 \div 3,5$.

Расчет вала на выносливость ведут по наибольшей длительно действующей нагрузке с учетом режима нагружения (расчет на долговечность), при этом статическая прочность вала должна быть проверена предварительным статическим расчетом.

В том случае, когда наибольшая кратковременная и наибольшая длительно действующая нагрузки пропорциональны одному и тому же параметру или когда отсутствуют невращающиеся относительно вала нагрузки, эпюры изгибающих моментов для длительно действующих нагрузок удобно получать умножением эпюр для кратковременных нагрузок на отношение наибольшей длительно действующей нагрузки к наибольшей кратковременно действующей.

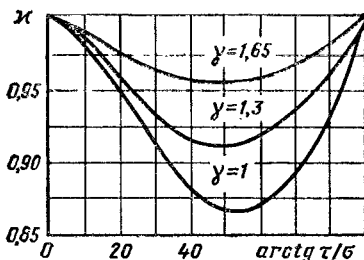


Рис. 13. Значения коэффициента κ

Первый этап расчета на выносливость сводится к определению номинальных напряжений. Номинальные составляющие цикла определяют по общеизвестным формулам:

$$\sigma_a = \frac{M_a}{W_{\text{и}}}; \quad \tau_a = \frac{M_{\text{км}}}{W_{\text{к}}};$$

$$\sigma_m = \frac{M_m}{W_{\text{и}}}; \quad \tau_m = \frac{M_{\text{км}}}{W_{\text{к}}},$$

при этом амплитуда цикла соответствует моментам от нагрузок, вращающихся относительно вала, а среднее напряжение цикла — моментам от не вращающихся нагрузок.

При переменном режиме действия длительных нагрузок в расчете следует использовать приведенную (по долговечности) амплитуду напряжений

$$(\sigma_a)_{\text{пр}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \sqrt{\frac{1}{N_0} \sum \sigma_i^m n_i}$$

или

$$(\tau_a)_{\text{пр}} = \frac{1}{\sqrt{a}}.$$

Без больших погрешностей можно принять $a = 1$.

В практических расчетах удобно ввести коэффициент эквивалентности K_{Σ} . Тогда выражения для приведенных напряжений будут иметь вид:

$$(\sigma_a)_{\text{пр}} = \sigma_a K_{\Sigma\sigma};$$

$$(\tau_a)_{\text{пр}} = \tau_a K_{\Sigma\tau},$$

где

$$K_{\Sigma\sigma} = \sqrt{\sum \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_m} \right)^m \frac{n_i}{N_0}};$$

$$K_{\Sigma\tau} = \sqrt{\sum \left(\frac{\tau_i}{\tau_m} \right)^m \frac{n_i}{N_0}}.$$

При известных приведенных напряжениях полный расчет на выносливость сводится к определению пределов выносливости и к вычислению запасов прочности вала с учетом возможного возрастания отдельных нагрузок.

Пределы выносливости вала (в данном сечении)

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{\sigma_{-1}}{(K_{\sigma})_D};$$

$$(\tau_{-1})_D = \frac{\tau_{-1}}{(K_{\tau})_D},$$

где коэффициенты концентрации напряжений для данного сечения вала

$$(K_{\sigma})_D = \frac{K_{\sigma} + 1/\beta_{\sigma} - 1}{\epsilon_{\sigma}};$$

$$(K_{\tau})_D = \frac{K_{\tau} + 1/\beta_{\tau} - 1}{\epsilon_{\tau}}.$$

Значения коэффициентов K_{σ} и K_{τ} для различных случаев концентрации напряжений, а также коэффициентов, учитывающих состояние поверхности и коэффициентов влияния абсолютных размеров см. в гл. 11.

Если в сечении вала имеется несколько концентраторов напряжений, то в расчете на выносливость следует учитывать только один концентратор, который даст наибольшее значение коэффициента концентрации напряжений для данного сечения вала.

Для случая посадки кольца шарикового подшипника на вал при выполнении заплечиков и радиусов галтелей по нормам, установленным для посадочных мест под шариковые подшипники, следует определять коэффициенты концентрации напряжений от напрессованной детали, учитывающие неравномерность давления внутреннего кольца подшипника.

Запасы прочности по усталости следует определять, исходя из закономерности возможного возрастания отдельных нагрузок, действующих на вал.

Для случая простого нагружения, когда все нагрузки возрастают пропорционально некоторому одному параметру (закон подобия циклов), коэффициенты запасов прочности определяются по подобию циклов и составляют:

при изгибе (с учетом статической составляющей цикла)

$$n_{\sigma} = \frac{(\sigma_{-1})_D}{\sigma_a + (\psi_{\sigma})_D \sigma_m};$$

при кручении

$$n_{\tau} = \frac{(\tau_{-1})_D}{\tau_a + (\psi_{\tau})_D \tau_m}.$$

При совместном действии изгиба и кручения запас прочности по пределу усталости:

для пластичных материалов

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}};$$

для малопластичных и хрупких материалов

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} n_r.$$

Значения коэффициента n_r даны на рис. 13 в зависимости от $\frac{(\sigma_{-1})_D}{(\tau_{-1})_D}$.

Для случая сложного нагружения для валов следует определять запасы прочности по амплитуде и по максимальным напряжениям, учитывая закономерность возможного возрастания нагрузок. При действии, например, на вал крутильных колебаний возможно возрастание амплитуд цикла.

При $\tau_m = \text{const}$ запасы прочности составляют:

$$(n_{\tau})_a = \frac{(\tau_{-1k})_D - (\psi_{\tau})_D \tau_m}{\tau_a};$$

$$(n_{\tau})_{\max} = \frac{(\tau_{-1k})_D + [1 - (\psi_{\tau})_D] \tau_m}{\tau_{\max}}.$$

При высокой точности определения напряжений, достоверности механических и иных характеристик и однородности технологических условий изготовления вала величину запаса прочности следует принимать не менее $n = 1,3 \div 1,5$. При приближенной расчетной схеме и при умеренной однородности технологических условий изготовления вала — не менее $n = 1,5 \div 1,8$.

При пониженной точности расчета, пониженной однородности материала для валов большого размера ($d > 200$ мм) $n = 1,8 \div 2,5$.

Коленчатые валы, как правило, рассчитывают на усталость от переменных напряжений изгиба и кручения. За опасные сечения принимают: в шейках — отверстие для смазки; в щеках — галтели сопряжения шейки и щеки с внутренней стороны шейки (в случае толстых и узких щек разрушение может начаться с угла щеки).

Шатунную шейку рассчитывают на кручение и изгиб, опасным является сечение по смазочному отверстию. Номинальные напряжения:

от кручения

$$\tau = \frac{M_{\text{кр}}}{W_{\text{к}}};$$

от изгиба

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W}; \quad \sigma_y = \frac{M_y}{W},$$

где

$$W = \frac{\pi d_{\text{ш}}^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d'_{\text{ш}}}{d_{\text{ш}}} \right)^4 \right]; \quad W = \frac{W_{\text{к}}}{2};$$

$d_{\text{ш}}$ и $d'_{\text{ш}}$ — наружный и внутренний диаметры шатунной шейки.

За счет влияния щек распределение напряжений в среднем сечении коленчатого вала отличается от номинального [6]. В табл. 11, 12 (гл. 11) приведены коэффициенты, отражающие влияние различных конструктивных факторов колена вала на распределение напряжений в шейке, и коэффициент общей неравномерности β , учитывающий неравномерность распределения напряжений по поверхности вала в расчетном сечении [6]. Напряжения в шейках вала с учетом общей неравномерности распределения напряжений составляют:

от кручения

$$\tau = \beta_{\text{к}} \frac{M_{\text{к}}}{W_{\text{к}}}$$

от изгиба в некоторой точке поверхности вала, определяемой углом θ :

$$\sigma = \frac{M_x}{W} \beta_1 + \frac{M_y}{W} \beta_2.$$

Значения изгибающих и крутящих моментов изменяются от минимального до максимального в зависимости от угла поворота кривошипа. Максимальные и минимальные напряжения от изгиба в общем случае определяются сочетанием значений изгибающих моментов в плоскости колена и в перпендикулярной к ней плоскости. Их вычисляют обычно для угла θ , соответствующего расположению смазочного отверстия, так как в этой точке имеет место значительная концентра-

ция напряжений. По максимальным и минимальным нормальным напряжениям определяют амплитуды и средние напряжения цикла

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \text{ и } \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

(аналогично — для касательных напряжений) в наиболее опасной точке шейки.

При кручении шейки с отверстием для смазки возникают нормальные напряжения по контуру отверстия, которые следует суммировать с напряжениями от изгиба

$$(\sigma_a)_{\text{сум}} = \eta \alpha_n \sigma_a + \eta_k \alpha_k \tau_a,$$

где α_n и α_k — коэффициенты концентрации напряжений в поперечном отверстии при изгибе и кручении (см. рис. 77, гл. 11), зависящие от отношения диаметра отверстия к диаметру шейки a ; η и η_k — коэффициенты, характеризующие относительную напряженность на кромке поперечного отверстия в месте расположения наибольших суммарных напряжений (см. рис. 77, гл. 11), зависящие от отношения напряжений $\frac{\sigma_a \alpha_n}{\tau_a \alpha_k}$ для случая, когда ось отверстия перпендикулярна оси шейки вала.

Коренная шейка рассчитывается на кручение и на изгиб. Номинальные напряжения составляют

$$\tau = \beta_k \frac{M_k}{W_k} \text{ и } \sigma = -\frac{M_x}{W} \beta_1 + \frac{M_y}{W} \beta_2,$$

где

$$W_k = \frac{\pi d_k^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d'_k}{d_k} \right)^4 \right]; \quad W = \frac{W_k}{2};$$

d_k и d'_k — соответственно наружный и внутренний диаметр коренной шейки.

Щека рассчитывается на изгиб в плоскости колена в месте сопряжения с шейкой. В этом же месте (точке) действуют наибольшие касательные напряжения от кручения.

Номинальные напряжения от изгиба и растяжения (сжатия) щеки в галтели сопряжения составляют

$$\sigma_{\text{щ}} = \mp \frac{M_{\text{щ}}}{W} + \frac{S}{F},$$

где

$$W = \frac{bh^3}{6}; \quad F = bh.$$

Номинальные напряжения от кручения у галтели сопряжения

$$\tau_{\text{щ}} = \frac{M_k}{W_k},$$

где

$$W_k = \frac{\pi d^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d'}{d} \right)^4 \right].$$

Вследствие влияния на напряженное состояние формы вала и конструктивных особенностей щек и шеек необходимо учитывать общую неоднородность распределения напряжений в сечении щеки и шейки. В табл. 11 гл. 11 приведены значения коэффициентов β , отражающих влияние различных конструктивных параметров на общую неравномерность распределения напряжений в сопряжении щеки и шейки.

Напряжения в сечении щек от изгиба в плоскости колена составляют

$$\sigma = \sigma_m \beta.$$

Напряжения в шейке от кручения

$$\tau = \tau_{\text{щ}} \beta_k.$$

Максимальные и минимальные значения напряжений соответствуют максимальным и минимальным значениям изгибающих и крутящих моментов. По максимальным и минимальным напряжениям определяются амплитуды и средние напряжения цикла.

Местная неравномерность (концентрация) напряжений в галтельном переходе определяется при изгибе отношением радиуса галтели к толщине щеки (рис. 76, а гл. 11), при кручении — отношением радиуса галтели к диаметру шейки (рис. 76, б гл. 11). Коэффициенты концентрации напряжений в галтельном переходе при изгибе α_σ и при кручении α_τ определяются по рис. 57, 58 гл. 11.

С учетом концентрации напряжений в галтельном сопряжении щеки с шейкой амплитуды напряжений составляют:

$$\sigma_a = \sigma_{\text{щ}} \beta \alpha_\sigma;$$

$$\tau_a = \tau_{\text{щ}} \beta_k \alpha_k.$$

Таблица 3

Величины запаса прочности по выносливости в элементах коленчатых валов двигателей

Элементы вала	Двигатели		Элементы вала	Двигатели	
	авиационные	судовые и тракторные		авиационные	судовые и тракторные
Коренная шейка	2,5–4,0	3–5	Щека (в галтели)	1,3–1,5	1,5–2,0
Шатунная шейка	1,7–3,0	2,0–3,0	Щека (угловая точка)	1,5–2,0	1,5–2,0

В угловых точках щеки действуют напряжения от изгиба в двух плоскостях и от растяжения (сжатия); расчетные напряжения составляют:

$$\sigma = \frac{M_{xш}}{W_x} + \frac{M_{yш}}{W_y} + \frac{S}{F}.$$

Коэффициенты концентрации напряжений α_n и α_k в галтели сопряжения щеки и шейки и в смазочном отверстии шейки получены по результатам тензометрирования. Значения эффективных коэффициентов концентраций для расчета вала на усталость определяются из зависимостей

$$K_\sigma = 1 + q_\sigma (\alpha_\sigma - 1);$$

$$K_\tau = 1 + q_\tau (\alpha_\tau - 1),$$

где q — коэффициент чувствительности, определяемый из рис. 78 гл. 11.

В зависимости от предела прочности стали и градиента напряжений в зоне концентрации [6]:

$$q_\sigma = \frac{(q)_\sigma + (q)_{\sigma_{\tau/\sigma_B}}}{2} \text{ и } q_\tau = (q)_{\sigma_{\tau/\sigma_B}}.$$

Переменный режим нагрузок на вал можно учитывать так же, как и для прямых валов, введением коэффициента долговечности K_d ; влияние абсолютных размеров и состояния поверхности и поверхностного упрочнения учитывают, используя данные гл. 11.

Запас прочности коленчатого вала при расчете на усталость определяют по следующим формулам:

в зоне поперечного отверстия

$$n = \frac{\sigma_{-1}\epsilon_\sigma}{K_\sigma \eta \sigma_a + K_\tau \eta_k \tau_a + \psi_\sigma (\eta \sigma_m + \eta_k \tau_m)};$$

в зоне галтели сопряжений щеки и шейки

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}\epsilon_\sigma}{K_\sigma \beta \sigma_a + \psi_\sigma \beta \sigma_m};$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}\epsilon_\tau}{K_\tau \beta \tau_a + \psi_\tau \beta \tau_m};$$

в угловой точке щеки

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}\epsilon_\sigma}{\sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m};$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}\epsilon_\tau}{\tau_a + \psi_\tau \tau_m}.$$

Величины запаса прочности по выносливости коленчатых валов двигателей при расчете их по схеме разрезного вала не должны быть меньше величин, указанных в табл. 3 [2]. Разделение уровней запасов прочности в известной мере условно. Величины, приведенные в табл. 3, учитывают разный уровень технологии производства валов. Они приняты также с учетом того, что расчет производится без учета крутильных и изгибных колебаний валов.

Объем вычислительной работы при расчете на выносливость во многих случаях может быть значительно сокращен, если ввести критерий расчета на выносливость. Такой критерий может быть основан на статическом расчете, предшествующем усталостному, и должен учитывать влияние на выносливость различных факторов.

При заданных условиях нагружения $\left(\frac{M_{\text{нап.б. длит}}}{M_{\text{нап.б. крат}}}\right)$, заданном материале вала $\left(\frac{\sigma_\tau}{\sigma_{-1}}\right)$ выбрав величину необходимого

Таблица 4

Значения критерия необходимости проведения расчета на выносливость ν для различных случаев концентрации напряжений

Материал	$\frac{\sigma_1}{\sigma_T}$	M наиб. кратк M наиб. длит	Прессовая посадка	Напряжен- ная посадка	Скользкая посадка	Шпонка	Шлицы	Галтель, вы- точка $\frac{r}{d} = 0,2$ и поперечные отверстия	Галтель, выточка $\frac{r}{D} = 0,1$	Гладкий вал
Углеродистая сталь	1,2	4 3 2 1,5 1	2 3 3,5 5 7,5	1,5 2 3 3,5 5	1,25 1,5 3 3,5 5,5	1,5 2 3 4 5,5	2,5 3 3,5 5 7,5	2 3 4 5 7,5	1,5 2 3 3,5 5,5	— 1,5 2 3 3,5
		4 3 2 1,5 1	2,75 3,5 5,5 7,5 11	2 3 4 5,5 8	2 3 3,5 5 7,5	2 3 4 5,5 8	2,5 3,5 5,0 7,0 10	2,5 3,5 5,5 7 10	1,75 2,5 3,5 5 7	— 1,5 2 3,5 4
Легированная сталь	1,5	4 3 2 1,5	3 4 6 8	2,25 3 5 6	2 3 4 5,5	2,25 3 4 6	2,5 3,5 5,5 7	2,75 3,5 5,5 7	1,75 3,0 3,5 5	— 1,5 3 3,5
		4 3 2 1,5 1	4,25 5,5 9 11,5 17	3,25 4 6 8 13	3,75 4 5,5 7,5 11	3 4 6 8 11,5	3,5 5 7 9 13,5	3,5 5 7 9 13,5	2,5 3,5 6 6 9	— 2 3 3,5 5,5
	2,1	4 3 2 1,5 1	5,5 7,5 11 15 21,5	4 5,5 8 11 16	3,5 5 7,5 9,5 14	3,75 5 7,5 10 15	3,75 5,5 7,5 10 15	4 5,5 8 10 15,5	2,75 3,5 5,5 9,75 11	— 2 3,5 4 6

запаса прочности на выносливость $n_{\min}$, по табл. 4 можно определить тот запас статической прочности n_T , при обеспечении которого расчет на выносливость можно не производить, т. е. если в результате статического расчета окажется $n_T > \nu$, то запас усталостной прочности n будет обеспечен и расчет на выносливость не нужен.

В табл. 4 приведены значения ν в зависимости от вида концентраторов напряжений при различных значениях отношения момента от наибольшей кратковременной нагрузки к амплитуде момента от наибольшей длительно действующей нагрузки для различных типов сталей. При составлении табл. 4 было выбрано значение $n_{\min} = 2$, при

других значениях $n_{\min}$ величины ν изменяются пропорционально.

Как показывает практика расчета валов, введение критерия ν позволяет при большом количестве расчетов разнообразных по конструктивным формам валов снизить трудоемкость расчетов.

Следует подчеркнуть, что эффективность использования критерия ν во многом связана с тем обстоятельством, что при конструировании вала размеры его выбирают из конструктивных соображений, учитывая особенности работы других деталей узла, а также жесткости вала и пр. Поэтому оказывается, что при высокой нагруженности смежных деталей (шестерен, подшипников и т. п.) запасы прочности вала

превосходят допустимые, что может быть установлено с помощью критерия v .

Критерий расчета на выносливость нет смысла использовать в тех случаях, когда заранее известна напряженность вала. Это имеет место в тех отраслях машиностроения, которые выпускают массовую однотипную продукцию, параметры которой проверены длительной эксплуатацией и мало меняются от модели к модели. То же относится и к уникальным дорогостоящим конструкциям валов, для которых минимально допустимые запасы прочности могут быть выше принятых при разработке табл. 4.

3. Примеры расчета валов

Промежуточный вал редуктора.

Пространственная схема промежуточного вала встроенного редуктора машинно-орудия показана на рис. 14, плоские схемы — на рис. 15, конструкция — на рис. 16.

Исходные данные:

Материал Сталь марки 30ХГТ
Термическая обработка Улучшение до твердости $HV \geq 270$

Крутящий момент, соответствующий наибольшей кратковременной нагрузке $M_K = 80500$ кгс · см

Радиусы начальных окружностей зубчатых колес $r_1 = 16,6$ см; $r_2 = 7,75$ см

Половина угла при вершине начального конуса конического зубчатого колеса . . . $\varphi = 71^\circ$

Углы зацепления зубчатых передач $\alpha_1 = \alpha_2 = 20^\circ$

Предел прочности (с учетом прокаливаемости материала и диаметра заготовки) $\sigma_B = 9500$ кгс/см²

Предел текучести (с учетом тех же факторов) $\sigma_T = 7500$ кгс/см²

Предел выносливости (с учетом тех же факторов) $\sigma_{-1} = 4500$ кгс/см²

Предел текучести при кручении $\sigma_T = 5200$ кгс/см²

Предел выносливости при кручении $\sigma_{-1} = 2600$ кгс/см²

Минимально допустимое значение запаса прочности . . . $n_{\min} = 2$

Коэффициент пере-
грузки $\frac{M_{\text{наиб. кратк}}}{M_{\text{наиб. длит}}} = 2$

Минимально допустимое значение запаса прочности по пределу текучести $n_{T \min} = 2,4$

Усилия на зубьях колес (T — окружные, Q — радиальные, A — осевые составляющие усилия):

$$T_d = \frac{M_K}{r_1} = \frac{80500}{16,6} = 4850 \text{ кгс};$$

$$Q_d = T_d \operatorname{tg} \alpha_1 \cos \varphi = 4850 \cdot 0,364 \cdot 0,324 = 570 \text{ кгс};$$

$$A_d = T_d \operatorname{tg} \alpha_1 \sin \varphi = 4850 \cdot 0,364 \cdot 0,949 = 1670 \text{ кгс};$$

$$T_c = \frac{M_K}{r_2} = \frac{80500}{7,75} = 11900 \text{ кгс};$$

$$Q_c = T_c \alpha_2 = 11900 \cdot 0,364 = 4340 \text{ кгс}.$$

Суммарные составляющие усилий T_c и Q_c в плоскостях XZ и XY :
 $T_{cz} = T_c \sin \beta + Q_c \cos \beta = 11900 \times 0,5 + 4340 \cdot 0,866 = 9710$ кгс;
 $T_{cy} = T_c \cos \beta - Q_c \sin \beta = 11900 \times 0,866 - 4340 \cdot 0,5 = 8130$ кгс.

Суммарные поперечные силы (геометрические суммы составляющих T_d , Q_d и T_c , Q_c): $P_c = 4880$ кгс; $P_d = 12670$ кгс.

Составляющие опорных реакций в плоскостях XZ и XY и суммарные величины реакций:

$$R_{gz} = 6970 \text{ кгс}; \quad R_{hz} = 2170 \text{ кгс};$$

$$R_{gy} = 7870 \text{ кгс}; \quad R_{hy} = 5110 \text{ кгс};$$

$$R_g = \sqrt{R_{gz}^2 + R_{gy}^2} = 10500 \text{ кгс};$$

$$R_h = \sqrt{R_{hz}^2 + R_{hy}^2} = 5550 \text{ кгс}.$$

Расчет на статическую прочность.

Усилия T_d , Q_d и A_d приложены к зубу конического колеса, т. е. на расстоянии $b = 5,2$ см справа от сечения d посередине длины ступицы. Перенесем силы T_d , Q_d и A_d в сечение d и им соответствующие моменты

$$m_z = Q_d b = 570 \cdot 5,2 = 2960 \text{ кгс} \cdot \text{см};$$

$$m_y = T_d b = 4850 \cdot 5,2 = 25200 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

Изгибающие моменты в сечениях c и d в плоскостях XZ и XY :

$$M_{cz} = R_{gz} a = 6970 \cdot 12,6 =$$

$$= 87800 \text{ кгс} \cdot \text{см};$$

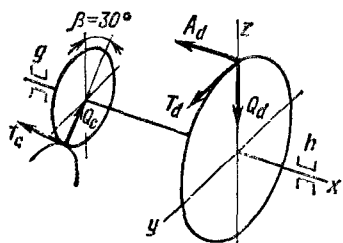


Рис. 14. Пространственная схема сада

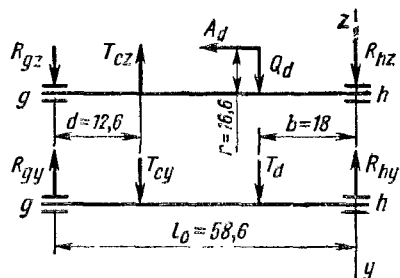


Рис. 15. Плоская схема вала

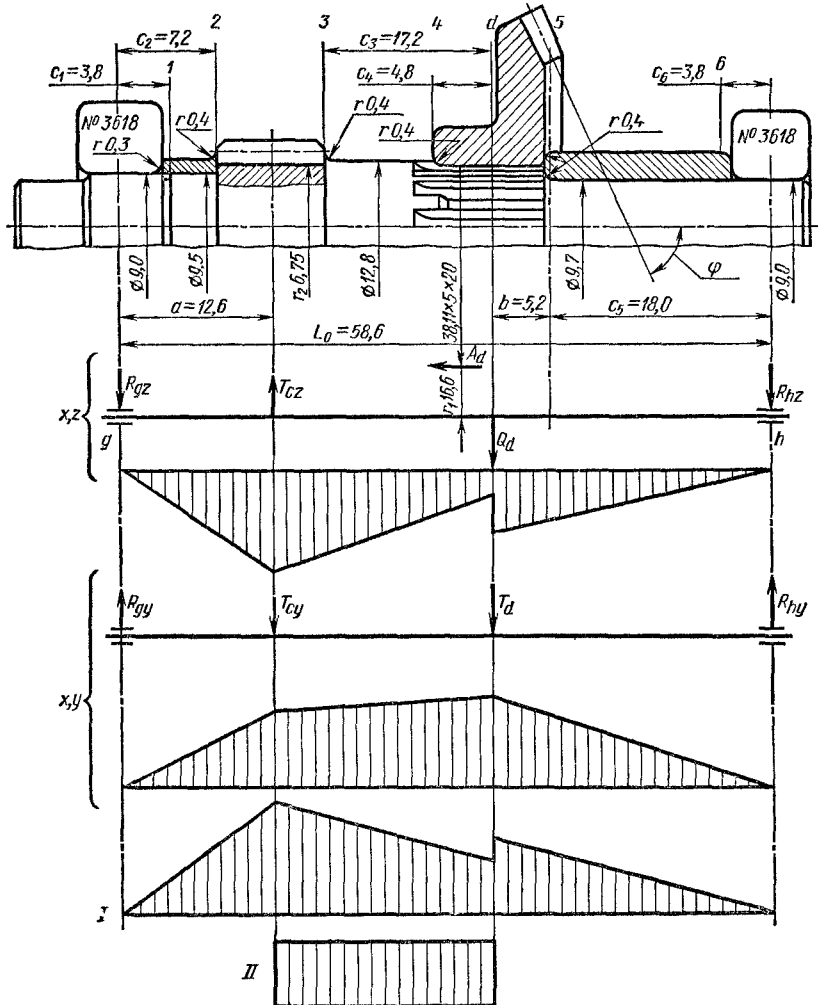


Рис. 16. Эскиз узла вала (размеры в см):

I — эпюра суммарных изгибающих моментов; II — эпюра крутящих моментов

справа от сечения d

$$M_{dz_{np}} = R_{hz} (b + c_b) = \\ = 2170 (5,2 + 18) = 50\,300 \text{ кгс} \cdot \text{см};$$

слева от сечения d

$$M_{dz_{лев}} = M_{dz_{np}} - A_d r_1 = \\ = 50\,300 - 1670 \cdot 16,6 = 22\,600 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_{cy} = R_{gy} a = 7870 \cdot 12,6 = \\ = 99\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_{dy} = R_{hy} (b + c_b) = 5110 (5,2 + 18) = \\ = 118\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

Суммарные изгибающие моменты в сечениях c и d :

$$M_c = \sqrt{M_{cz}^2 + M_{cy}^2} = 133\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_{d_{np}} = \sqrt{M_{dz_{np}}^2 + M_{dy}^2} = \\ = 128\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_{d_{лев}} = \sqrt{M_{dz_{лев}}^2 + M_{dy}^2} = \\ = 12\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

По этим величинам строим эпюру суммарных изгибающих моментов (см. рис. 16), ограничивая ее прямыми линиями.

Суммарные изгибающие моменты в граничных сечениях ступеней вала

$$M_1 = M_c = \frac{c_1}{a} = 40\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_2 = M_c \frac{c_2}{a} = 82\,500 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_3 = (M_c - M_{d_{лев}}) \frac{c_3}{I_0 - a - b - c_5} + \\ + M_{d_{лев}} = 130\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_4 = (M_c - M_{d_{лев}}) \frac{c_4}{I_0 - a - b - c_5} + \\ + M_{d_{лев}} = 123\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_5 = M_{d_{np}} \frac{c_5}{b + c_5} = 99\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}; \\ M_6 = M_{d_{np}} \frac{c_6}{b + c_6} = 21\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

Строим эпюру крутящих моментов (см. рис. 16).

Опасные сечения выбираем следующим образом.

Из данных сечений 1 и 6 последнее, как менее нагруженное, исключаем из

расчета. Из двух сечений 3 и 4 исключаем из расчета первое, как имеющее значительно больший диаметр и ненамного больше нагруженное. Для сечений 1, 2, 4 и 5 определяем номинальные напряжения изгиба и кручения:

$$\sigma_1 = \frac{M_1}{W_1} = 5600 \text{ кгс/см}^2; \tau_1 = 0; \\ \sigma_2 = \frac{M_2}{W_2} = 1040 \text{ кгс/см}^2; \tau_2 = 0; \\ \sigma_4 = \frac{M_4}{W_4} = 1250 \text{ кгс/см}^2; \\ \tau_4 = \frac{M_k}{W_{k4}} = 410 \text{ кгс/см}^2; \\ \sigma_5 = \frac{M_5}{W_5} = 1090 \text{ кгс/см}^2; \\ \tau_5 = 0.$$

Коэффициенты запаса прочности при изгибе и кручении определяем только для наиболее напряженного сечения 4:

$$n_{\tau\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_4} \cdot \frac{7500}{1200} = 6; \\ n_{\tau\tau} = \frac{\tau_T}{\tau_4} = \frac{5210}{410} = 12,7.$$

Запас прочности по пределу текучести

$$n_T = \frac{n_{\tau\sigma} n_{\tau\tau}}{\sqrt{n_{\tau\sigma}^2 + n_{\tau\tau}^2}} = 5,3.$$

Сравниваем величину n_T с $n_{T \min}$ и v (табл. 4):

$$n_T = 5,4 > 2,4 = n_{T \min}; \\ n_T = 5,3 < 5,5 = v.$$

Отсюда следует, что статическая прочность достаточна.

Расчет на выносливость. Места концентрации напряжений:

сечение 1, где расположен край напрессованной детали (внутреннего кольца подшипника качения) с закруглением; твердость поверхности вала ниже твердости поверхности напрессованной детали, радиус галтели $r = 0,3$ см; размер радиальной ступени $h = 0,25$ см;

сечение 2 — радиус галтели $r = 0,4$ см; радиальный размер ступени $h = 2$ см (до начальной окружности шестерни);

сечение 3 — галтель радиуса $r = 0,4$ см; радиальный размер ступени $h = 0,35$ см;

сечение 4 — радиус галтели $r = 1,3$; радиальный размер ступени $h = 1,3$ см, выход шлицев и край ступицы без скругления при скользящей посадке и при близких значениях твердости поверхностей деталей;

сечение 5 — галтель радиуса $r = 0,4$ см; радиальный размер ступени $h = 0,5$ см;

сечение 6 — то же, что и в сечении 1. Шероховатость поверхности:

в сечениях 1, 4 и 6 — $\nabla 9$;

в сечениях 2, 3 и 5 — $\nabla 6$.

Сечения 2 и 3 цементированы; заданный срок службы детали $T = 10\,000$ ч; частота вращения вала $n = 147$ об/мин; режим нагрузки:

ступени нагрузки . . .	1	2	3	4
крутящий момент $M_{\text{к}}$, кгс · см	40 250	28 800	12 900	8600
время действия, ч . . .	30	150	8 400	1420

Первая ступень (T_1 , $M_{\text{к1}}$ — кратковременные редкие перегрузки, вызываемые случайными, не поддающимися расчету сопротивлениями, приводящими к «опрокидыванию» электродвигателя, но не к внезапным остановкам машины (в противном случае за счет кинетической энергии вращающихся масс перегрузки могли бы значительно превосходить нагрузки, соответствующие «опрокидыванию» двигателя); вторая ступень (T_2 , $M_{\text{к2}}$) — более частые, но меньшие по величине перегрузки, неизбежные при выполнении машинной технологических функций и связанные с неоднородностью объектов ее работы; третья ступень (T_3 , $M_{\text{к3}}$) — основная, преобладающая по времени рабочая нагрузка, соответствующая средним эксплуатационным условиям; четвертая ступень (T_4 , $M_{\text{к4}}$) — холостой ход машины.

При коэффициенте перегрузки $\frac{M_{\text{наиб. кратк}}}{M_{\text{анавб. длит}}} = 2$ наибольшие длительно действующие нагрузки (а при простом нагружении, как в нашем случае, и внутренние усилия) составляют 0,5 от соответствующих кратковременных нагрузок.

Крутящий момент

$$M_{\text{к}} = 0,5 \cdot 80\,500 = 40\,250 \text{ кгс} \cdot \text{см},$$

Изгибающие моменты в сечениях 3 и 6

$$M_3 = 0,5 \cdot 130\,000 = 65\,000 \text{ кгс} \cdot \text{см};$$

$$M_6 = 0,5 \cdot 21\,000 = 10\,500 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

Номинальные напряжения в сечениях 1, 2, 4 и 5 (половина от вычисленных выше):

$$\sigma_1 = 280 \text{ кгс/см}^2; \quad \tau_1 = 0;$$

$$\sigma_2 = 520 \text{ кгс/см}^2; \quad \tau_2 = 0;$$

$$\sigma_3 = \frac{M_3}{W_3} = 315 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\tau_3 = \frac{M_{\text{к}}}{W_{\text{кз}}} = 98 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_4 = 625 \text{ кгс/см}^2; \quad \tau_4 = 205 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_5 = 545 \text{ кгс/см}^2; \quad \tau_5 = 0$$

$$\sigma_6 = \frac{M_6}{W_6} = \frac{10\,500}{71,5} = 147 \text{ кгс/см}^2; \quad \tau_6 = 0.$$

Опасные сечения для дальнейшего расчета выбираем следующим образом.

Из двух одинаковых по диаметрам и по концентрации напряжений сечений 1 и 6 последнее, как менее напряженное, не рассчитываем; на этом же основании не рассчитываем сечение 3 (из сопоставления сечений 2 и 3) и сечение 2 (из сопоставления сечений 2 и 5). Сечение 4 более напряжено, чем сечение 5 причем в сечении 4 имеется концентрация напряжений (край ступицы при скользящей посадке), близкая к концентрации напряжений в сечении 5, поэтому не рассчитываем также сечение 5. Номинальное напряжение в сечении 4 более, чем в 2 раза превосходит напряжение в сечении 1, отношение же напряжений с учетом концентрации составляет для этих сечений $\sim 1,5$; поэтому запас прочности по пределу выносливости определяем только для сечения 4.

Коэффициент эквивалентности при напряжениях от изгиба

$$K_{\text{эс}} = \sqrt[m]{\frac{N_{\text{ц}}}{N_0} \sum P_i^m t_i},$$

где $N_{\text{ц}}$ — рабочее число циклов напряжений изгиба за весь срок службы вала;

N_0 — базовое число циклов;

P_i — относительная амплитуда напряжений изгиба для i -й ступени режима нагрузки;

t_i — относительное суммарное число циклов действия на-
пряжения;

m — показатель степени, выби-
раемый по опытным данным.

В нашем случае

$$N_{\sigma} = 60nT = 60 \cdot 147 \cdot 10\,000 = 8,9 \cdot 10^7;$$

$$N_{\tau} = 10^7 \text{ (для легированной стали);}$$

$$P_1 = \frac{\sigma_{a1}}{\sigma_{a1}} = 1; P_2 = \frac{\sigma_{a2}}{\sigma_{a1}} = \frac{M_{k2}}{M_{k1}} = 0,517;$$

$$P_3 = \frac{\sigma_{a3}}{\sigma_{a1}} = \frac{M_{k3}}{M_{k1}} = 0,330;$$

$$P_4 = \frac{\sigma_{a4}}{\sigma_{a1}} = \frac{M_{k4}}{M_{k1}} = 0,214;$$

$$t_1 = \frac{T_1}{T} = 0,003; t_2 = \frac{T_2}{T} = 0,015;$$

$$t_3 = \frac{T_3}{T} = 0,840; t_4 = \frac{T_4}{T} = 0,142.$$

При изгибе и кручении можно при-
нимать показатель степени $m = 9$.
Тогда

$$\sum P_i^9 t_i = 1^9 \cdot 0,003 + 0,517^9 \cdot 0,015 + \\ + 0,330^9 \cdot 0,840 + 0,214^9 \cdot 0,142 = \\ = 0,00308;$$

$$K_{\sigma\sigma} = \sqrt[9]{\frac{8,8 \cdot 10^7}{10^7}} \cdot 0,00308 = 0,67.$$

(значения $K_{\sigma\sigma}$ и $K_{\tau\tau}$ следует ограничи-
вать, т. е. $0,6 \leq K_{\sigma} \leq 1$).

Из-за отсутствия данных о числе
циклов изменения напряжения кру-
чения принимаем приближенно (с ошиб-
кой в сторону надежности расчета)

$$K_{\sigma\tau} = K_{\sigma\sigma} = 0,67.$$

Для галтели вала при $\frac{\rho}{d} = \frac{0,4}{10,2} =$
 $= 0,04$ и $\frac{D}{d} = 1,25$ находим коэф-
фициенты концентрации напряжений
 $\alpha_{\sigma} \approx 2,1$ и $\alpha_{\tau} \approx 1,65$.

Для места выхода эвольвентных
шлицев находим по табл. 14, 15 гл. 11
 $K_{\sigma} \approx 1,7$ и $K_{\tau} \approx 1,6$.

Для края ступицы по рис. 71, 72,
73 гл. 11 $\left(\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}\right)_0 \approx 5,0$ и $\left(\frac{K_{\tau}}{\epsilon_{\tau}}\right) = 3,3$.

Отсюда для наихудшего случая
(край ступицы)

$$(K_{\sigma})_D = \frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} = 5,0; (K_{\tau})_D = \frac{K_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} = 3,3;$$

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{\sigma_{-1}}{(K_{\sigma})_D} = 900 \text{ кгс/см}^2;$$

$$(\tau_{-1})_D = \frac{\tau_{-1}}{(K_{\tau})_D} = 790 \text{ кгс/см}^2.$$

Коэффициенты (см. гл. 11) $\psi_{\sigma} = 0,1$;
 $\psi_{\tau} = 0,05$. То же для детали:

$$(\psi_{\sigma})_D = \frac{\psi_{\sigma}}{(K_{\sigma})_D} = 0,02;$$

$$(\psi_{\tau})_D = \frac{\psi_{\tau}}{(K_{\tau})_D} = 0,017.$$

Амплитуды и средние напряжения
цикла $\sigma_a = \sigma_4 = 625 \text{ кгс/см}^2$; $\sigma_m = 0$;

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_4}{2} = 103 \text{ кгс/см}^2.$$

Коэффициент запаса прочности по
пределу выносливости для изгиба и
кручения

$$n_{\sigma} = \frac{(\sigma_{-1})_D}{K_{\sigma\sigma} \sigma_a + (\psi_{\sigma})_D \sigma_m} = 2,15;$$

$$n_{\tau} = \frac{(\tau_{-1})_D}{K_{\sigma\tau} \tau_a + (\psi_{\tau})_D \tau_m} = 11.$$

Запас прочности по пределу вынос-
ливости

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = 2,1 > 2 = n_{\min}.$$

Вал рабочего органа
м а ш и н ы - о р у д и я .

Вал с необходимыми размерами по-
казан на рис. 17. Исходные данные для
расчета: материал вала — сталь
12Х2Н4А, улучшенная термообработ-
кой до НВ 270. Механические свойства
стали 12Х2Н4А: $\sigma_B = 100 \text{ кгс/мм}^2$;
 $\sigma_{\tau} = 75 \text{ кгс/мм}^2$; $\tau_{\tau} = 45 \text{ кгс/мм}^2$;
 $\sigma_1 = 45 \text{ кгс/мм}^2$; $\tau_1 = 23 \text{ кгс/мм}^2$;
 $\psi_{\sigma} = 0,15$; $\psi_{\tau} = 0,10$; $E = 2 \cdot 10^4 \text{ кгс/мм}^2$.

Схема рабочего органа и действующ-
щих сил показана на рис. 18. Рабочий
орган состоит из двух вертикальных
валов с двумя резцами у каждого
вала (верхним и нижним). Резцы раз-
рушают массив угля (заштрихован)

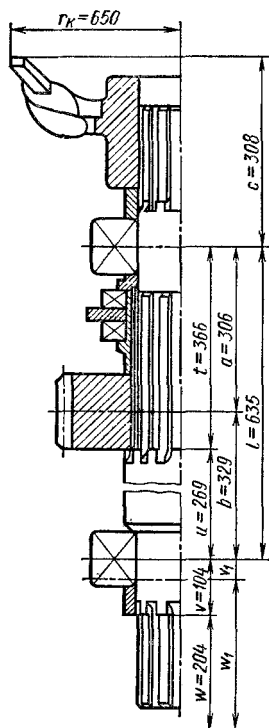


Рис. 17. Эскиз вала рабочего органа

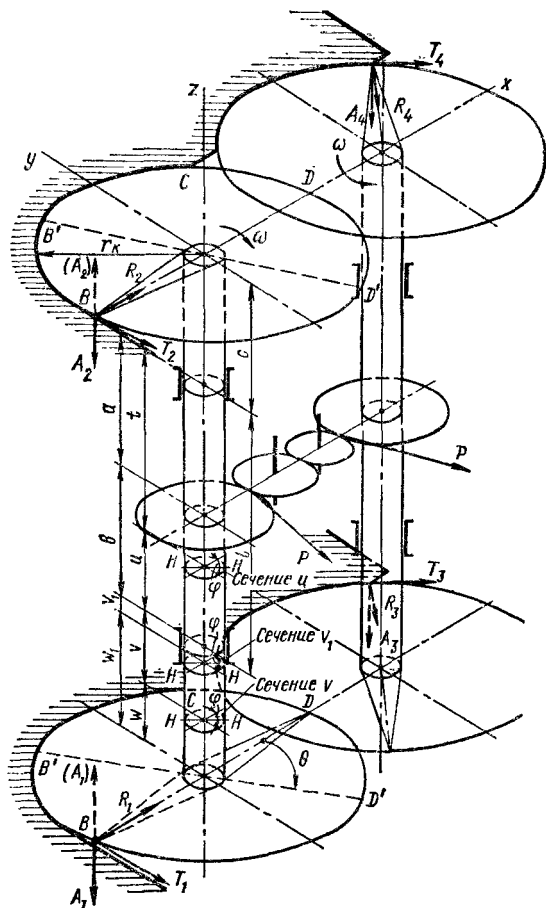


Рис. 18. Схема взаимодействия валов рабочего органа

попеременно правой и левой стороной при движении вверх и вниз. Вал со стороны массива находится в более тяжелых условиях, так как в этом случае усилия резания больше. Поэтому расчет проводим для этого вала (на рис. 18 левый). В табл. 5 приведены значения наибольших длительно действующих нагрузок, действующих на вал при движении его вверх и вниз. Верхний и нижний резцы работают одновременно (см. циклограмму на рис. 19). Крутящие моменты на ниж-

нем резце $M_{K1} = 184\,500$ кгс·см, на верхнем $M_{K2} = 123\,500$ кгс·см. Усилия на резцы не изменяют своего направления относительно вала, усилия на шестерне вращаются относительно вала.

Длительно действующие нагрузки определяются интегральной кривой режима нагрузки (рис. 20) и величиной наибольших длительно действующих нагрузок. Кривая режима получена экспериментально и весьма близка к кривой нормального распределения,

Таблица 5

Значения наибольших длительно действующих нагрузок на вал

Резец	Составляющая усилий на резце	Обозначения (см. рис. 18)	Усилия в кгс
Нижний	Окружная	T_1	2840
	Осевая, движение вверх	$+A_1B$	2840
	Осевая, движение вниз	$-A_1H$	1420
	Радиальная	R_1	2130
	На зубчатом колесе	P_1	12200
Верхний	Окружная	T_2	1900
	Осевая, движение вверх	$-A_2B$	560
	Осевая, движение вниз	$+A_2H$	1900
	Радиальная	R_2	1425
	На зубчатом колесе	P_2	8170

Примечание. Знак плюс осевой силы соответствует растяжению вала, знак минус — сжатию.

поскольку величина усилия резания подчиняется статистическим закономерностям. Для расчета принимаем ступенчатый график режима нагрузки (рис. 21), построенный с погрешностью в сторону увеличения запаса надежности. Частота вращения вала $n = 42$ об/мин, число циклов в минуту $n_{\text{ц}} = 21$ (см. циклограмму на рис. 19), расчетный срок службы вала $T_p = 10000$ ч. Наибольшая кратковременная нагрузка по данным замеров может превышать величину наибольшей длительно действующей нагрузки

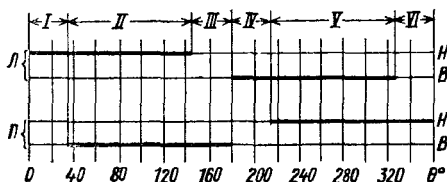


Рис. 19. Циклограмма работы резцов:

Л — левый вал; П — правый вал; Н — нижний резец; В — верхний резец

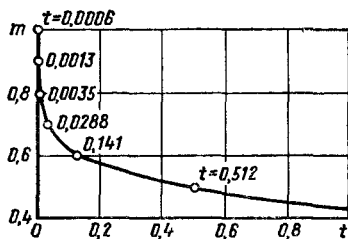


Рис. 20. Интегральная кривая режима нагрузки

в 2,82 раза, т. е. $M_{\text{наиб. кратк}} = 520\,000$ кгс·см. Нагрузки на вал также соответственно увеличиваются.

Расчет на статическую прочность. Наихудшим для статической прочности вала является случай работы нижнего резца при движении вверх. В этом случае $T = 8030$ кгс, $A = 8030$ кгс, $R = 6020$ кгс и $P = 34\,500$ кгс.

Схема нагрузок на вал показана на рис. 18. Опасное сечение (сечение и; $x = 36,7$ см; $d = 11,4$ см) в месте посадки шестерни на выходе шлицев. Изгибающий момент в этом сечении от действия наибольших кратковременных вращающихся и невращающихся отнесительно вала нагрузок составляет $M_{\text{и наиб. кратк}} = 880\,000$ кгс·см; крутящий момент — $M_{\text{к наиб. кратк}} = 520\,000$ кгс·см.

Наибольшее напряжение от изгиба

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{и наиб. кратк}}}{W_{\text{и}}} = \frac{880\,000}{148,8} = 5920 \text{ кгс/см}^2.$$

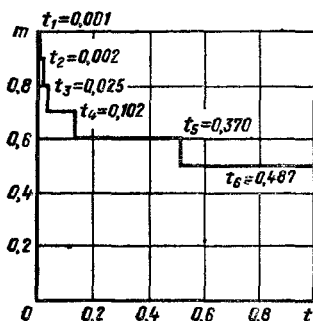


Рис. 21. График режимов нагрузки

Таблица 6

Моменты, геометрические параметры и коэффициенты концентрации в опасных сечениях

Показатели	Сечение v	Сечение v_1	Сечение u
M_H	$(T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi) \omega \pm \pm A_1 r_K \cos \varphi$	$(T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi) \omega_1 \pm \pm A_1 r_K \cos \varphi$	$[(T_1 \sin \varphi + R_1 \cos \varphi) \times (v + \omega) \pm A_1 r_K \cos \varphi] \times \times \frac{t}{L} - [(T_2 \sin \varphi + R_2 \cos \varphi) C \pm \pm A_2 r_K \cos \varphi] \frac{u}{L} - - P_{1,2} \frac{au}{L} \sin (\varphi + \theta - a)$
M_K	$T_1 r_K$	$T_1 r_K$	$T_2 r_K$
W_H	110,4 см ³	130,7 см ³	148,8 см ³
W_K	220,8 см ³	261,4 см ³	297,6 см ³
K_σ	2,0 (см. табл. 13 гл. 11)	7,65 (см. рис. 71, 72, 73 гл. 11)	2,0 (см. табл. 13 гл. 11)
K_τ	2,60 (см. табл. 15 гл. 11)	5,14	2,60 (см. табл. 15 гл. 11)
$\lg \frac{L}{G} = \frac{\pi d^2}{2}$	4,2	—	4,2
$F\left(\frac{L}{G}, \gamma\right)$	0,80 (см. рис. 31 гл. 11)	—	0,80
$(K_\sigma)_D$	2,5	7,65	2,5
$(K_\tau)_D$	3,25	5,14	3,25

Момент сопротивления для шлицевого сечения ϕ 112 мм легкой серии при изгибе $W_H = 148,8$ см³, при кручении $W_K = 297,6$ см³.

Наибольшее напряжение от кручения

$$\tau_{\max} = \frac{M_{K \text{ наиб}}}{W_K} = \frac{520\,000}{297,6} = 1750 \text{ кгс/см}^2.$$

Коэффициент запаса прочности: при изгибе

$$n_{T\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{7500}{5920} = 1,27;$$

при кручении

$$n_{T\tau} = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{4500}{1750} = 2,57.$$

Запас прочности по пределу текучести

$$n = \frac{n_{T\sigma} n_{T\tau}}{\sqrt{n_{T\sigma}^2 + n_{T\tau}^2}} = \frac{1,27 \cdot 2,57}{\sqrt{1,27^2 + 2,57^2}} = 1,14.$$

При столь близком к единице значении запаса прочности по пределу текучести вероятность возникновения пластических деформаций достаточно высока. Поэтому статическую несущую способность вала можно считать достаточной лишь при условии, что нагрузки, превосходящие расчетную наибольшую нагрузку более чем на 10%, вызовут настолько небольшие пластические деформации, что нормальная работа связанных с валом деталей не нарушится.

Расчет вала на выносливость. Нагрузки на резец неподвижны относительно вала, однако, поскольку при ходе вверх и вниз верхнего и нижнего

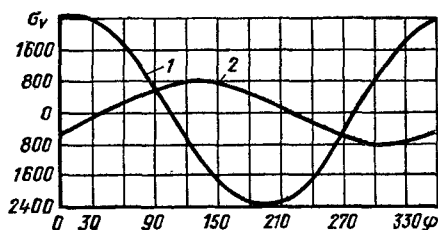


Рис. 22. График изменения напряжений изгиба в сечении v от угла φ :

1 — движение вверх; 2 — движение вниз

резцов напряжения изменяются по знаку, эти нагрузки, так же как и нагрузки, передающиеся от шестерни, могут вызывать усталостное разрушение вала. Поэтому при определении напряжений в расчете на выносливость учитываем моменты как от вращающихся (на шестерне), так и от невращающихся (на резце) нагрузок.

Опасными сечениями вала являются сечения v , где имеет место концентрация напряжений на выходе шлицев, сечение v_1 — в месте конца посадки подшипника на вал, сечение u — на выходе шлицев под шестерней. Значения моментов в этих сечениях, а также геометрические параметры сечений и значения коэффициентов концентрации приведены в табл. 6. Через φ обозначен угол между плоскостью, проходящей через ось вала и кромку резца B , и плоскостью, проходящей через произвольную точку D сечения вала и его ось; через θ — угол между этой последней плоскостью и плоскостью, проходящей через ось вала и точку приложения силы в зацеплении; через α_0 — угол зацепления (см. рис. 18). Угол осевой силы зависит от направления движения резца вверх или вниз.

На рис. 22 и 23 показаны значения номинальных напряжений в сечениях v и v_1 при ходе резца вверх и вниз в зависимости от расположения точек сечения относительно резца. На рис. 24 показаны значения напряжений в сечении u по углу θ . Изменению угла θ соответствует изменение порядка работы резцов в соответствии с цикло-

граммой (см. рис. 19). Касательные напряжения не зависят от угла φ и максимальные их значения составляют: для сечения v $\tau_{\max} = 940$ кгс/см²; для сечения v_1 $\tau_{\max} = 693$ кгс/см²; для сечения u $\tau_{\max} = 706$ кгс/см².

Минимальные значения касательных напряжений принимаем равными нулю. Значения номинальных напряжений получены для случая наибольшей длительно действующей нагрузки. Коэффициент эквивалентности вычисляется на основании графика заданного режима нагрузки (см. рис. 21).

$$K_3 = \sqrt{\frac{N_{\text{ц}}}{N_0} \sum m_i^2 t_i},$$

где $N_{\text{ц}}$ = 60, $n_{\text{ц}} T_p$ — число циклов за срок работы вала (где $n_{\text{ц}}$ — число циклов в минуту $n_{\text{ц}} = 21$ и $T_p = 10\,000$ ч — расчетный срок службы вала); $N_0 = 10^7$ — базовое число циклов для легированной стали; m_i — относительное напряжение для i -й ступени графика (см. рис. 21); t_i — относительное число циклов напряжений.

Отсюда

$$\sum m_i^2 t_i = 1 \cdot 0,001 + 0,9^9 \cdot 0,002 + 0,8^8 \cdot 0,025 + 0,7^8 \cdot 0,102 + 0,6^8 \cdot 0,371 + 0,5^9 \cdot 0,487 = 0,0152;$$

$$K_3 = \sqrt{\frac{60 \cdot 21 \cdot 10^4}{10^7} \cdot 0,0152} = 0,83.$$

Коэффициенты запаса прочности при действии нормальных напряжений в случае использования графиков (рис. 21) удобно представить в следующем виде:

$$n_{\sigma} = \frac{2(\sigma_{-1})_D}{\sigma_{\max} [K_3 + (\psi_{\sigma})_D] - \sigma_{\max} [K_3 - (\psi_{\sigma})_D]},$$

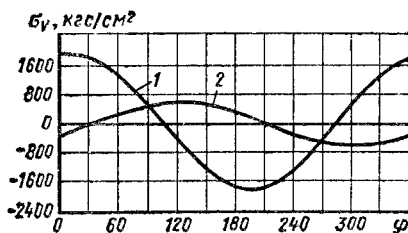


Рис. 23. График изменения напряжений изгиба в сечении v_1 от угла φ :
1 — движение вверх; 2 — движение вниз

где $\sigma_{\max}$ и $\sigma_{\min}$ берутся из графиков для фиксированных значений φ ;

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D}; \quad (\psi_\sigma)_D = \frac{\psi_\sigma}{(K_\sigma)_D}.$$

На рис. 25, 26, 27 показаны значения коэффициентов запаса прочности n_σ для различных точек окружности сечений v ; v_1 и u в области наименьших значений n_σ .

Коэффициенты запасов прочности при действии касательных напряже-

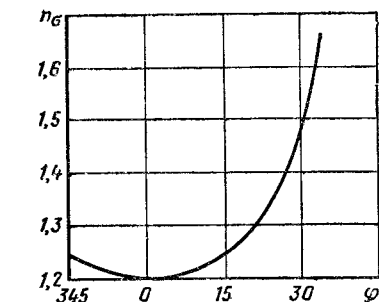


Рис. 25. Изменение коэффициента запаса прочности n_σ в сечении v

ний определяют по формуле (для пульсирующего цикла)

$$n_\tau = \frac{2(\tau_{-1})_D}{\tau_{\max} [K_\tau + (\psi_\sigma)_D]}$$

и для сечения v $n_\tau = 1,2$; для сечения v_1 $n_\tau = 1,64$; для сечения u $n_\tau = 1,58$.

Запас прочности (минимальные значения) определяют по формуле

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$$

и для сечения v $n = 1,1$; для сечения v_1 $n = 0,82$; для сечения u $n = 0,9$.

В эксплуатации наблюдались поломки вала, в связи с чем по всей длине вала (за исключением участка

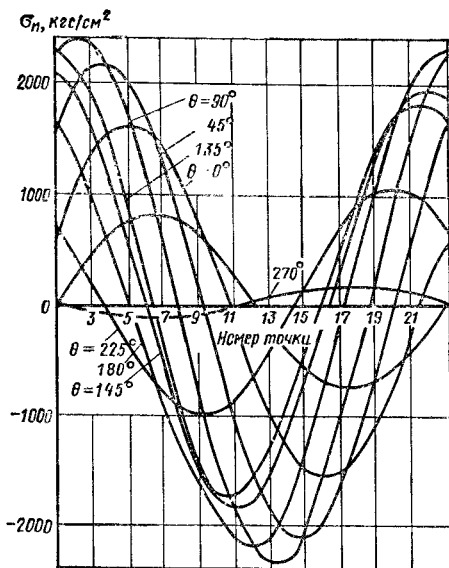


Рис. 24. График изменения напряжений изгиба в сечении u от угла φ (номер точки) и угла θ

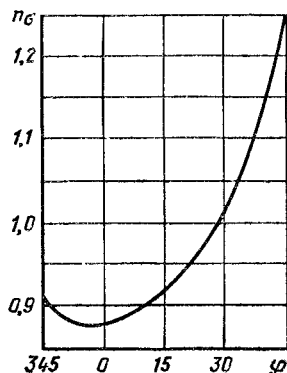


Рис. 26. Изменение коэффициента запаса прочности n_σ в сечении v_1

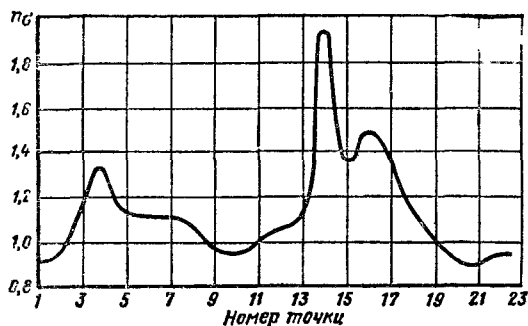


Рис. 27. Изменение коэффициента запаса прочности n_{σ} в сечении и

⊙ 130 мм) было проведено поверхностное упрочнение закалкой т. в. ч., после чего поломки прекратились. Запас прочности за счет упрочнения повысился в 1,5—1,7 раза.

Расчет коленчатого вала судового двигателя *

Исходные данные для расчета.

Внешние нагрузки, действующие на коленя, приводятся к силам, лежащим в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, и складываются из сил давления газов в цилиндре и сил инерции вращающихся и поступательно движущихся деталей, связанных с коленчатым валом (табл. 7).

Расчет выполняется для режима полной мощности: $N = 2000$ л. с. при $n = 750$ об/мин; на котором возникают наибольшие уровни нагрузок, действующих на коленчатый вал. Порядок работы цилиндров двигателя 1—4—2—6—3—5. Вал не имеет противовесов. Конструктивная форма колена с основными размерами показана на рис. 28, конструктивная схема вала — на рис. 29.

Материал вала: сталь 38ХНЗМА, предел прочности $\sigma_B = 100$ кгс/мм², предел усталости при изгибе $\sigma_{-1} =$

$= 44$ кгс/мм², предел усталости при кручении $\tau_{-1} = 25$ кгс/мм². Вал подвергается азотированию на глубину 0,7 мм.

В рассматриваемом примере для расчета усилий применена неразрезная схема, построенная на балочной аналогии, вместо обычно принимаемой более сложной рамной, так как при положительном перекрытии шеек балочная схема дает достаточную точность [4].

Указанная схема была разработана применительно к конструкции полноопорных коленчатых валов тепловозных и судовых дизелей [5].

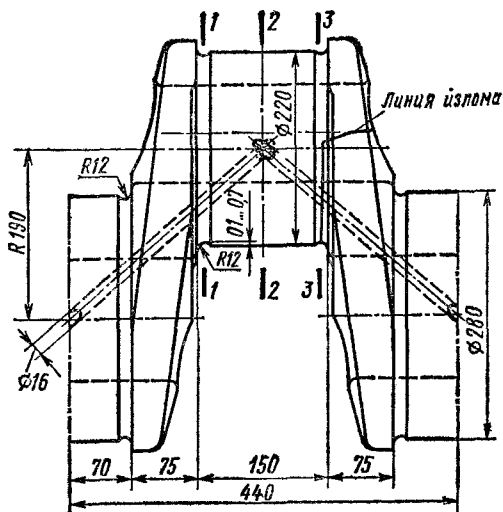


Рис. 28. Эскиз колена вала

* Этот пример сделан на основе расчета, любезно представленного М. А. Салтыковым

Таблица 7

Внешние нагрузки, действующие на шатунные шейки вала

α°	$Z_{ш} = Z + P_{ш}$ [кгс]	$T_{ш}$ [кгс]	α°	$Z_{ш} = Z + P_{ш}$ [кгс]	$T_{ш}$ [кгс]	α°	$Z_{ш} = Z + P_{ш}$ [кгс]	$T_{ш}$ [кгс]
0	30410	0,00	250	-12570	-8070	490	-16060	7160
10	58590	14600	260	-10454	-7250	500	-17370	6040
20	42990	23340	270	-8530	-5460	510	-18260	4660
30	22740	22770	280	-7378	-2800	520	-18840	3134
40	9350	19250	290	-7200	372	530	-19160	1550
50	2740	18000	300	-8270	3567	540	-19275	0,00
60	-1535	16880	310	-10570	6190	550	-19360	-1600
70	-5390	16000	320	-13740	7660	560	-19160	-3184
80	-8346	15220	330	-17230	7700	570	-18540	-4760
90	-10860	14720	340	-20420	6170	580	-17760	-6265
100	-13650	14290	350	-22660	3440	590	-16510	-7520
110	-16010	12980	360	-23450	0,00	600	-14860	-8360
120	-17560	11270	370	-22840	-3460	610	-12980	-8680
130	-18860	9420	380	-20570	-6240	620	-10902	-8240
140	-19860	7500	390	-17380	-7280	630	-8940	-7083
150	-20240	5470	400	-13875	-7820	640	-7564	-5200
160	-20540	3600	410	-10675	-6485	650	-7500	-3100
170	-20660	1760	420	-8360	-3846	660	-6722	-1490
180	-20335	0,00	430	-7232	-661	670	-6782	-686
190	-19860	-1670	440	-7355	2520	680	-5856	-1520
200	-19100	-3215	450	-8460	5175	690	-2190	-3780
210	-18550	-4765	460	-10335	6980	700	6000	-6130
220	-17640	-6200	470	-12440	7840	710	17780	-5550
230	-16290	-7345	480	-14370	7830	720	30410	0,00
240	-14570	-8040						

Для рассматриваемого вала расчет проводили с учетом податливости опор вала и их возможной несоосности.

В вертикальной плоскости величина податливости опор определялась деформацией как узла коренного подшипника, так и несущих стоек (стенок) блока цилиндра (блока-картера), податливость в горизонтальной плоскости принимали условно равной податливости в плоскости вертикальной.

Наибольшая величина начальной ступенчатости смежных опор, отне-

сенная к осям шеек вала (с учетом возможной разности диаметров коренных шеек), в рассматриваемом случае $\Delta_0 = 0,07$ мм.

На основании исходных данных и дополнительно полученных характеристик по жесткости вала и податливости опор был выполнен силовой расчет коленчатого вала и найдены величины опорных моментов и реакций, а также определены необходимые для расчета на прочность наиболее нагруженные колена по уровню пере-

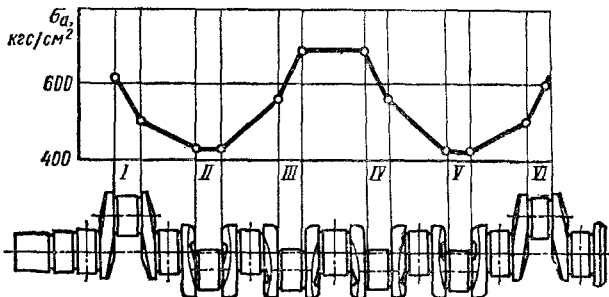


Рис. 29. Схема коленчатого вала (а) и распределение напряжений от изгиба σ_{ax} вдоль оси вала (б)

менных напряжений в их опасных сечениях.

Распределение амплитуд номинальных напряжений изгиба в плоскости колен в галтелях шатунных шеек различных колен по длине вала показано на рис. 29. Наибольшие напряжения изгиба возникают в третьей шатунной шейке, в которой действуют амплитудные значения моментов: в плоскости колена $M_{ax} = 246\,850$ кгс·см, в перпендикулярной плоскости $M_{ay} = 146\,000$ кгс·см.

Крутящие нагрузки, действующие на коленчатый вал, состоят из суммарных (набегающих) моментов от периодических усилий, приложенных к шатунным шейкам, и динамических эффектов, связанных с крутильными колебаниями, возникающими в системе коленчатого вала совместно с вращающимися частями присоединенных агрегатов или валопроводом установки. Для уточненного определения величин действительных крутящих моментов в сечениях коленчатого вала должен выполняться расчет вынужденных колебаний эквивалентной динамической системы с учетом ее демпфирующих свойств и особенностей возмущающих сил. Для определения величин переменных крутящих моментов упрощенно предполагалось, что моменты от периодических усилий и динамические моменты от резонирующих гармоник могут непосредственно суммироваться. В рассматриваемом случае коленчатый вал имеет настроенный маятниковый антивибратор крутильных колебаний, при котором на режиме полной мощности динамический момент $M_{ад} = 108\,000$ кгс·см, амплитуда набегающих моментов на этом режиме для третьей шатунной шейки $M_{ап} = 365\,000$ кгс·см. Расчетное амплитудное значение момента для наиболее напряженной по кручению третьей шатунной шейки $M_{ак} = M_{ап} + M_{ад} = 365\,000 + 108\,000 = 473\,000$ кгс·см².

Опасными сечениями являются сечение 3—3 (см. рис. 28), проходящее по галтели третьей шатунной шейки со стороны шестой щеки, и сечение 2—2, проходящее через смазочное отверстие.

Выбор положений опасных сечений сделан в соответствии с видом изломов,

наблюдаемых при усталостных испытаниях колен и в отдельных случаях разрушения валов при эксплуатации со значительным перекрытием шеек с развитием начальной трещины по сечению шатунной шейки.

Номинальные напряжения в сечении 3—3 определяются как напряжения от изгиба щеки при использовании геометрических характеристик ее поперечного сечения:

$$\sigma_a = \frac{M_{ax}}{W_x} = \frac{246\,850}{352} = 705 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_m = \frac{M_{x \max} + M_{x \min}}{W_x 2} = \frac{279\,000 - 214\,000}{2 \cdot 352} = 92 \text{ кгс/см}^2,$$

где W_x — момент сопротивления щеки при изгибе в плоскости кривошипа.

Номинальные напряжения в сечении 2—2 шейки

$$\sigma_{ax} = \frac{M_{ax}}{W_{xш}} = \frac{246\,850}{1015} = 245 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\sigma_{ay} = \frac{M_{ay}}{W_{yш}} = \frac{150\,000}{1015} = 148 \text{ кгс/см}^2,$$

где $W_{xш} = W_{yш} = 1015 \text{ см}^3$.

Номинальные напряжения в опасном сечении от кручения шейки вала

$$\tau_a = \frac{M_{ан} + M_{ад}}{W_p} = \frac{365\,000 + 108\,000}{1980} = 239 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\tau_m = \frac{M_{н \max} + M_{н \min}}{2W_p} = \frac{504\,500 - 227\,500}{2 \cdot 1980} = 70 \text{ кгс/см}^2,$$

где W_p — полярный момент сопротивления шатунной шейки вала.

Средними напряжениями изгиба и кручения при дальнейших расчетах пренебрегаем.

Расчет на выносливость. На рис. 28 приведен эскиз колена вала с указанием размеров, необходимых для определения коэффициентов, отражающих влияние различных факторов на распределение напряжений и на прочность.

Коэффициенты влияния абсолютных размеров для диаметров шеек

Таблица 8

Коэффициенты общей неравномерности напряжений для шейки вала

Конструктивный параметр	Изгиб		Кручение
	в плоскости колена	в перпендикулярной плоскости	
$\frac{h}{d} = 0,34$	$\beta_h = 0,90$	$\beta_h = 0,9$	$\beta_h = 0,98$
$\frac{b}{d} = 1,23$	$\beta_b = 1,2$	$\beta_b = 1,14$	$\beta_b = 1,5$
$\frac{l}{d} = 0,68$	$\beta_l = 1,6$	$\beta_l = 1,85$	$\beta_l = 1,03$
$\frac{\Delta}{d} = 0,28$	$\beta_\Delta = 0,86$	$\beta_\Delta = 0,80$	$\beta_\Delta = 0,87$
$\theta = 90^\circ$	$\beta_\theta = 0,6$	$\beta_\theta = 0,9$	$\beta = -0,9$
	$\beta_1 = 0,9$	$\beta_2 = 1,36$	$\beta_K = 0,74$

Таблица 9

Коэффициенты общей неравномерности напряжений для щеки вала

Конструктивный параметр	Изгиб	Кручение
$b/d = 1,2$	$\beta_b = 0,9$	—
$d_1/d = 0,5$	$\beta_{d_1} = 1,05$	—
$h/d = 0,34$	—	$\beta_h = 0,95$
$\Delta/d = 0,28$	$\beta_\Delta = 0,80$	$\beta_\Delta \approx 0,85$
λ/λ_0	—	$\beta_\lambda = 1,25$
$e/d = 0,086$	$\beta_e = 0,98$	$\beta_l = 0,96$
	$\beta = 0,74$	$\beta_K = 0,825$

$d = 220$ мм (рис. 31 гл. 11) $F\left(\frac{L}{G}\right) = 0,57$.

Для случая изгиба и кручения шейки с отверстием для смазки общую неравномерность распределения напряжений учитывают коэффициентами β (см. табл. 12 гл. 11), приведенными для данного случая в табл. 8.

Напряжения с учетом коэффициентов неравномерности

$$\sigma_a = \sigma_{ax}\beta_1 + \sigma_{ay}\beta_2 = 245 \cdot 0,9 + 148 \cdot 1,36 = 420 \text{ кгс/см}^2;$$

$$\tau_a = \tau_a\beta_K = 239 \cdot 0,74 = 178 \text{ кг/см}^2.$$

Запас прочности в зоне отверстия

$$n = \frac{\sigma_{-1}\sigma}{K_\sigma\eta\sigma_a + K_\tau\eta_K\tau_a}.$$

Коэффициенты концентрации, входящие в это выражение, определяют через коэффициенты α_η и α_K и коэффициенты чувствительности q_σ и q_τ .

По рис. 78, а гл. 11 для $\frac{a}{d} = \frac{16}{220} = 0,012$ $\alpha_\eta = 2,52$ и $\alpha_K = 3,4$, эффективные коэффициенты концентрации определяют из соотношений

$$K_\sigma = 1 + q_\sigma(\alpha_\sigma - 1);$$

$$K_\tau = 1 + q_\tau(\alpha_\tau - 1),$$

где коэффициент чувствительности определяем по рис. 76 гл. 11 для $r = \frac{a}{2} = 8$ мм при $\sigma_B = 100$ кгс/мм² и

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_B} = 0,8, \quad (q)_{\sigma_B} = 0,9; \quad (q)_{\sigma_T} = 0,9;$$

$$\frac{\sigma_T}{\sigma_B}$$

отсюда $K_\sigma = 2,37$ и $K_\tau = 3,16$.

Коэффициенты относительной напряженности на кромке η и η_K определяют по рис. 78, б гл. 11 для значений

$$\operatorname{arctg} \frac{\sigma_a \alpha_\eta}{\tau_a \alpha_K} = \operatorname{arctg} \frac{420 \cdot 2,52}{178 \cdot 3,4} = 61^\circ \text{ и}$$

$$\eta = 0,8, \quad \eta_K = 0,65.$$

Запас прочности равен (с учетом коэффициента упрочнения при азотировании 1,3)

$$n = \frac{4400 \cdot 0,57 \cdot 1,3}{2,37 \cdot 0,8 \cdot 420 + 3,16 \cdot 0,65 \cdot 178} = 2,8.$$

Для сопряжения щеки с шейкой общую неравномерность распределения напряжений можно рассчитывать на основе данных табл. 11 (гл. 11). Результаты расчета приведены в табл. 9.

Коэффициенты концентрации напряжений определяем для изгиба по рис.

77, а гл. 11: $\frac{r}{h} = \frac{12}{75} = 0,16$, $\alpha_n = 2,8$; для кручения — по рис. 77, б: при $\frac{r}{d} = 0,055$, $\frac{d_1}{d} = 0,5$ $\alpha_k = 1,55$. Эффективные коэффициенты концентрации для случая $q_\sigma = q_\tau = 1$ (рис. 76 гл. 11, $r = 12$ мм) при изгибе $K_\sigma = 2,8$ и при кручении $K_\tau = 1,55$.

Запасы прочности в этом случае вычисляем по формуле

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}},$$

где

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \varepsilon_\sigma \cdot 1,3}{K_\sigma \beta_{\sigma a} + \psi_\sigma \beta_{\sigma m}} = \frac{4400 \cdot 0,57 \cdot 1,3}{2,8 \cdot 0,74 \cdot 705} = 2,23;$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1} \varepsilon_\tau \cdot 1,3}{K_\tau \beta_{\tau a} + \psi_\tau \beta_{\tau m}} = \frac{2500 \cdot 0,57 \cdot 1,3}{1,55 \cdot 0,825 \cdot 239} = 6.$$

Запас прочности $n = 2,05$.

Оба полученных значения запасов прочности лежат в пределах, указанных в табл. 3.

Список литературы

1. Бейзельман Р. Д., Цыпкин Б. В. Подшипники качения. Справочник М., «Машиностроение», 1967, 563 с.
2. Валы и оси. Конструирование и расчет. М., «Машиностроение», 1970, 319 с. Авт.: С. В. Серенсен, М. Б. Громан, В. П. Когаев, Р. М. Шнейдерович.
3. Громан М. Б., Шнейдерович Р. М. Статическая несущая способность валов. — «Изв. вузов. Машиностроение». 1958, № 9, с. 71—89.
4. Динамика и прочность коленчатых валов. [Сборник статей]. Вып. II. Изд-во АН СССР, 1950.
5. Котельников Л. Д., Салтыков М. А. Метод статического расчета коленчатого вала с учетом несоосности и упругой подат-

ливости опор. — «Изв. вузов. Машиностроение», 1969, № 4, с. 60—66.

6. Лейкин А. С. Напряженность и выносливость деталей сложной конфигурации. М., «Машиностроение», 1968, 371 с.

7. Петрусович А. И. Зубчатые передачи. — В кн.: Детали машин. Кн. I, М., Машгиз, 1953, с. 199—407.

8. Решетов Д. Н. Расчет подшипников качения, установленных по два в опоре. — Труды МВТУ, вып. 33, М., Машгиз, 1955, с. 79—92.

9. Решетов Д. Н. Расчет валов (шпинделей) с учетом упругого взаимодействия их с опорами. М., Машгиз, 1939, 76 с.

10. Решетов Д. Н. Табличные расчеты деталей станков. Вып. I. М., Машгиз, 1952, 272 с.

1. Метод расчета болтов на статическую прочность и выносливость

Болтовые соединения — силовые разъемные соединения часто являются весьма ответственными деталями конструкции. На соединение действует сила предварительной затяжки, вызывающая в стержне болта и стягиваемой системе деталей постоянные усилия затяжки. В процессе работы на болты действуют нагрузки, которые могут меняться во времени и определяются внешней нагрузкой и жесткостью системы, в том числе динамическими нагрузками, возникающими в силовой цепи в процессе работы или за счет ослабления болтового соединения.

При конструировании болтовых соединений должна быть обеспечена статическая прочность и выносливость болтов (шпильки) помимо иных специальных требований (герметичности, плотности стыка, жесткости и т. д.). Поэтому при расчете на прочность в качестве расчетных следует принимать такие из действующих нагрузок, которые в основном определяют прочность болта.

Усилия в болтовых соединениях. Осьевые нагрузки являются основными нагрузками, для восприятия которых предназначены болтовые соединения и на которые следует прежде всего вести расчет.

Внешние рабочие нагрузки в большинстве случаев могут быть определены расчетным путем, исходя из условий работы соединения и связанных с ним деталей. Такими нагрузками являются, например, усилия, возникающие от давления рабочего тела на крышку цилиндра; инерционные усилия движущихся масс и т. д.

Затяжка болтового соединения вызывает в болтах (шпильках) растягиваю-

щие усилия; предварительная затяжка необходима для обеспечения нераскрытия стыка соединения, герметичности и т. п.

Совместное действие затяжки и внешних усилий на болт (шпильку) представляет существенный интерес, так как усилие, возникающее при этом в стержне болта, определяет его прочность.

Болтовое соединение — это статически неопределимая система, в которой распределение усилий между отдельными элементами силовой цепи зависит от соотношения жесткостей этих элементов. Статика болтового соединения подробно рассмотрена в работах [1, 2]. Ниже дается основное представление о влиянии специфики статически неопределимости на характер нагружения болтов.

На рис. 1 показана диаграмма усилий, действующих в соединении. Нагрузка на болт изменяется от величины T (первоначальная затяжка) до значения Q после приложения внешней нагрузки P причем

$$Q = T + P_v,$$

где P_v — усилие, передающееся на болт от действия внешней нагрузки P ;

$$P_v = \kappa P,$$

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i + \lambda_b} \text{ — коэффициент внешней}$$

нагрузки, определяемый в зависимости от распределения жесткостей деталей

$$\text{соединения; } \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{ — сумма податливостей всех деталей соединения; } \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{ —}$$

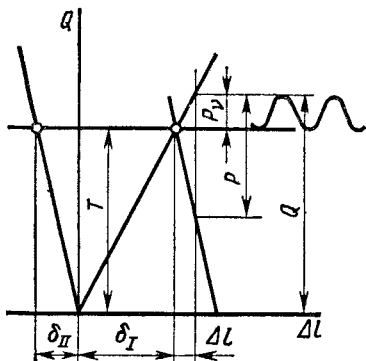


Рис. 1. Диаграмма усилий, действующих в болтовом соединении

сумма податливости деталей прокладки (испытывающих уменьшение усилий при приложении внешней растягивающей нагрузки к соединению); j — число деталей болта; $n - j$ — число деталей прокладки, n — общее число упругих элементов соединения.

Податливость болта определяется по формуле

$$\lambda_b = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{EF_i} + \lambda_p + \lambda_r,$$

где i — индекс участка болта длиной l_i и площадью F_i .

В коротких болтах и шпильках следует учитывать деформацию стержня в пределах гайки или корпуса, сравнимую с деформацией всего стержня. Податливость резьбовой части болта λ_p может быть учтена на основе определения прогибов витков резьбы. Упрощенное выражение для податливости резьбовой части можно записать в виде

$$\lambda_p = \frac{0,49}{dE} \sqrt{1,44 + 9,28 \frac{S}{d_0}},$$

где S — шаг резьбы; d_0 и d — средний и наружный диаметры резьбы.

Для приближенных расчетов можно использовать более простые формулы при $\frac{d}{s} = 6 \div 10$ $\lambda_p = (0,95 \div 0,80) \times \frac{1}{dE}$; при $\frac{d}{s} = 10 \div 20$ $\lambda_p = (0,80 \div 0,70) \frac{1}{dE}$.

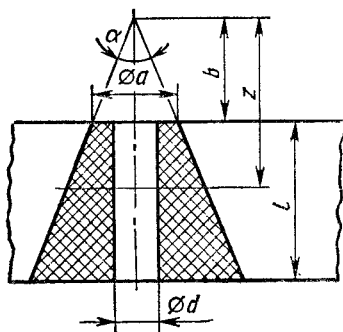


Рис. 2. Схема для определения жесткости

Податливость головки болта λ_r приближенно определяется из формулы

$$\lambda_r = \frac{0,15}{hE},$$

где h — высота головки.

Для длинных болтов податливостью резьбовой части на длине свинчивания λ_p и головки болта λ_r можно пренебречь.

Для коротких болтов податливость должна определяться из формулы

$$\lambda_b = \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{EF_i} + \lambda_p + \lambda_r.$$

Податливость промежуточных деталей определяется в зависимости от их конфигурации и условий нагружения. Если промежуточная деталь пластина (фланец), то принимают, что деформация ее при сжатии эквивалентна деформации конуса с образующей, составляющей с основанием угол α (рис. 2).

Если учесть податливость конуса с отверстием d , то

$$\lambda_k = \frac{2,3}{E \pi d \operatorname{tg} \alpha} \lg \times \frac{\left(1 + \frac{d}{a}\right) \left(1 + 2 \frac{l}{a} \operatorname{tg} \alpha - \frac{d}{a}\right)}{\left(1 - \frac{d}{a}\right) \left(1 + 2 \frac{l}{a} \operatorname{tg} \alpha + \frac{d}{a}\right)}.$$

При больших значениях $\frac{l}{a} \left(\frac{l}{a} > 10\right)$

$$\lambda_k = \frac{2,3}{E \pi d \operatorname{tg} \alpha} \lg \frac{1 + \frac{d}{a}}{1 - \frac{d}{a}}.$$

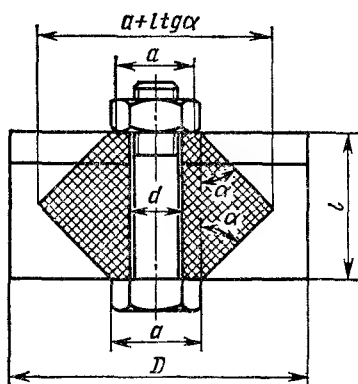


Рис. 3. Схема для определения жесткости при соединении двух фланцев

Если болт соединяет два фланца (рис. 3), то для двух конусов давления $\lambda_{\phi} = 2\lambda_k$.

Причем, если $\frac{D}{a} > 1 + \frac{l}{a} \operatorname{tg} \alpha = \frac{D^*}{a}$,

то дальнейшее увеличение диаметра не изменяет податливости фланца. Если же $D < D^*$, т. е. конус давления выходит за пределы детали (рис. 4), то

$$\lambda_{\phi} = \frac{2,3}{E \pi d \operatorname{tg} \alpha} \lg \frac{\left(1 + \frac{d}{a}\right) \left(1 - \frac{d}{D}\right)}{\left(1 - \frac{d}{a}\right) \left(1 + \frac{d}{D}\right)} + \frac{\frac{l}{a} - \frac{D/a - 1}{2 \operatorname{tg} \alpha}}{E \pi d^2 \frac{D^2/d^2 - 1}{4a}}.$$

Часто принимают $\operatorname{tg} \alpha = 0,4$; в этом случае

$$\lambda_k = \frac{1,83}{E d} \times \lg \frac{\left(1 + \frac{d}{a}\right) \left(1 + 0,8 \frac{l}{a} - \frac{d}{a}\right)}{\left(1 - \frac{d}{a}\right) \left(1 + 0,8 \frac{l}{a} + \frac{d}{a}\right)}.$$

Если фланец имеет центрирующее кольцо, по которому происходит соприкосновение фланцев или фланцы сопрягаются по прокладке, то податливость этих промежуточных деталей должна определяться с учетом изгиба.

В случаях сложных силовых и конструктивных схем промежуточных деталей наряду с аналитическим определением податливости желательно производить измерения деформации системы. Доля внешней нагрузки, передаваемой на болт, существенно зависит от коэффициента внешней нагрузки χ . Обычно стремятся уменьшить этот коэффициент, для того чтобы снизить амплитуды переменных нагрузок на болт и этим повысить его выносливость, если это не идет в ущерб герметичности соединения. Уменьшения коэффициента внешней нагрузки можно добиться уменьшением податливости деталей прокладки или увеличением податливости деталей системы, испытывающих увеличение усилий при приложении внешней растягивающей нагрузки к соединению. Поэтому важно иметь достаточно жесткие промежуточные детали прокладки; конструкция, допускающая изгиб фланцев, является, с этой точки зрения, нежелательной. Напротив, для увеличения податливости системы в нее вводят упругие элементы. На рис. 5 показана конструкция такого элемента. Его податливость может быть

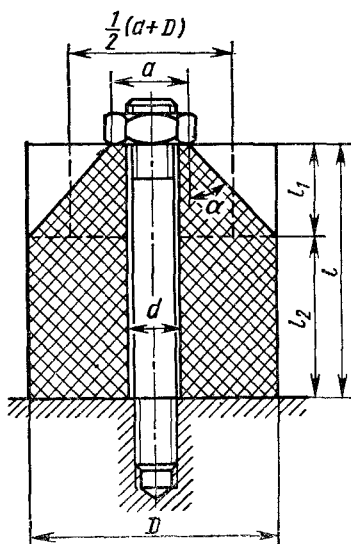


Рис. 4. Схема для определения жесткости при выходе конусы давления за пределы детали

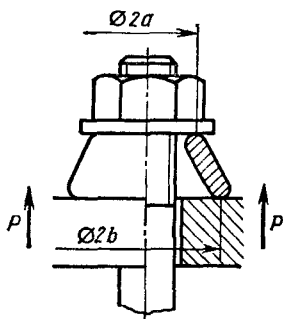


Рис. 5. Эскиз упругой шайбы

определена по схеме кручения кольца распределенными моментами и составляет

$$\lambda_y = \frac{(b-a)r_0}{2\pi EJ_x},$$

где r_0 — радиус окружности центров тяжести сечения кольца; J_x — момент инерции сечения относительно оси, параллельной опорной плоскости и проходящей через центр тяжести.

Применение спиральных вставок также может существенно понизить жесткость системы. Резьбовая спиральная вставка представляет собой пружину, изготовленную из проволоки ромбического сечения и ввернутую в гайку таким образом, что она образует промежуточную между нарезкой болта и нарезкой гайки деталь (рис. 6). Такая вставка понижает жесткость резьбы за счет изгибной податливости кольца ромбического сечения в несколько раз [4].

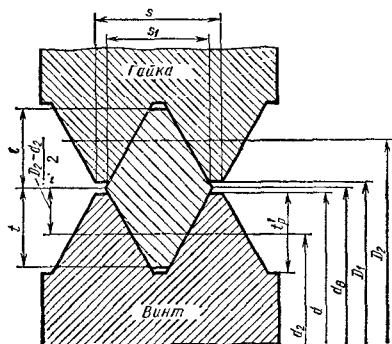


Рис. 6. Резьбовая спиральная вставка

Обычно в правильно сконструированных соединениях значения коэффициента внешней нагрузки $\kappa = 0,20 \div 0,30$.

Коэффициент внешней нагрузки существенно зависит от точки приложения внешней нагрузки в соединении (рис. 7), так как при этом податливость элементов соединения может значительно изменяться.

Усилие затяжки определяется прочностью болтового соединения (надлежащим запасом прочности) и плотностью стыка.

Из условий плотности стыка усилие затяжки может быть выбрано по соотношению

$$T = k(1 - \kappa)P,$$

где k — коэффициент затяжки; для постоянной внешней нагрузки принимают $k = 1,25 \div 1,50$; для переменной нагрузки $k = 1,5 \div 4,0$.

В процессе работы соединения может произойти ослабление затяжки в результате самоотвинчивания гайки или появления остаточных деформаций в деталях соединения.

Явление ослабления затяжки в процессе работы крайне нежелательно, так как может привести к потере герметизации, раскрытию стыков, ударам.

Самоотвинчивание гаек предотвращается постановкой специальных контрприспособлений различных форм.

Остаточные деформации в деталях соединения могут возникать в результате действия значительных пиковых нагрузок, местной деформации на поверхности стыков, явления релаксации и т. п.

Явления релаксации для сталей происходят при значительных температурах порядка $300 - 500^\circ \text{C}$ и заключаются в падении напряжений в затянутом соединении за счет непрерывно происходящей под действием этих напряжений деформаций ползучести. Релаксацию следует принимать во внимание и при нормальных температурах, если для герметизации стыка в качестве прокладок используют такие материалы, как свинец, медь или пластики.

Изгибающие нагрузки на болт возникают от перекоса опорных поверхностей, деталей, осей, шпилек и т. п., а также в результате упругих деформа-

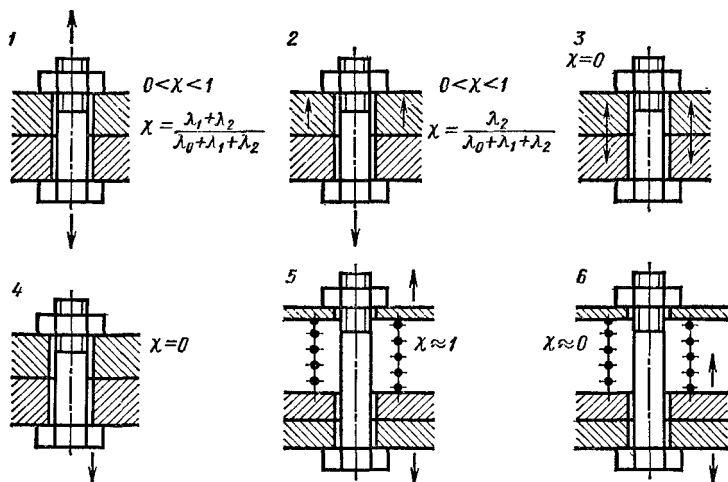


Рис. 7. Точка приложения внешней нагрузки в болтовых соединениях

ций соединяемых деталей при передаче через них усилий.

При повороте опорной поверхности на угол θ (рис. 8) напряжения изгиба в теле болта:

$$\sigma = \frac{1}{2} \theta E \frac{d_c}{l},$$

а в резьбовой части шпильки [1]

$$\sigma = \frac{1}{2} \theta E \frac{d_c}{l} \left(\frac{d_c}{d_1} \right)^3.$$

Угол поворота опорной поверхности определяется, помимо технологического

перекоса поверхностей, контактной податливостью стыков, податливостью сопряженных деталей, в особенности типа фланцевых соединений, сопряженных с тонкостенными оболочками. Методика определения углов поворота в этом случае подробно рассмотрена в работе [4]. Оценка влияния на усталость поворота поверхностей ориентировочно показывает снижение выносливости на 15—20% при перекосе порядка 30'—45'. При больших значениях перекосов необходимо использовать способы конструктивной разгрузки резьбы (рис. 9).

При расчете болта удобно рассматривать отдельно нагрузки, вызывающие у болта переменные напряжения, и отдельно нагрузки, вызывающие постоянные напряжения.

Усилие затяжки можно для данного соединения принимать постоянным, не меняющимся в процессе работы, если только не возникают специальные условия работы, например, релаксация напряжений, когда до очередной подтяжки усилие затяжки уменьшается во времени. В соответствии с этим изгибающие и крутящие нагрузки, которые связаны с действием усилия затяжки, также можно считать статическими.

Переменные напряжения (от растяжения и изгиба) возникают в болтовом соединении под действием переменных

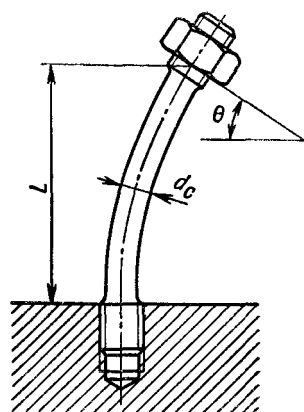


Рис. 8. Схема изгиба болта

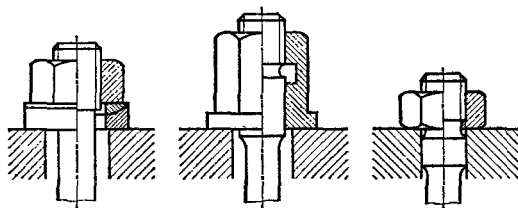


Рис. 9. Способы конструктивной разгрузки резьбы от изгиба

внешних нагрузок и определяются характером этих нагрузок и условиями деформации соединения.

Номинальные напряжения от осевых нагрузок определяются по обычным формулам:

$$\sigma_{\text{зат}} = \frac{T}{F} \quad (\text{напряжение затяжки});$$

$$\sigma_{\text{вн}} = \kappa \frac{P}{F} \quad (\text{напряжение от внешней нагрузки});$$

$$\sigma = \sigma_{\text{зат}} + \sigma_{\text{вн}} = \frac{Q}{F} \quad (\text{суммарное напряжение}).$$

Площадь поперечного сечения нарезанной части болта определяется по внутреннему диаметру резьбы.

Для уменьшения изгибающих напряжений применяют специальные сферические шайбы, кроме того, введены допуски на перекося поверхности, на бение торца.

Наиболее опасными напряжениями изгиба являются переменные напряжения, которые могут возникнуть вследствие деформаций деталей. Усталостное разрушение болтов может при этом происходить в результате образования трещин и отрыва головок при их изгибе.

На тело болта при его затяжке действуют крутящие нагрузки, создающиеся в результате трения поверхностей витков нарезки пары (болт — гайка). Крутящий момент, действующий на болт,

$$M_k = \xi T d,$$

где d — наружный диаметр;

ξ — коэффициент, зависящий от трения в нарезке.

Значения ξ зависят от условий смазки и состояния поверхности.

При чисто обработанных поверхностях и наличии смазки $\xi = 0,06 \div 0,08$. При чисто обработанных поверхностях без смазки и грубо обработанных по-

верхностях при наличии смазки $\xi = 0,11 \div 0,13$. У грубо обработанных поверхностей без смазки $\xi = 0,15 \div 0,17$.

Напряжение от кручения в нарезанной части составит

$$\tau = \frac{M_k}{0,2 d_1^3}.$$

Статическая прочность болтового соединения. При статическом действии нагрузок работоспособность болтового соединения определяется сопротивлением пластическим деформациям или сопротивлением разрыву.

При действии на болт осевых нагрузок и крутящего момента запас по пластическим деформациям определяется по формуле

$$n = \frac{\sigma_T}{\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}}.$$

Обычно запас прочности по пластическим деформациям $n = 1,5 \div 3,0$.

Необходимо отметить, что при высокой концентрации напряжений в резьбе разрушение болта (шпильки) может произойти вследствие хрупкого отрыва, особенно для материалов, склонных к хрупкому разрушению. На прочность болта, изготовленного из материала, склонного к хрупкому разрушению, существенное влияние оказывают перекося опорных поверхностей, снижающие прочность.

Выносливость болтового соединения. Расчет на выносливость является основным для ответственных болтовых соединений, так как большинство поломок происходит вследствие действия переменных напряжений.

При расчете болтового соединения на выносливость учитывают действие осевых нагрузок. Крутящие нагрузки от

затяжки при действии переменных нагрузок, снимаются, и стержень болта раскручивается, поэтому касательные напряжения можно не учитывать.

В процессе работы болтового соединения усилие затяжки T обычно остается постоянным и к напряжениям $\sigma_{\text{зат}}$ прибавляются переменные напряжения от меняющейся нагрузки P

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_{\text{зат}} + 2\sigma_a = \sigma_{\text{зат}} + \sigma_{\text{вн}}.$$

В болтовом соединении имеет место сложное нагружение, при котором составляющие напряжения цикла изменяются непропорционально [5].

В болтовом соединении закономерность изменения нагрузок выражается зависимостью $\sigma_{\text{зат}} = \text{const}$, или через составляющие цикла $\sigma_{\text{min}} = \text{const}$. В координатах диаграммы предельных напряжений эта зависимость может быть представлена в виде уравнения

$$\sigma_{\text{max}} = 2\sigma_m - \sigma_{\text{зат}}.$$

На рис. 10 показана диаграмма предельных напряжений, совмещенная с линией 1 изменения напряжений в болтовом соединении, а также с линией 2 постоянных амплитуд.

Диаграмма предельных напряжений для болтового соединения может быть построена при известных значениях коэффициента концентрации и коэффициентов влияния абсолютных размеров. На рис. 79 гл. 11 приведены зна-

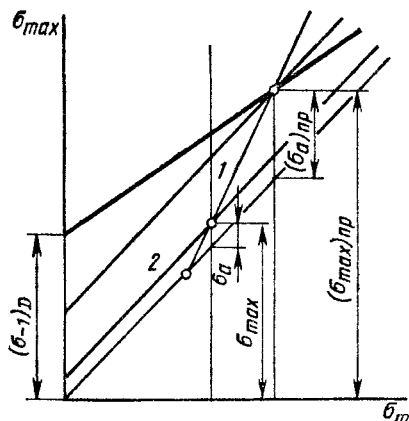


Рис. 10. Диаграмма предельных напряжений для болтового соединения

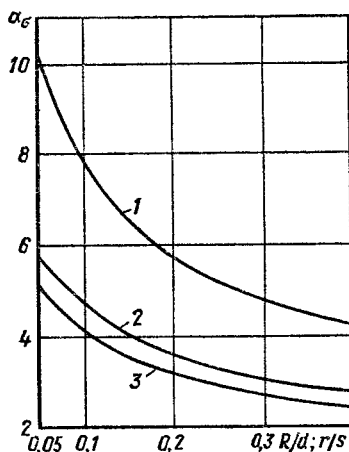


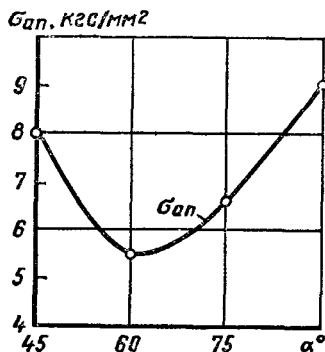
Рис. 11. Зависимости теоретического коэффициента концентрации напряжений от радиуса закругления

чения коэффициентов концентрации напряжений K_σ в зависимости от предела прочности для обычной метрической или дюймовой резьбы в соединении болт — гайка.

Для уменьшения коэффициента концентрации напряжений в резьбе целесообразно увеличивать радиус закругления у основания резьбы. На рис. 11 показана зависимость теоретического коэффициента концентрации напряжений в резьбовом соединении от радиуса закругления для случаев винченной части резьбы (кривая 1) и свободной части резьбы (кривая 2). Здесь же даны значения теоретических коэффициентов концентрации под головкой болта (кривая 3) в зависимости от отношения радиуса перехода к диаметру стержня болта.

Существенное влияние на выносливость резьбового соединения оказывает угол профиля резьбы. На рис. 12 для стали 38ХА приведены значения предельных амплитуд напряжений для шпилек с резьбой М10 при углах профиля $\alpha = 45, 60, 75$ и 90° [4]. Из рисунка следует, что изменение стандартного угла может существенно повысить усталостную прочность резьбового соединения.

На усталость резьбовых соединений большое влияние оказывает конструк-

Рис. 12. Зависимость σ_{an}

ция гайки и болта. При их конструировании следует стремиться к равномерному распределению нагрузки по рабочим виткам резьбы. Следует различать резьбовые соединения, у которых гайка работает на сжатие (рис. 13, а) и на растяжение (рис. 13, б). Из рассмотрения эпюры распределения нагрузки по высоте болтового соединения следует, что для более равномерного распределения усилия между витками в резьбе целесообразно применять гайки, работающие на растяжение.

Более равномерного распределения нагрузки по виткам можно достигнуть, делая сечение гайки переменным по высоте. На рис. 14 показаны целесообразные конструкции гаек и приведены значения коэффициента β , характеризующего повышение предела выносливости болта с гайкой улучшенной конструкции, при значениях $\beta = 1$ для болта с гайкой обычной конструкции. Для обычных гаек сжатия целесообразно вводить коническую проточку со стороны действующего усилия, в ре-

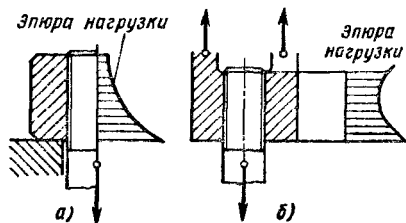


Рис. 13. Схема резьбового соединения: а — гайка сжатия; б — гайка растяжения

зультате чего коэффициент β повышается до 1,2.

Для шпилек массивных деталей (картер, крышки) с целью улучшения распределения нагрузки по высоте резьбы можно применять конструкцию, показанную на рис. 15.

Повышенная податливость резьбовых вставок также приводит к более равномерному распределению нагрузки по виткам и вследствие этого к повышению выносливости резьбового соединения, в этом случае коэффициент β для стальной гайки находится в пределах от 1,4 до 1,6.

Особое внимание при конструировании стержня болта следует уделять местам сопряжения стержня с головкой болта и резьбовой частью, являющимися очагами большой концентрации напряжений.

На рис. 16 приведены значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений в зависимости от отношения радиуса закругления под головкой болта к диаметру стержня болта [4]. Из рис. 16 видно существенное влияние правильного выбора формы перехода. Для обычных конструктивных параметров резьбового соединения (без применения средств кон-

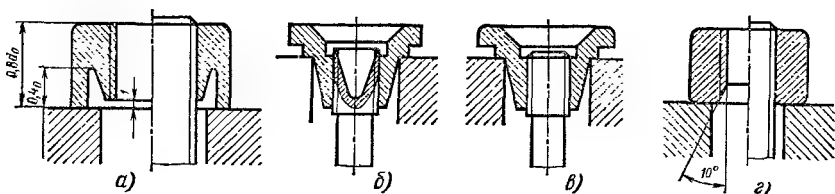


Рис. 14. Конструкции гаек для более равномерного распределения нагрузки по виткам резьбы:

а — $\beta = 1,6$; б — $\beta = 1,65$; в — $\beta = 1,4$; г — $\beta = 1,2$

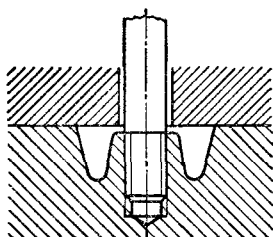


Рис. 15. Конструкция для улучшения распределения нагрузки по высоте резьбы

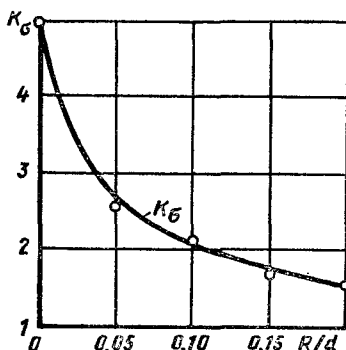


Рис. 16. Зависимость K_b (R/d)

структивного и технологического упрочнения) на рис. 17 показано соотношение характерных размеров резьбы и головки, обеспечивающее равнопрочность при переменных нагрузках [4].

Формы перехода от стержня болта к головке показаны на рис. 18. Радиус закругления в месте перехода следует делать больше или равным $0,2 d$ (где d — наружный диаметр нарезки). Как для галтелей в валах и осях, можно применять переход к

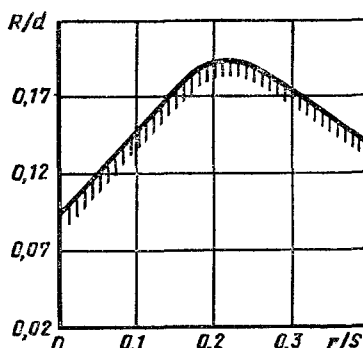


Рис. 17. Зависимость R/d (r/S)

головке, описанный двумя радиусами (рис. 18, а), поднутрение в головку болта (рис. 18, б), эллиптический переход (см. рис. 18, в), а также сопряжение с коническим участком стержня болта (см. рис. 18, г). Если необходимо иметь у головки болта центрирующий буртик, то нужно применять конструкции, показанные на рис. 18, б и г. Формы перехода от гладкой части стержня болта к резьбовой его части показаны на рис. 19.

При одном и том же номинальном диаметре резьбы соотношение площадей витка резьбы и тела болта зависит от отношения d/S , где d — наружный диаметр резьбы и S — шаг резьбы. С увеличением отношения d/S от значения 6 до 16 статическая прочность стержня несколько возрастает, в то время как прочность при переменных напряжениях остается без изменения. Увеличение значения отношения d/S благоприятно в смысле предотвращения от самоотвинчивания, однако возрастают трудности точного

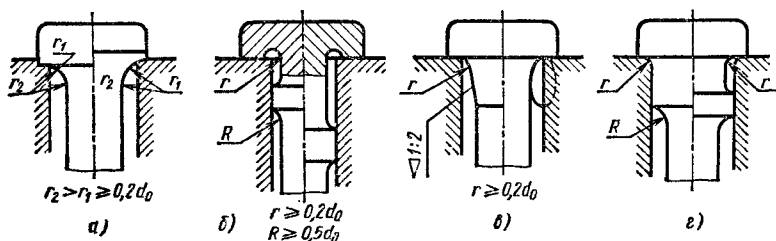


Рис. 18. Различные варианты перехода от стержня болта к его головке

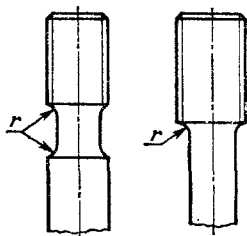


Рис. 19. Варианты перехода от цилиндрической части болта к резьбе

изготовления резьбы с малым шагом. Оптимальное отношение $d/S = 8 \div 14$.

Конструируя резьбовые соединения, следует учитывать возможности дополнительного изгиба резьбы. Уменьшение напряжений изгиба достигается понижением жесткости болта, точностью изготовления резьбы с сопрягаемой деталью, уменьшением величины биения торцов гайки, а также уменьшением перекося опорных поверхностей соединяемых деталей, применением сферических шайб, уменьшением биения резьбы относительно стержня болта и т. д.

Коэффициент концентрации для болтового соединения определяется по формуле

$$(K_\sigma)_D = \frac{K_\sigma}{\beta_{\epsilon_\sigma}}.$$

Значения

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{\sigma_{-1p}}{(K_\sigma)_D}; \quad (\psi_\sigma)_D = \frac{\psi_\sigma}{(K_\sigma)_D}.$$

Для случая болтового соединения следует при расчете болта (шпильки) определять коэффициенты запасов прочности по амплитуде n_a и по максимальным напряжениям $n_{\max}$, считая, что возможное изменение напряжений при подходе к предельному состоянию выражается зависимостью $\sigma_{\max} = 2\sigma_m - \sigma_{\min}$, где $\sigma_{\min} = \sigma_{\text{зат}} = \text{const}$ [5]. По рис. 10 можно написать формулы для определения запасов прочности:

$$n_a = \frac{2(\sigma_{-1})_D - 2(\psi_\sigma)_D \sigma_{\text{зат}}}{[1 + (\psi_\sigma)_D] \sigma_{\text{вн}}};$$

$$n_{\max} = \frac{2(\sigma_{-1})_D + [1 - (\psi_\sigma)_D] \sigma_{\text{зат}}}{[1 + (\psi_\sigma)_D] (\sigma_{\text{зат}} + \sigma_{\text{вн}})}.$$

В правильно сконструированном болтовом соединении запасы прочности: $n_a = 2,5 \div 4,0$; $n_{\max} = 1,25 \div 2,5$ [1].

При действии повторных ударных нагрузок запасы прочности определяются по тем же формулам, а напряжения подсчитываются с учетом ударных нагрузок.

2. Порядок расчета болтовых соединений

При проведении расчета на прочность болтов принимают следующий порядок расчета:

- 1) устанавливают исходные данные для расчета;
- 2) приводят эскиз соединения с указанием всех размеров, необходимых для расчета на прочность;
- 3) определяют все механические характеристики материала при выбранной термической обработке;
- 4) составляют расчетную схему соединения с указанием, к какой системе болта или прокладки принадлежит каждая деталь соединения; определяют податливости деталей и коэффициент внешней нагрузки; определяют расчетные нагрузки — усилие затяжки, расчетные внешние нагрузки, крутящие нагрузки; в специальных случаях определяют изгибающие нагрузки;
- 5) указывают, если имеют место, отклонения параметров болтов от стандартных, материал, размеры и форму гайки, технологию обработки резьбы (нарезание, накатка, шлифование радиусов), специальные условия работы, вызывающие температурные деформации, релаксацию, перекося опорных поверхностей и т. д.

При расчете болтов на статическую прочность указывают опасные сечения по нарезанной и гладкой частям; подсчитывают площади поперечного сечения болта в опасных сечениях; определяют напряжения σ и τ в опасных сечениях и запас прочности по пластическим деформациям (по пределу текучести); запас прочности должен быть не менее требуемой величины.

При расчете болтов на выносливость определяют номинальные напряжения от затяжки и от внешних нагрузок, а также параметры выносливости, коэф-

коэффициенты концентрации напряжений для опасных сечений, предел выносливости, коэффициент $(\psi_0)_D$ и запасы прочности n_a и $n_{\max}$.

3. Примеры расчета

Расчет болтов крепления крышки кривошипной головки шатуна *

Исходные данные

Основные размеры болта и соединения показаны на рис. 20 и 21. Крышка шатуна крепится к стержню четырьмя болтами (количество болтов в каждом стыке $z = 2$). Материал болтов — улучшенная сталь 40ХНМА, НВ 321—363. Нижнее значение предела текучести $\sigma_T = 85 \text{ кгс/мм}^2$, предела прочности $\sigma_B = 115 \text{ кгс/мм}^2$. Предел усталости при растяжении-сжатии $\sigma_{-1p} = 37 \text{ кгс/мм}^2$, $\psi_0 = 0,25$.

Расчетная схема соединения для определения коэффициента внешней нагрузки показана на рис. 20. К системе болта относятся болт и часть гайки, к системе корпуса — участки крышки и тела шатуна, расположенные между гайкой и головкой болта.

Расчет податливостей деталей соединения. Места приложения нагрузок предполагаем расположенными под гайкой и головкой болта. В действительности сечения, в которых приложены внешние усилия, расположены на некоторых расстояниях от опорных поверхностей болта. Однако связанное с этим уменьшение коэффициента внеш-

ней нагрузки компенсируется некоторым увеличением его значения от неучитываемых при определении податливости изгибных деформаций тела шатуна.

Податливость деталей системы болта

$$\lambda = \sum \frac{l_i}{F_i E_i}.$$

Для определения податливости болт разбивается на участки постоянного сечения. При этом можно не принимать во внимание изменение сечений на участках радиусных переходов при относительно длинном стержне (см. рис. 21).

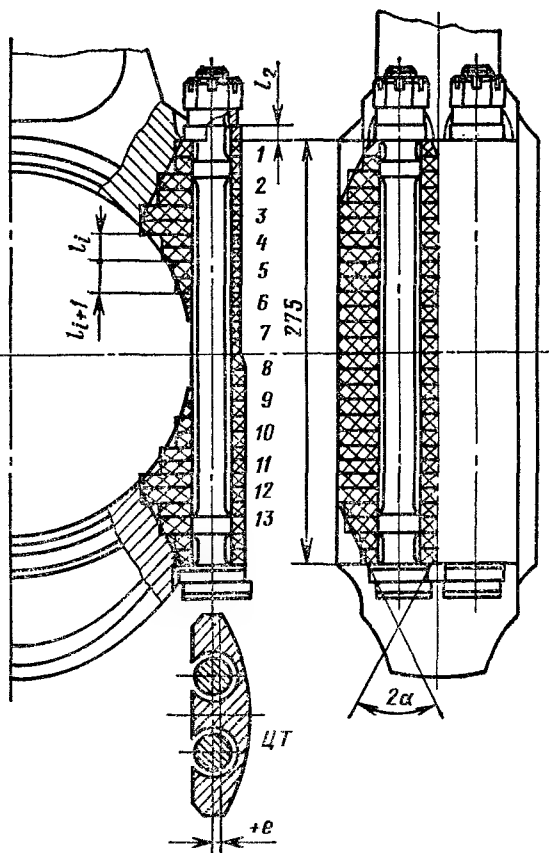


Рис. 20. Эскиз болтового соединения крышки шатуна

* Пример составлен канд. техн. наук М. А. Салтыковым.

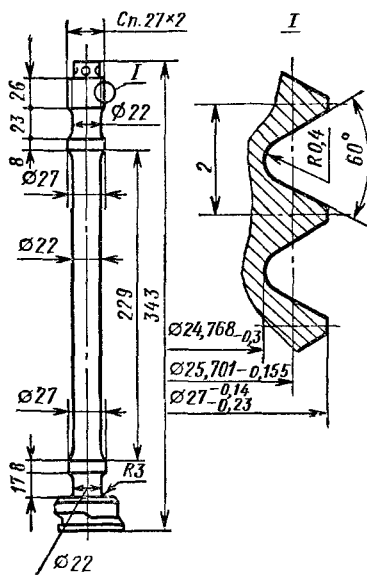


Рис. 21. Эскиз болта

Податливость стержня (по выделенным участкам)

$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{1,7}{3,8 \cdot 2,1 \cdot 10^6} + \frac{0,8 \cdot 2}{5,7 \cdot 2,1 \cdot 10^6} + \frac{22,9}{3,8 \cdot 2,1 \cdot 10^6} + \frac{2,3}{3,8 \cdot 2,1 \cdot 10^6} = 3,49 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс.}$$

Податливость резьбы (для $\frac{d}{S} = \frac{27}{2} = 13,5$)

$$\lambda_{\text{р}} = 0,75 \frac{1}{dE} = \frac{0,75}{2,7 \cdot 2,1 \cdot 10^6} = 0,28 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс.}$$

Стержень болта длинный, податливостью головки болта можно пренебречь.

Податливость части гайки, расположенной между резьбой и опорной поверхностью,

$$\lambda_{\text{г}} = \frac{l_{\text{г}}}{F_{\text{г}} \cdot E_{\text{г}}} = \frac{10}{6,4 \cdot 2,1 \cdot 10^6} = 0,07 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс.}$$

Податливость системы болта

$$\lambda_{\text{б}} = \lambda_{\text{ст}} + \lambda_{\text{р}} + \lambda_{\text{г}} = 3,84 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс.}$$

Для определения податливости системы корпуса болтового соединения необходимо выделить зону сжатия внутри соединяемых деталей. Это можно сделать, используя построение встречных усеченных конусов влияния с началом их на внешних круговых очертаниях опорных площадок под головку болта и гайку. Угол при вершине конусов принимается одинаковым и равным 2α , где $\alpha = \arctg 0,4 \approx 22^\circ$ (см. рис. 20). Полученные внутри построенных конусов элементы шатуна и крышки, ограниченные конической поверхностью, плоскостью симметрии (между двумя болтами) и внешними очертаниями (при выходе конуса за пределы детали) представляют приблизительно «тело сжатия», которое затем удобно разбить для проведения вычислений сечениями на отдельные призматические элементы.

На основании найденных площади и податливости каждого элемента, податливость системы корпуса определяется суммированием по всем вхо-

дящим элементам $\lambda_{\text{к}} = \frac{1}{E} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{F_i}$;

после проведения вычислений для данного соединения ($n = 14$)

$$\lambda_{\text{к}} = 0,89 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс.}$$

Тогда коэффициент внешней нагрузки болтового соединения

$$\chi = \frac{\lambda_{\text{к}}}{\lambda_{\text{б}} + \lambda_{\text{к}}} = \frac{0,89 \cdot 10^{-6}}{(0,89 + 3,84) \cdot 10^{-6}} \approx 0,19.$$

Расчет силовых факторов в стыке и затяжки соединения. Внешняя нагрузка на каждый стык складывается из нормальной к стыку растягивающей силы $V_{\text{ст}} = 11000$ кгс и изгибающего момента $M_{\text{ст}} = 11050$ кгс·см.

Расчет найденных силовых факторов в стыковых сечениях для уточненного определения усилий затяжки выполнен при использовании расчетной схемы кривошипной головки в виде эквивалентной полноугольной рамной системы, построенной по определенным правилам соответствия, исходя из

из действующих силовых факторов в стыке. Рекомендуемые значения коэффициентов затяжки, проверенные опытом длительной работы разъемных соединений подшипниковых узлов, следующие: $K_1 = 1,5 \div 2$; $K_2 = 1,1 \div 1,4$ (пониженные значения для K_2 отражают меньшую опасность повреждений из-за локального характера начального раскрытия стыка при изгибе). В случае преобладающего влияния в стыке одной из составляющих усилий затяжки коэффициент затяжки для нее принимают ближе к верхнему пределу, снижая при этом значение второго коэффициента.

Для полученных в рассматриваемом примере значений $T_{1\min}$ и $T_{2\min}$ приняты $K_1 = 1,6$ и $K_2 = 1,3$.

Тогда

$$T_n = \frac{1}{1,668} (1,6 \cdot 8920 + 1,3 \cdot 20\,970) + 10\,500 = 35\,400 \text{ кгс.}$$

Найденный по уточненным зависимостям уровень затяжки соединения при расчете по общепринятой схеме, учитывающей только растягивающие нагрузки в стыке, может быть достигнут при назначении коэффициента затяжки

$$K = \frac{T_n}{(1 - \chi) V_{\text{ст}}} = \frac{35\,400}{0,81 \cdot 11\,000} = 3,97 \approx 4,0.$$

Усилие затяжки одного болта

$$T = \frac{T_n}{z} = \frac{35\,400}{2} = 17\,700 \text{ кгс.}$$

Полное осевое усилие в болте

$$Q = T + \chi \frac{V_{\text{ст}}}{z} = 17\,700 + 0,19 \frac{11\,000}{2} = 18\,745 \text{ кгс.}$$

Наибольший крутящий момент, действующий на болт при затяжке

$$M_K = \xi T d_0 = 0,07 \cdot 17\,700 \cdot 2,7 = 3340 \text{ кгс} \cdot \text{см},$$

где ξ — коэффициент, приближенно учитывающий появление крутящей нагрузки в винтовой паре гайка — болт от осевой силы при затяжке. Для смазанных поверхностей метрической резьбы $\xi = 0,07$.

Изгибающие моменты и напряжения от них, возникающие в болтах при

замкнутом стыке относительно невелики из-за разных значений изгибных жесткостей болтов и тела головки и в данном расчете не учитываются.

Для достижения требуемого усилия в болтах при сборке узла затяжку следует осуществлять комбинированным способом в две стадии. В первой стадии контролировать момент на ключе M_0 , вызывающий усилия посадки вкладышей $T_{\text{в max}}$, во второй — угол поворота гаек $\varphi_{\text{по}}$, определяемый из расчета упругих перемещений от усилия $T_n - T_{\text{в max}}$ при найденных податливостях болта и корпуса [7].

Для рассматриваемого случая контролируемые параметры затяжки $M_0 = 24 \text{ кгс} \cdot \text{м}$; $\varphi_{\text{по}} = 100^\circ$.

Расчет болта на статическую прочность. Опасным сечением болта при статическом нагружении является сечение стержня, имеющее наименьший диаметр $d_c = 22 \text{ мм}$ и площадь $F_c = 3,8 \text{ см}^2$.

Нормальное напряжение

$$\sigma = \frac{Q}{F_c} = \frac{18\,745}{3,8} = 4930 \text{ кгс/см}^2;$$

касательное

$$\tau = \frac{M_K}{0,2 d_c^3} = \frac{3340}{0,2 \cdot 2,2^3} = 1580 \text{ кгс/см}^2.$$

Запас прочности по пластическим деформациям

$$n_e = \frac{\sigma_T}{\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}} = \frac{8500}{\sqrt{4930^2 + 3 \cdot 1580^2}} = 1,52.$$

Полученное значение запаса прочности допустимо.

Расчет резьбового соединения на выносливость. Номинальные напряжения в опасном сечении по внутреннему диаметру резьбы ($d_1 = 24,4 \text{ мм}$, $F_1 = 4,67 \text{ см}^2$):

от затяжки

$$\sigma_{\text{зат}} = \frac{T}{F_1} = \frac{17\,700}{4,67} = 3790 \text{ кгс/см}^2;$$

от внешней нагрузки

$$\sigma_{\text{вн}} = \chi \frac{V_{\text{ст}}}{z F_1} = 0,19 \frac{11\,000}{2 \cdot 4,67} = 224 \text{ кгс/см}^2.$$

Определим параметры сопротивления резьбы переменным нагрузкам.

Коэффициент концентрации напряжений для резьбы Сп27 × 2 с радиусом во впадине $r = 0,4$ мм принимаем как для дюймовой резьбы: $k_\sigma = 3,8$ (рис. 79 гл. 11). Коэффициент влияния абсолютных размеров $\varepsilon_\sigma = 0,7$ (рис. 80 гл. 11).

При нарезании резьбы резцом без последующего упрочнения впадины $\beta = 1$.

$$\text{Тогда } (k_\sigma)_D = \frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta} = \frac{3,8}{0,7 \cdot 1,0} = 5,43.$$

Предел выносливости детали

$$\begin{aligned} (\sigma_{-1k})_D &= \frac{\sigma_{-1p}}{(k_\sigma)_D} = \\ &= \frac{3700}{5,43} = 682 \text{ кгс/см}^2. \end{aligned}$$

Коэффициент чувствительности к асимметрии цикла

$$(\psi_\sigma)_D = \frac{\psi_\sigma}{(K_\sigma)_D} = \frac{0,25}{5,43} = 0,046.$$

Запас прочности по амплитуде

$$\begin{aligned} n_a &= \frac{2(\sigma_{-1k})_D - 2(\psi_\sigma)_D \cdot \sigma_{\text{зат}}}{[1 + (\psi_\sigma)_D] \sigma_{\text{вн}}} = \\ &= \frac{2 \cdot 682 - 2 \cdot 0,046 \cdot 3790}{(1 + 0,046) 224} = 4,25. \end{aligned}$$

Запас прочности по максимальным напряжениям

$$\begin{aligned} n &= \frac{2(\sigma_{-1k})_D + [1 - (\psi_\sigma)_D] \sigma_{\text{зат}}}{[1 + (\psi_\sigma)_D] (\sigma_{\text{зат}} + \sigma_{\text{вн}})} = \\ &= \frac{2 \cdot 682 + (1 - 0,046) 3790}{(1 + 0,046) (3790 + 224)} = 1,2. \end{aligned}$$

Запасы прочности лежат в допустимых пределах, что подтверждается надежной длительной работой рассчитанного болтового соединения.

Расчет стяжных болтов прессы. Исходные данные. Размеры болтового соединения показаны на рис. 23 и 24. Материал болта — сталь марки 45, нормализованная. Предел прочности $\sigma_B = 60$ кгс/мм², предел текучести $\sigma_T = 34$ кгс/мм², предел выносливости при растяжении $\sigma_{10} = 19$ кгс/мм², коэффициент $\psi_\sigma = 0$.

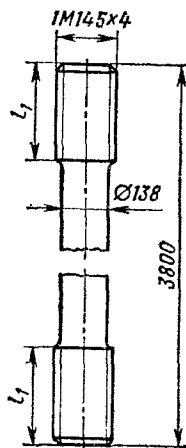


Рис. 23. Эскиз стяжного болта

Расчетная схема соединения показана на рис. 24. К системе болта относится стяжной болт, к системе прокладки — траверсы и стойка.

Схема приложения нагрузок — случай 1 (см. рис. 7). Материал станины и траверс — серый чугун марки СЧ 21-40.

Податливость болта

$$\begin{aligned} \lambda_6 &= \sum \frac{l_i}{EF_i} = \\ &= \frac{370}{2 \cdot 10^8 \cdot 149} = 1,24 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс}, \end{aligned}$$

где $l_1 = 3700$ мм; $d_1 = 138$ мм.

Податливость верхней траверсы 2 (рис. 24)

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \\ &= \frac{1,83}{Ed} \lg \frac{\left(1 + \frac{d}{a}\right) \left(1 + 0,8 \frac{l}{a} - \frac{d}{a}\right)}{\left(1 - \frac{d}{a}\right) \left(1 + 0,8 \frac{l}{a} + \frac{d}{a}\right)} = \\ &= 0,049 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс}, \end{aligned}$$

где $l_2 = 72$ мм; $a_2 = 215$ мм; $d_2 = 150$ мм, $E = 1,2 \cdot 10^6$ кгс/см².

Податливость нижней траверсы 4 равна податливости траверсы 2

$$\lambda_4 = \lambda_2 = 0,049 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс}.$$

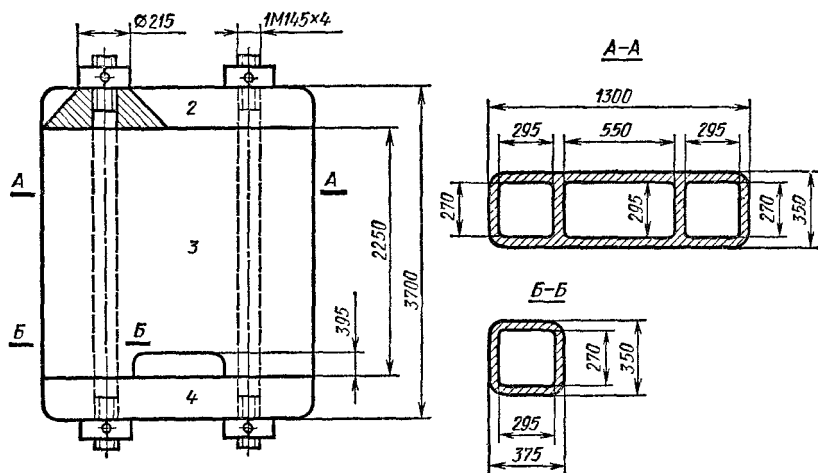


Рис. 24. Эскиз болтового соединения станины пресса

На участие l'_3 :

$$\lambda'_3 = \frac{l'_3}{EF'_3} = \frac{185,5}{1,2 \cdot 10^6 \cdot 681} = 0,227 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс},$$

где $l'_3 = 1855 \text{ мм}$; $E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$; $F = 681 \text{ см}^2$.

На участие l''_3 :

$$\lambda''_3 = \frac{l''_3}{EF''_3} = \frac{39,5}{1,2 \cdot 10^6 \cdot 515} = 0,064 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс},$$

где $l''_3 = 395 \text{ мм}$; $E = 1,2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$; $F''_3 = 515 \text{ см}^2$.

Податливость стойки 3

$$\lambda_3 = \lambda'_3 + \lambda''_3 = 0,227 \cdot 10^{-6} + 0,064 \cdot 10^{-6} = 0,291 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс}.$$

Податливость деталей системы прокладки

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{пр}} &= \sum_i^n \lambda_i = \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_1 = \\ &= (0,013 + 0,291 + 0,049) \cdot 10^{-6} = \\ &= 0,389 \cdot 10^{-6} \text{ см/кгс}. \end{aligned}$$

Коэффициент внешней нагрузки

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{\lambda_{\text{пр}}}{\lambda_6 + \lambda_{\text{пр}}} = \\ &= \frac{0,389 \cdot 10^{-6}}{(1,24 + 0,389) \cdot 10^{-6}} = 0,24. \end{aligned}$$

Внешняя нагрузка на один стяжной болт пресса $P = 100\,000 \text{ кгс}$ и изменяется по пульсирующему циклу. Усилия затяжки из условий эксплуатации аналогичных конструкций

$$T = K(1 - \chi)P = 1,5(1 - 0,24) \times 100\,000 \approx 120\,000 \text{ кгс}$$

при $K = 1,5$.

Затяжка создается за счет нагрева болта и свободного поворота гайки на определенный угол; при последующем остывании болта происходит стягивание стойки и траверс. В соответствии с этим болт крутящих нагрузок не воспринимает, т. е. $M_k = 0$.

Суммарное усилие на болт

$$Q = T + \kappa P = 120\,000 + 0,24 \cdot 100\,000 = 144\,000 \text{ кгс}.$$

Расчет на статическую прочность. Опасным сечением является сечение по стержню. В этом сечении площадь $F = 149 \text{ см}^2$.

Запас прочности по пластическим деформациям

$$n = \frac{F\sigma_T}{Q} = \frac{149 \cdot 3400}{144\,000} = 3,5.$$

Полученные при расчете на статическую прочность запасы прочности выше минимально допустимых.

Расчет на выносливость. Опасным сечением является сечение по внутреннему диаметру резьбы болта.

Номинальные напряжения от затяжки

$$\sigma_{\text{зат}} = \frac{T}{F} = \frac{120\,000}{149} = 800 \text{ кгс/см}^2;$$

от внешней нагрузки

$$\sigma_{\text{вн}} = \kappa \frac{P}{F} = 0,24 \frac{100\,000}{149} = 161 \text{ кгс/см}^2.$$

По диаграмме находим значение предельных напряжений.

Коэффициент концентрации напряжений для стали ($\sigma_{\text{в}} = 60 \text{ кгс/мм}^2$) для метрической резьбы $K_{\sigma} = 3,9$ (см. рис. 79 гл. 11). Коэффициент влияния абсолютных размеров (см. рис. 80 гл. 11) $\epsilon_{\sigma} = 0,4$. Конструктивное или технологическое упрочнение в данном случае отсутствует. Тогда

$$(K_{\sigma})_D = \frac{K_{\sigma}}{\beta \epsilon_{\sigma}} = \frac{3,9}{1 \cdot 0,4} = 9,75.$$

Предел выносливости детали

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{(\sigma_{-1})_p}{(K_{\sigma})_D} = \frac{1900}{9,75} = 195 \text{ кгс/см}^2.$$

Запас прочности по амплитуде

$$n_a = \frac{2(\sigma_{-1})_D - 2(\psi_{\sigma})_D \sigma_{\text{зат}}}{[1 + (\psi_{\sigma})_D] \sigma_{\text{вн}}} = \frac{2 \cdot 195}{161} = 2,4.$$

Запас прочности по максимальным напряжениям

$$n_{\text{max}} = \frac{2(\sigma_{-1})_D + [1 + (\psi_{\sigma})_D] \sigma_{\text{зат}}}{[1 - (\psi_{\sigma})_D] (\sigma_{\text{зат}} + \sigma_{\text{вн}})} = \frac{2 \cdot 195 + 800}{800 + 161} = 1,25.$$

Запасы прочности по максимальным напряжениям n_{max} и по амплитуде n_a недостаточны для ответственного стяжного болта прессы. Для увеличения надежности соединения используем конструктивное упрочнение, применив гайку растяжения. Предел выносливости болтового соединения повысится.

Если применить гайку растяжения, то коэффициент $\beta = 1,4$. Тогда коэффициент концентрации для детали

$$(K_{\sigma})_D = \frac{K_{\sigma}}{\beta \epsilon_{\sigma}} = \frac{3,9}{1,4 \cdot 0,4} = 6,8,$$

предел выносливости детали

$$(\sigma_{-1})_D = \frac{(\sigma_{-1})_p}{(K_{\sigma})_D} = \frac{1900}{6,8} = 280 \text{ кгс/см}^2.$$

Запас прочности по амплитуде ($\psi_{\sigma} = 0$)

$$n_a = \frac{2(\sigma_{-1})_D}{\sigma_{\text{вн}}} = \frac{2 \cdot 280}{161} = 3,5.$$

Запас прочности по максимальным напряжениям

$$n_{\text{max}} = \frac{2(\sigma_{-1})_D + \sigma_{\text{зат}}}{\sigma_{\text{зат}} + \sigma_{\text{вн}}} = \frac{2 \cdot 280 + 800}{800 + 161} = 1,41.$$

Полученные запасы прочности по усталости можно считать удовлетворительными.

Список литературы

1. Биргер И. А. Расчет резьбовых соединений. М., Оборонгиз, 1959, 252 с.
2. Биргер И. А., Носилевич Г. Б. Резьбовые соединения. М., «Машиностроение», 1973, 256 с.
3. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Шнейдерович Р. М. Расчет на прочность деталей машин. М., «Машиностроение», 1966, 616 с.
4. Носилевич Г. Б. Исследование прочности резьбовых соединений авиационных конструкций. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук, Уфа, 1970, 423 с.
5. Киммельман Д. Н. Расчет деталей машин на прочность при переменных напряжениях. М., Машгиз, 1950, 129 с.

6. Салтыков М. А. Применение метода эквивалентной рамы для расчета плоских контуров переменной жесткости в несущих деталях и узлах двигателей. — В кн. «Проблемы развития комбинированных двигателей внутреннего сгорания». М., «Машиностроение», 1968, с. 65—82.
7. Салтыков М. А. К расчету усилий на стыках постели и параметров затяжки подшипников с тонкостенными вкладышами. — «Вестник машиностроения», 1964, № 3, с. 9—16.
8. Салтыков М. А. К расчету натягов и усилий на стыках тонкостенных вкладышей разъемных подшипников. — «Вестник машиностроения», 1962, № 12, с. 7—12.

1. Сопротивление усталости сварных соединений

Пределы выносливости натуральных сварных соединений могут быть в 3—8 раз ниже пределов выносливости основного металла, определенных на стандартных полированных образцах. Эта разница объясняется влиянием ряда факторов, основные из которых следующие:

- 1) концентрация напряжений;
- 2) масштабный фактор;
- 3) качество обработки поверхности;
- 4) остаточные напряжения при сварке;
- 5) дефекты сварки: непровары, холодные или горячие трещины, поры, шлаковые включения и т. д.;
- 6) технологические (метод и режимы сварки, применяемые электроды, термическая обработка после сварки и т. д.);
- 7) изменение химсостава и структуры металла шва и околошовной зоны.

На выносливость сварных соединений влияют также эксплуатационные факторы (температура, частота нагружения, коррозия, перегрузки и нестационарная напряженность, асимметрия цикла и т. д.) и поверхностное упрочнение (наклеп поверхности роликом, дробью, пневматическим молотком и т. п.). Ниже, на примерах различных сварных соединений, рассматривается влияние перечисленных факторов.

Основной металл. Сварные конструкции из углеродистых и низколегированных сталей изготавливают из листов, имеющих прокатную пленку, которая, как правило, не удаляется. Поэтому пределы выносливости сварных соединений принято сопоставлять с пределами выносливости пластин из основного металла толщиной сечением от 14 × 70 мм до 25 × 120 мм, испытываемых на растяжение-сжатие или изгиб. Величины

пределов выносливости пластин из углеродистых сталей при растяжении-сжатии σ_{-1p} в зависимости от предела прочности показаны на рис. 1. На основании приведенного графика, построенного по результатам работ [3, 4, 26, 29, 31], можно заключить, что

$$\sigma_{-1p} = (0,32 \div 0,38) \sigma_B.$$

Шлифование поверхности образцов из основного металла увеличивает их предел выносливости на 20—35% (табл. 1).

Таблица 1

Влияние качества обработки поверхности на сопротивление усталости образцов, изготовленных из основного металла [11]

Марка стали	σ_B , кгс/мм ²	σ_0 , кгс/мм ²		Повышение предела выносливости, %
		после проката	после шлифования	
M16C	38	19,3	23,2	20
15XCHД	52	22,2	29,8	34
10Г2СД	54	26,2	31,8	21

Стыковые сварные соединения. Величины пределов выносливости при симметричном цикле растяжения-сжатия стыковых сварных соединений в зави-

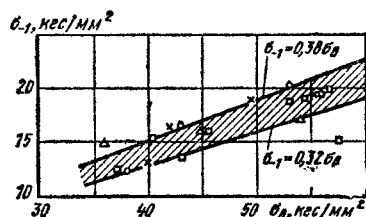


Рис. 1. Пределы выносливости пластин с прокатной пленкой из основного металла (углеродистые и низколегированные стали) при растяжении-сжатии; цикл симметричный

Таблица 2

Результаты усталостных испытаний стыковых сварных соединений из низколегированной стали марки 15ХСНД [2]

Наименование элементов соединения деталей	σ_r , кгс/мм ²
Из основного металла с прокатной пленкой	24.1
Из основного металла с обработанной поверхностью	32.2
Стыковое сварное соединение с естественным плавным очертанием шва	23.5
Стыковое соединение с нарушением технологических допусков	12.0
То же, после исправления местной обработкой	21.4
То же, после обработки всей поверхности	32.4

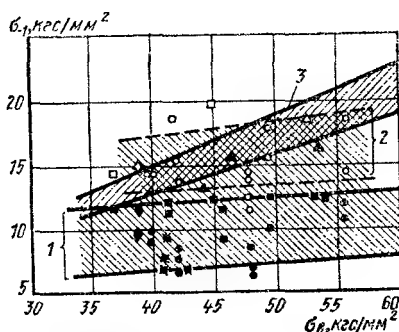


Рис. 2. Пределы выносливости при симметричном цикле растяжения-сжатия сварных соединений встык (углеродистые и малолегированные стали):

1 — для необработанных швов; 2 — для швов, механически обработанных; 3 — для основного металла (см. рис. 1)

симости от предела прочности углеродистой стали, показаны на рис. 2 [3, 17, 26, 31, 37, 29, 36]. Белые точки (зона 2) соответствуют обработанным швам (утолщение шва снято механической обработкой), черные точки (зона 1) — необработанным. Зона 3 соответствует пластинам из основного металла с прокатной пленкой (перенесена с рис. 1). Различным однотипным точкам соответствуют различные режимы сварки и разные сварочные материалы. Пределы выносливости стыковых сварных соединений из углеродистых сталей резко возрастают с введением механической обработки швов, улучшающей качество поверхности и устраняющей концентрацию напряжений, вызываемую утолщением шва. Это увеличение предела выносливости достигает 30—70% и более. Пределы выносливости обработанных стыковых соединений практически равны пределам выносливости пластин из основного металла с прокатной пленкой (при сварке без дефектов).

Результаты усталостных испытаний стыковых сварных соединений из низколегированной стали марки 15ХСНД представлены в табл. 2. Толщина пластин $\delta = 30$ мм, коэффициент асимметрии цикла $r = 0,06$; $\sigma_b = 56,4$ кгс/мм².

Нарушение технологических режимов приводит более, чем к двукратному

снижению предела выносливости. Обработка шлифованием всей поверхности соединения повышает пределы выносливости пластин из основного металла и стыковых соединений на 30—35% (см. табл. 2). В этом случае разрушение происходит вдали от швов, что говорит о достаточной выносливости металла сварного шва и зоны термического влияния сварки.

Результаты усталостных испытаний пластин толщиной 50 мм и шириной 75 мм из стали марки 22К на плоский изгиб, сваренных электрошлаковым способом, приведены в табл. 3. Образцы, не подвергавшиеся механической обработке (с усилением после сварки), имели предел выносливости 8,5 кгс/мм², т. е. почти в 2 раза меньше, чем предел выносливости основного металла (за счет влияния концентрации напряжений в месте перехода к сварному шву и плохого качества поверхности). При этом расположение зоны утолщения шва по высоте или по ширине образца одинаково влияло на сопротивление усталости. Отпуск и нормализация повышают предел выносливости сварных образцов на 30—35%, хотя механические характеристики при статических нагрузках практически не меняются, так что повышение предела выносливости, по-видимому, связано с уменьшением или исчезновением остаточных растягивающих напряжений в результате термической обработки.

Таблица 2

Результаты усталостных испытаний пластин стали марки 22К при электрошлаковой сварке [6]

Пластиньы	Термическая обработка	σ_{-1} , кгс/мм ²
Из основного металла	Без обработки	15,5—16,5
Сварные без механической обработки	Без обработки Отпуск 650 °С, выдержка 2 ч Нормализация 920 °С, выдержка 1 ч	8,5 11,0 11,5
Сварные с механической обработкой	Без обработки Отпуск 650 °С, выдержка 2 ч Нормализация 920 °С, выдержка 1 ч, последующий отпуск 650 °С 2 ч	14,0 13,5 14,0
Сварные без механической обработки с чеканкой	Без обработки	17,5
Сварные с механической обработкой и с чеканкой		17,2

Механическая обработка сварных образцов повышает их предел выносливости почти до уровня предела выносливости основного металла.

Чеканка сварных образцов, не прошедших ни механическую, ни термическую обработку, более чем в 2 раза повышает их предел выносливости. При этом предшествующая механическая обработка не играет роли. Поэтому стыковые соединения, выполненные электрошлаковой сваркой, при

использовании механической обработки или чеканки имеют предел выносливости не ниже предела выносливости основного металла.

Увеличение абсолютных размеров поперечного сечения стыковых сварных соединений приводит к весьма существенному снижению пределов выносливости. В табл. 4 и на рис. 3 и 4 показаны результаты усталостных испытаний пластин различной толщины и ширины, сваренных встык автоматической сваркой под флюсом. Пластиньы были

Таблица 4

Влияние размеров пластин на величину предела выносливости стыковых соединений [17]

Размеры пластиньы в мм		σ_{-1} , кгс/мм ²
Ширина	Толщина	
70	16	11,6—12,8
200	16	9,4
200	26	6,9
200	46	6,6
85	26	7,9
300	26	6,9
200 *	26 *	5,5

* Образцы, помимо стыкового шва, имели продольнонаплавленный валик.

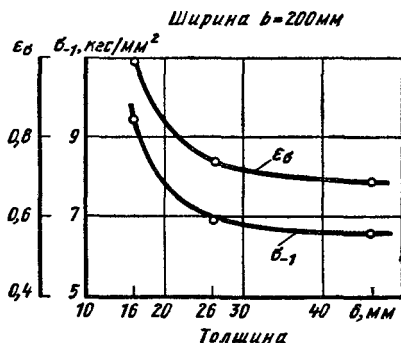


Рис. 3. Влияние толщины пластин на выносливость стыковых сварных соединений

$$\epsilon\sigma = \frac{(\sigma_{-1})\delta}{(\sigma_{-1})\delta = 16} \quad [17]$$

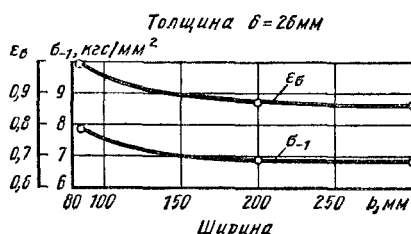


Рис. 4. Влияние ширины пластин на выносливость стыковых сварных соединений [17]:

$$\epsilon\sigma = \frac{(\sigma - 1)_{\text{в}}}{(\sigma - 1)_{\text{в}} = 85}$$

изготовлены из стали марки М16С (0,16—0,19% С; 0,44—0,53% Мп; 0,15—0,26% Si; 0,031—0,048% S; 0,013—0,024% Р; $\sigma_{\text{в}} = 41 \div 43,5 \text{ кгс/мм}^2$; $\sigma_{\text{т}} = 23 \div 25 \text{ кгс/мм}^2$; $\psi = 64 \div 68\%$). Образцы испытывали на знакопеременный изгиб при циклах, близких к симметричному; база испытаний $N_0 = 2$ млн. циклов, утолщение шва не снималось, причем форма перехода шва к основному металлу была практически одинаковой у всех образцов.

Увеличение толщины пластин от 16 до 46 мм (при ширине 200 мм) приводит к снижению предела выносливости от 9,4 до 6,6 кгс/мм², т. е. на 32%; увеличение ширины от 85 до 200 мм (при толщине 26 мм) приводит к снижению предела выносливости от 7,9 до 6,9 кгс/мм², т. е. на 13%; дальнейшее увеличение ширины до 300 мм при той же толщине не приводит к снижению пределов выносливости. Поэтому надежные данные о сопротивлении усталости сварных соединений могут быть получены при испытании достаточно

больших элементов шириной не менее 200 мм и толщиной не менее 20—30 мм.

Причины столь существенного снижения пределов выносливости сварных соединений с ростом размеров в основном те же, что и несварных деталей. Более резкое влияние масштабного фактора у сварных соединений объясняется повышенной неоднородностью металла сварного шва по сравнению с основным металлом. Существенную роль в проявлении масштабного фактора у сварных соединений играют значительные растягивающие остаточные напряжения в зоне шва, образующиеся после сварки, которые выше у образцов больших сечений при прочих одинаковых условиях.

Соединения с лобовыми швами. Эти соединения обладают очень резкой концентрацией напряжений, вызывающей существенное снижение пределов выносливости. В табл. 5 н на рис. 5 приведены значения пределов выносливости соединений с накладками из стали марки М16С. Там же приведены величины эффективных коэффициентов концентрации, вычисленные как отношение предела выносливости образца из основного металла к пределу выносливости сварного соединения. При соотношении катетов 1:1 и отсутствии механической обработки предел выносливости соединения с накладками в 2,5 раза ниже, чем у образца из основного металла (см. табл. 5).

Введение пологих швов с отношением катетов 1:2 и механической обработки снижает K_{σ} до 2,0. При соотношении катетов 1:3,8 и механической обработке шва предел выносливости соединения с накладками равен пределу вы-

Таблица 5

Пределы выносливости сварных соединений с лобовыми швами из стали марки М16С ($\sigma_{\text{в}} = 40 \text{ кгс/мм}^2$) при пульсирующем растяжении [4,21]

№ образца (см. рис. 5)	Образец	σ_0 , кгс/мм ²	K_{σ}
—	Из основного металла	20,0	1,0
1	С лобовыми швами при соотношении катетов 1:1	8,0	2,50
2	То же, при соотношении катетов 1:2	9,7	2,06
3	То же, с дополнительной механической обработкой	10,2	1,95
4	С соединением стык, усиленным накладками	9,7	2,06
5	С лобовыми швами (соотношение катетов 1:3,8) и механической обработкой	20,0	1,0

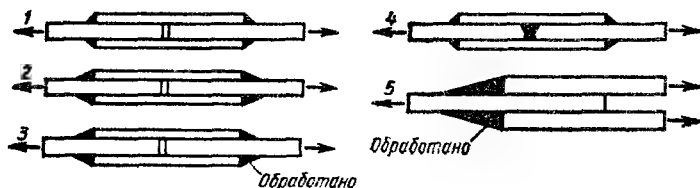


Рис. 5. Эскизы усталостных образцов соединений с лобовыми швами

носливости основного металла, но в этом случае основное преимущество соединения с накладками — простота изготовления — пропадает. Применение этих соединений в ответственных узлах не рекомендуется. Следует отметить, что приварка дополнительных накладок к соединению встык не только не усиливает сварное соединение, а наоборот, вызывает двукратное снижение предела выносливости (так как соединение встык с механической обработкой имеет предел выносливости, близкий к основному металлу).

Аналогичные данные для сталей марки Ст3 и СХЛ-4 приведены в табл. 6. Эти данные получены на образцах типа № 1 (см. рис. 5). Эффективные коэффициенты концентрации для малолегированной стали марки СХЛ-4 выше, чем

для углеродистой стали марки Ст3 (см. табл. 6.).

Соединения с фланговыми швами. Эти соединения характеризуются повышенной концентрацией напряжений, и, как следствие, весьма низкими значениями пределов выносливости. В сводной табл. 7 приведены величины пределов выносливости и эффективных коэффициентов концентрации сварных соединений с фланговыми швами (рис. 6). Для малоуглеродистой стали типа Ст3 при симметричном цикле пределы выносливости лежат в пределах от 3,5 до 5 кгс/мм² (в отдельных случаях до 2,5 кгс/мм² [17]), а соответствующие эффективные коэффициенты концентрации напряжений K_{σ} в среднем в пределах от 3 до 4. Величины пределов выносливости сварных соединений с

Таблица 6

Пределы выносливости сварных соединений с лобовыми швами при растяжении-сжатии [3]

Марка стали	Образец	Симметричный цикл		Пульсирующий цикл	
		σ_{-1} , кгс/мм ²	K_{σ}	σ_0 , кгс/мм ²	K_{σ}
Ст3	Из основного металла	(13,5)	1,0	(22,4)	1,0
	Сварной	5,1 ± 0,4	2,6	10,1 ^{+0,8} _{-0,7}	2,2
СХЛ-4	Из основного металла	—	—	34,3	1,0
	Сварной	—	—	13,3 ± 0,8	2,6

Примечание. Для образцов из основного металла (стали марки Ст3) пределы выносливости, заключенные в скобки, определены по формулам: $\sigma_{-1} = \frac{\sigma_B}{3}$;

$\sigma_0 = \frac{2\sigma_{-1}}{1 + \psi_{\sigma}}$ при $\psi_{\sigma} = 0,2$.

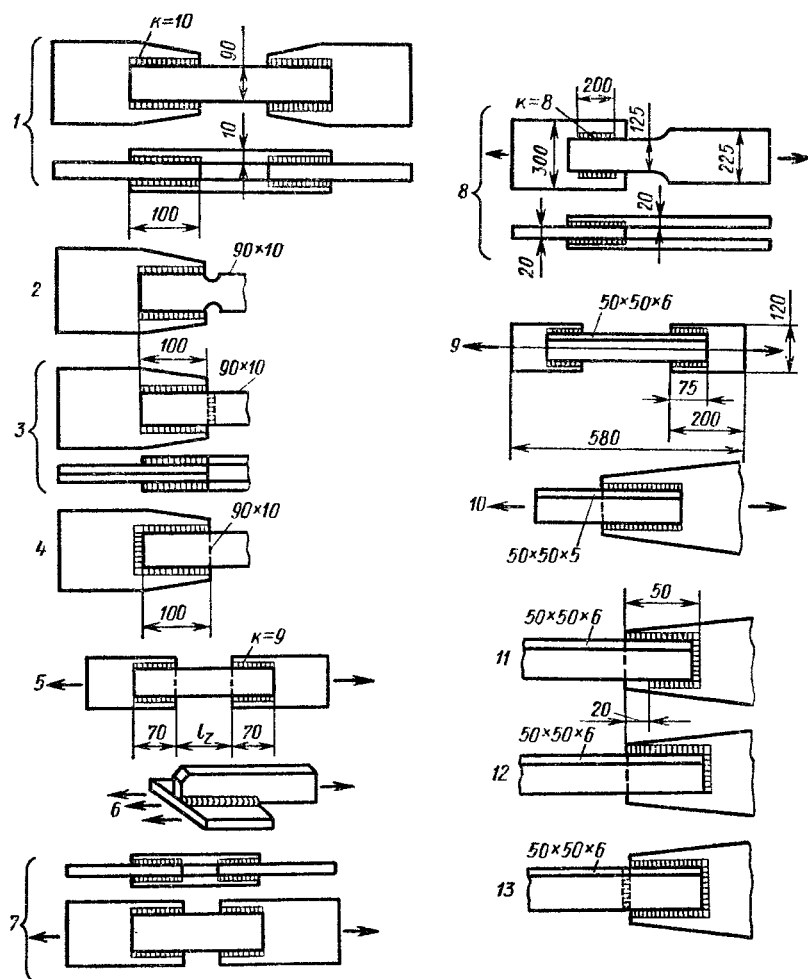


Рис. 6. Эскизы образцов соединений с фланговыми швами для испытания на усталость

фланговыми швами при растяжении и пульсирующем цикле при достаточно больших размерах пластин $\sigma_0 = 7,2 \div 8,0$ кгс/мм².

Величина предела выносливости сварного соединения с фланговыми швами существенно зависит от конструкции. Так, сопоставление позиций 15 и 22 (табл. 7) показывает, что сочетание флангового шва с лобовым дает предел выносливости почти в 1,5 раза

выше, чем у соединения с двумя полными фланговыми швами (5,1 по сравнению с 3,5 кгс/мм² соответственно). Это объясняется более рациональным распределением силового потока и меньшей концентрацией напряжений в образце 12 по сравнению с образцом 10 (рис. 6). Добавление лобовых швов к фланговым повышает предел выносливости сварного соединения.

Таблица 7

Величины пределов выносливости соединений с фланговыми швами

Номер по пор.	Марка стали основного металла (σ_B и σ_T , кгс/мм ²)	Номер образца (см. рис. 6)	r	σ_{PK} , кгс/мм ²	σ_{P-} , кгс/мм ²	K_σ	Литературный источник	Примечание
1 2 3 4 5	Ст3 спокойной плавки	1 2 3 4 1	+0,14	7,6 11,2 12,0 10,7 8,6	20,3 20,3 21,6 21,6 21,6	2,7 1,8 1,8 2,0 2,5	[1]	Концы фланговых швов защищены
6	15ХСНД $\sigma_B = 57,2$ $\sigma_T = 34,1$	1	+0,2	9,0	27,1	3,0	[5]	Каждая накладка сечением 40×12 мм приварена четырьмя швами длиной по 80 мм
7	СХЛ-4 $\sigma_B = 56,5$ $\sigma_T = 43,2$	1	-1,0	4,4	15,0	3,4	[3]	Каждая накладка сечением 36×10 мм приварена четырьмя швами длиной по 40 мм с катетом равным 8 мм
8 9 10 11	St 37	5 5 6 7	0	11 9 10 10	— — — —	— — — —	[30]	$l_z = 200$ мм $l_z = 30$ мм
12	Сталь $\sigma_B = 54$	8	0	8,4	—	—	[39]	
13 14	Ст3 $\sigma_B = 43,8$ $\sigma_T = 29,8$	9 9	-1,0 -1,0	$3,9 \pm 0,3$ 3,25	— —	— —	[3]	На базе $N_0 = 2 \cdot 10^6$ циклов На базе $N_0 = 5 \cdot 10^6$ циклов
15 16 17	Ст3 $\sigma_B = 44,1$ $\sigma_T = 26,7$	10 10 10	-1,0 0 -2,0	3,5 7,2 $+2,4$ -4,8	— — —	— — —	[3]	Разрушение у начала шва на горизонтальной полке угольника
18 19		10 10	-1,0 0	4,4 7,1	— —	— —		Разрушение по сварным швам
20 21		11 11	-1,0 0	4,1 8,2	— —	— —	[3]	Разрушение у начала шва на горизонтальной полке угольника
22 23	Ст3 $\sigma_B = 45,5$	12 12	-1,0 0	5,1 9,6	— —	— —		Разрушение у прямого угла в начале шва
24 25	$\sigma_T = 28$	12 12	-1,0 0	4,7 8,2	— —	— —		Разрушение по сварным швам
26 27		13 13	-1,0 0	3,9 7,2	— —	— —		Разрушение по границе лобового шва

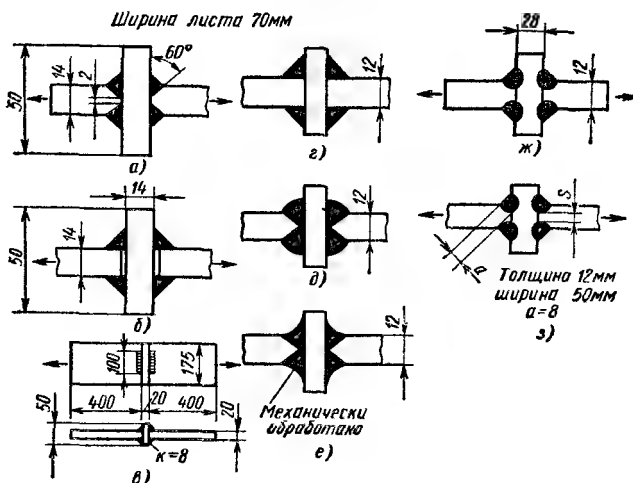


Рис. 7. Эскизы образцов соединений втавр для испытания на усталость

Сопоставление позиций 15, 16 и 18, 19, а также 22, 23 и 24, 25 (табл. 7) показывает, что пределы выносливости сварных швов на срез и пределы выносливости уголков при симметричном и пульсирующем циклах примерно одинаковы. Поэтому, если площадь среза сварных швов определять исходя из условия равнопрочности с основными элементами с учетом соотношения допускаемых напряжений: $[\tau_{св}] = 0,7 [\sigma]$, то при переменных нагрузках разрушение будет происходить по основному металлу [3].

Полукруглые выточки в накладке у начала флангового шва (образец 2) уменьшают концентрацию напряжений и повышают предел выносливости на 47% (от 7,6 до 11,2 кгс/мм²). Зачистка фланговых швов не дает существенного повышения пределов выносливости (только на 13% — позиции 5 и 1). Наибольший эффект в смысле повышения предела выносливости сварных соединений с накладками, приваренными фланговыми швами, дает добавление лобового шва, так же как и в случае приварки уголков.

Соединения втавр. Предел выносливости сварных тавровых соединений существенно зависит от глубины провара, что подтверждается данными табл. 8.

Эскизы исследованных образцов показаны на рис. 7. При отсутствии разделки кромок и полного провара по толщине соединяемого листа (как для образцов б и г) эффективные коэффициенты концентрации K_σ имеют значения 2,5—4,0. При разделке кромок и наличии более глубокого провара значения K_σ изменяются от 1,1 до 1,7. При полном проваре и механической обработке шва, обеспечивающей его плавные очертания (позиция 11 в табл. 8), предел выносливости сварного таврового соединения практически равняется пределу выносливости образцов из основного металла с прокатной пленкой. Сопоставление позиций 7 и 8 (табл. 8) показывает, что при отсутствии разделки кромок и провара использование более прочных сталей не приводит к повышению предела выносливости соединений втавр.

Сварные соединения с присоединенными конструктивными элементами. В ряде случаев к основным силовым элементам конструкции привариваются различные конструктивные и связующие элементы (косынки, соединительные планки, ребра и т. п.). В этих случаях сварные швы не передают усилий, но в результате резкого изменения сечения основного силового элемента

Таблица 8

Сопротивление усталости сварных тавровых соединений при растяжении-сжатии

Номер по пор.	Марка основного металла (σ_B и σ_T в кгс/мм ²)	Образцы (см. рис. 7)	r	σ_{TK} , кгс/мм ²	σ_T , кгс/мм ²	K_σ	Литературный источник
1	St 37 $\sigma_B = 44,4$	a	-1,0	$12 \pm 1,4$	16,5	1,4	[41]
2	$\sigma_T = 29,5$		0	$24,1 \pm 1,6$	26,5	1,1	
3	St 52 $\sigma_B = 53$	a	-1,0	14,2	20,5	1,45	[41]
4	$\sigma_T = 36$		0	19,5	33,2	1,7	
5	St 37 $\sigma_B = 41,4$	b	-1,0	$7,2 \pm 1,6$	16,5	2,3	[41]
6	$\sigma_T = 29,5$		0	$10,5 \pm 1,5$	26,5	2,5	
7	St 52 $\sigma_B = 53$ $\sigma_T = 36$	b	-1,0	8,0	20,5	2,6	[41]
8	St-p $\sigma_B = 51$ $\sigma_T = 40$	c	0	8,6	—	—	[39]
9	St A-J $\sigma_B = 40,3$ $\sigma_T = 23,4$		0	8,5	—	—	
10	Cr3	c	0	11,8	—	—	[9]
11	St 52 $\sigma_B = 57,9$	d	0	14,6	—	—	[27]
12	$\sigma_T = 41,9$	e	0	23,4	—	—	
13	$\sigma_T = 41,9$	$ж$	0	9	—	—	
14	St 37	g	0,39	13—14	—	—	[31]
15			0,32	11—12	—	—	
16			$\pm 0,1-0,2$	10—11	—	—	
17			-0,36	6	—	—	
18			-0,36	6	—	—	
19			-0,70	5	—	—	
20			0	(9)	—	—	
21			-1,0	(4)	—	—	

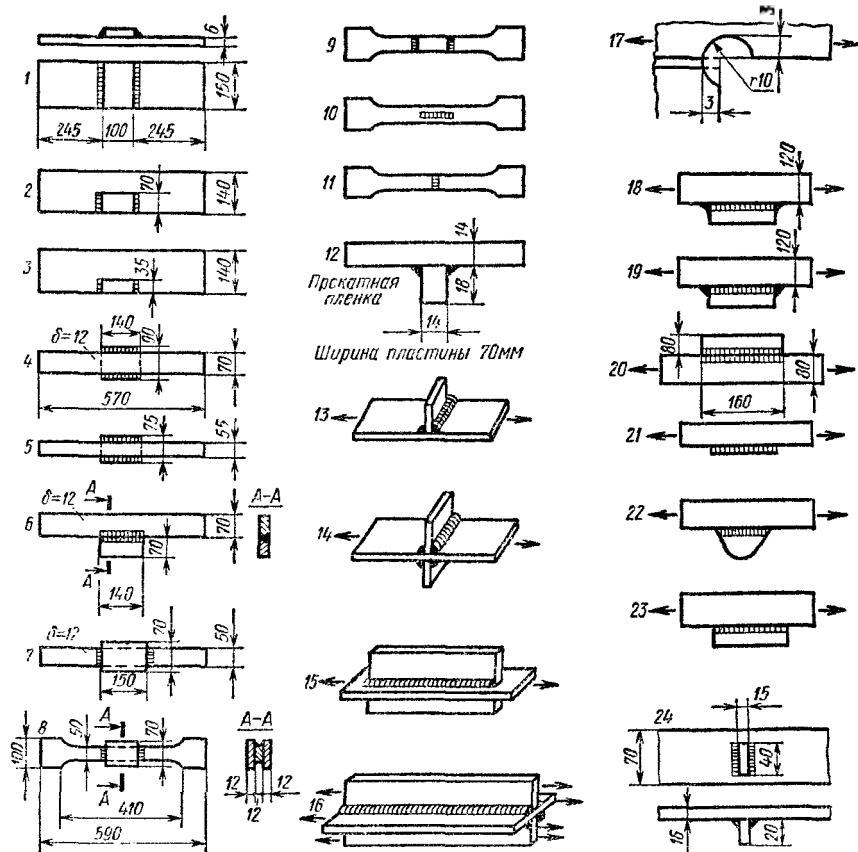


Рис. 8. Эскизы образцов соединений с присоединенными элементами для испытания на усталость

у края присоединяемого элемента создается концентрация напряжений; вследствие концентрации и других факторов, сопутствующих сварке (разупрочнение металла, остаточные напряжения, дефекты и т. п.) могут существенно снижаться пределы выносливости. В табл. 9 приведены значения пределов выносливости и эффективных коэффициентов концентрации напряжений для сварных соединений с присоединенными элементами (рис. 8) при растяжении-сжатии. Аналогичные данные для случая плоского изгиба представлены в табл. 10 и на рис. 9.

Из табл. 9—10 следует, что присоединяемые элементы, не передающие усилий, могут в 2—4 раза снизить предел выносливости основного рабочего элемента.

Присоединение элементов фланговыми швами больше снижает предел выносливости, чем присоединение лобовыми швами, как при растяжении-сжатии, так и при изгибе.

Снижение пределов выносливости существенно зависит от формы косынки. При прямоугольном очертании косынки и при отсутствии механической обработки (образцы 6, 19, 20 и 23 на рис. 8) пределы выносливости снижают-

Таблица 9

Сопротивление усталости сварных соединений с присоединенными элементами при растяжении-сжатии

Номер по пор.	Марка основного металла (σ_B и σ_T , кгс/мм ²)	Номер образца (см. рис. 8)	r	$\sigma_{rK'}$, кгс/мм ²	$\sigma_{r''}$, кгс/мм ²	K_σ	Литературный источник
1	Ст3 (кипящей плавки) $\sigma_B = 39,8$ $\sigma_T = 25,1$	1 2 3	-1,0 -1,0 -1,0	6,6 — —	— — —	2,0 2,0 1,7	[3]
2 3 4 5 6 7 8	Ст3 (спокойной плавки) $\sigma_B = 40,3$ $\sigma_T = 24,2$	4 4 5 5 5 6 6	-1,0 0 -2,0 -4,0 -10,0 -1,0 0	5,3 9,3 +4,1 -8,2 +2,75 -11,0 +1,76 -17,6 5,5 11,6	15,7 25,9 +11,1 -22,2 — — — — 15,7 25,9	3,0 — — — — — — — 2,9	[3]
9 10 11 12	Ст3 (спокойной плавки) $\sigma_B = 43,0$ $\sigma_T = 30,5$	7 6 6 6	-1,0 -1,0 0 -4,0	9,6 7,7 14,8 +4,6 -18,4	— — — — —	1,5 1,9 — —	[3]
13	То же $\sigma_B = 45,2$ $\sigma_T = 24,5$	6	-1,0	7,9	—	1,9	[3]
14	СХЛ-4 $\sigma_B = 54,3$ $\sigma_T = 42,2$	8 9 10 11	-1,0 — — —	4,7 — — —	19,1 — — —	4,0 3,2 2,4 2,1	[3]
15 16	St 37 $\sigma_B = 43$ $\sigma_T = 28$	12 12	0 -1,0	$21,5 \pm 1,8$ $14 \pm 1,4$	26,5 16,5	— 1,2	[41]
17 18	St 52 $\sigma_B = 53$ $\sigma_T = 36$	12 12	0 -1,0	25 15,2	33,2 20,5	1,35	[41]

Продолжение табл. 9

Номер по пор.	Марка основного металла (σ_B и σ_T , кгс/мм ²)	Номер образца (см. рис. 8)	r	σ_{rK} , кгс/мм ²	σ_r , кгс/мм ²	K_σ	Литературный источник
19	St 37	13	0	20—22	24—26	1,2*	[24]
20		13	0	18—21		1,3**	
21		14	0	19—21		1,25*	
22		14	0	16—18		1,5**	
23		15	0	20,5		1,2*	
24		15	0	17,5		1,4**	
25		16	0	18,5		1,35**	
26	St 37 $\sigma_B = 37,7$ $\sigma_T = 24,5$	17	0	12	21	1,75	[35]
27		18	0	11	21	1,9	
28		19	0	8	21	2,6	
29		20	0	8,8	22,5	2,6	[28]
30		21	0	18	26	1,45	
31		22	0	16	26	1,6*	[31]
32		23	0	7	26	3,7	
33	St 52	24	0,2	16—17	—	—	[31]

* С обработкой шва.

** Без обработки шва.

ся в 2—3,7 раза. При плавном очертании косынки и механической обработке места перехода (образцы 17, 18 и 22

на рис. 8) снижение предела выносливости получается только в 1,6—1,9 раза. Нанесение продольных и попереч-

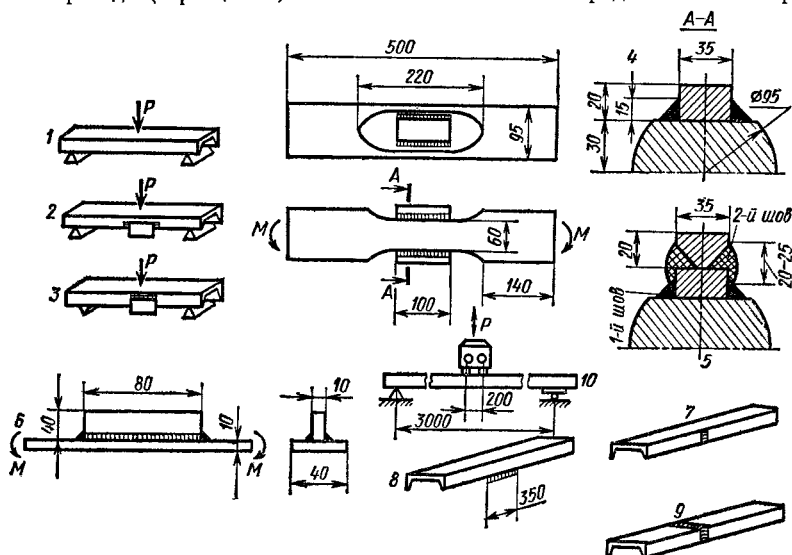


Рис. 9. Эскизы образцов соединений с присоединенными элементами для испытания на усталость

Таблица 10

Сопротивление усталости сварных соединений с присоединенными элементами при плоском изгибе

Номер по пор.	Марка стали основного металла (σ_B и σ_T в кгс/мм ²)	Номер образца (см. рис. 9)	r	σ_{TK} , кгс/мм ²	σ_r , кгс/мм ²	K_σ	Литературный источник	Примечание
1 2 3	Ст3 $\sigma_B = 42$	1 2 3	0 0 0	— 16,8 8,0	— 22,4 —	1 — —	[7]	
4 5 6 7	Ст3 $\sigma_B = 38,1$ $\sigma_T = 17,8$	4 4 4 5	-1,0 -1,0 -1,0 -1,0	3,0 7,5 9,5 3,0	13 — — —	— — — —	[8]	Без термической обработки Отпуск 600 °С, 2 ч Нормализация 860—880 °С Нормализация после приварки накладок № 1, без термической обработки после приварки накладок № 2
8 9 10 11	45 $\sigma_B = 58$ $\sigma_T = 24,9$	4 4 4 5	-1,0 -1,0 -1,0 -1,0	3,0 7,0 8,2 3,5	16,5 — — —	— — — —	[8]	Без термической обработки Отпуск 600 °С, 2 ч Нормализация 860—880 °С Нормализация после приварки накладок № 1, без термической обработки после приварки накладок № 2
12	MSt 3b	6	-1,0	4—5	—	—		
13 14 15	MSt 3U (~ St 37)	7 8 9	-0,62 -0,62 -0,62	12—14 12—14 14	16—17	1,15— +1,4	[31]	

ных швов на основной металл также вызывает снижение пределов выносливости в 1,4—2,4 раза (образцы 10, 11, 21 на рис. 8 и образцы 7 и 8 на рис. 9).

Влияние остаточных напряжений и поверхностного наклепа на выносливость сварных соединений

Влияние остаточных напряжений связано с характером диаграммы предельных напряжений при асимметричных циклах. Из диаграммы следует, что добавление постоянных растягивающих напряжений снижает предельную амплитуду напряжений, а добав-

ление сжимающих напряжений — увеличивает ее. В зоне сварного шва действуют остаточные растягивающие напряжения от сварки, величины которых в ряде случаев достигают предела текучести материала. Если рабочие напряжения изменяются во времени по симметричному циклу, то суммарные напряжения изменяются по асимметричному циклу со средними растягивающими напряжениями, равными остаточным. Это приводит к снижению предельной амплитуды, соответствующей пределу выносливости сварного соединения. Степень влияния остаточных напряжений на выносливость сварных

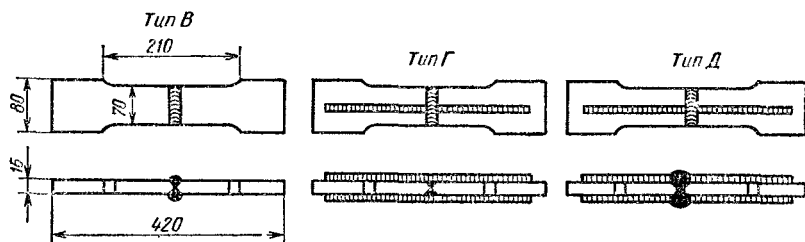


Рис. 10. Конструкции усталостных образцов

соединений можно оценить исходя из следующих соображений.

Предельную амплитуду напряжений при асимметричном цикле можно представить в виде

$$\sigma_{-1} = \sigma_{-1} - \psi_{\sigma} \sigma_m$$

Процент снижения предельной амплитуды при $\sigma_m = \sigma_{ост}$ составляет

$$\frac{\sigma_{-1} - \sigma_a}{\sigma_{-1}} 100 = \psi_{\sigma} \frac{\sigma_m}{\sigma_{-1}} 100 = \\ = \psi_{\sigma} \frac{\sigma_{ост}}{\sigma_{-1}} 100\%$$

Так как для пластин из стали марки Ст3 или низколегированной толщиной 20—35 мм с прокатной пленкой при растяжении-сжатии $\psi_{\sigma} = 0,2 \div 0,3$ [3] (эта же величина ψ_{σ} характерна и для многих сварных соединений), а отношение $\sigma_{ост}/\sigma_{-1}$ может принимать значения от 1 до 1,5 (и более), то можно считать, что растягивающие остаточные напряжения при сварке могут снизить предел выносливости сварного соединения на 20—50%. Известны опыты, подтверждающие столь резкое влияние остаточных напряжений [17]. Снижение предела выносливости до 50% может наблюдаться при неблагоприятном сочетании остаточных напряжений и рабочих напряжений, а также вида и формы сварного соединения и других факторов, определяющих степень влияния остаточных напряжений.

В работе [17] приведены результаты усталостных испытаний образцов трех типов В, Г и Д (рис. 10). Образцы были изготовлены из стали марки М16С ($\sigma_{в} = 43,5$ кгс/мм², $\sigma_{т} = 24,7$ кгс/мм²) толщиной 16 мм. Швы получены автома-

тической сваркой. Можно считать, что в образцах типа В практически нет остаточных напряжений, направленных вдоль образца (измерения, проведенные рентгеновским методом, показали небольшую величину $\sigma_{ост}$). Образцы типа Г и Д отличались порядком наложения швов. На образце типа Г продольный шов накладывался после заварки стыкового шва, в результате чего в продольном направлении возникали остаточные напряжения, близкие к пределу текучести. В образце типа Д вначале на пластину наваривались продольные швы, после чего пластина разрезалась и заваривался стыковой шов. В этом случае остаточных напряжений вдоль образца практически не образовывалось. Пределы выносливости образцов типа В и Д, определенные на базе 2 млн. циклов при симметричном плоском изгибе, оказались практически одинаковыми, равными 11,6—12,8 кгс/мм². Предел выносливости образцов типа Г получился равным 7,5 кгс/мм². Следовательно, остаточные напряжения вызвали снижение величины σ_{-1} на 35—40%.

Еще более резкое снижение предела выносливости получилось при испытании образцов с отверстием при плоском изгибе (рис. 11). В одной партии образцов с помощью машины для контактной сварки производился точечный нагрев до температуры 530°С для создания у края отверстия остаточных растягивающих напряжений. Структура металла и микротвердость у края отверстия при этом не изменялись. Предел выносливости образцов без остаточных напряжений составил 12,6 кгс/мм², а с остаточными напряжениями — 6,3 кгс/мм², т. е. в 2 раза меньше.

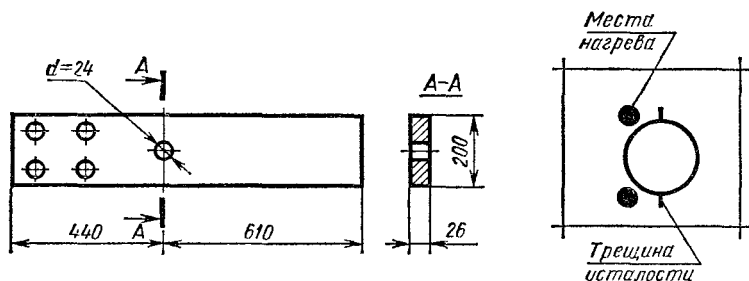


Рис. 11. Специальные образцы с отверстием для усталостных испытаний

Следовательно, остаточные растягивающие напряжения, образующиеся при сварке, вызывают снижение пределов выносливости сварных соединений, достигающее в неблагоприятных случаях 40—50%.

Отжиг или отпуск сварных соединений, которые иногда применяются для снятия остаточных напряжений после сварки, оказывают двойное влияние на выносливость сварных соединений. Снятие остаточных напряжений вызывает повышение выносливости, однако наряду с этим может происходить разупрочнение металла шва околошовной зоны, приводящее к снижению выносливости. Результирующий эффект отжига зависит от сочетания указанных факторов [7]. Выше, в табл. 3, был приведен пример положительного влияния высокого отпуска и нормализации на сопротивление усталости стыковых соединений из стали марки 22К, выполненных электрошлаковой сваркой (предел выносливости повысился от 8,5 до 11—11,5 кгс/мм², т. е. на 30—35%). Сопоставление позиций 4 и 5 (сталь марки Ст3), 8 и 9 (сталь марки 45) из табл. 10 также показывает более чем двукратное увеличение предела выносливости сварных соединений в результате отпуска.

В табл. 11 представлены результаты усталостных испытаний при цикле, близком к пульсационному ($\sigma_{\min} = 2$ кгс/мм² для всех образцов), плоских образцов из стали марки 10 ($\sigma_b = 37$ кгс/мм², $\sigma_t = 26,4$ кгс/мм²), сваренных внахлестку продольными и поперечными швами (рис. 12, № 1 и 2). В данном случае отпуск не вызвал изменения пределов выносливости.

В табл. 12 приведены значения пределов выносливости стыковых соединений из стали марки 10, испытанных в тех же условиях (рис. 12, № 3).

Таблица 11

Величины пределов выносливости соединений внахлестку из сталей марки 10 при изгибе [7]

Номер образца (см. рис. 12)	Обработка после сварки	Предел выносливости	
		кгс/мм ²	%
1	Без обработки	10,5	100
	Отпуск 600° С, 2 ч. . .	10,5	100
	Наклеп пневматическим молотком в холодном состоянии	16,9	161
2	Без обработки	10,5	100
	Отпуск 600° С, 2 ч. . .	10,5	100
	Наклеп пневматическим молотком в холодном состоянии	13,2	126

В результате отпуска получено некоторое снижение предела выносливости стыкового соединения. Поэтому в тех случаях, когда не происходит разупрочнения металла околошовной зоны, отпуск оказывает положительное влияние на сопротивление усталости сварных соединений.

В сварных соединениях с высокими растягивающими остаточными напряжениями пределы выносливости остаются практически одинаковыми с ростом предела прочности (при переходе

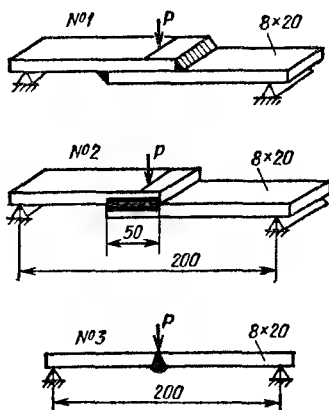


Рис. 12. Схемы испытания сварных образцов на усталость

от углеродистых к легированным сталям [17]). Поэтому применение легированных сталей в сварных соединениях оправдывается только для соединений, работающих при значительных асимметриях цикла ($r > +0,5$), когда основную роль играет условие прочности по статическим нагрузкам.

Для повышения сопротивления усталости сварных соединений используются технологические методы поверхностного упрочнения, как например, обдувка дробью, накатка роликами, наклеп пневматическими молотками

и т. п. Поверхностный наклеп существенно повышает предел выносливости. В табл. 3 приведены данные, показывающие, что применение чеканки швов специальными ударными приспособлениями более, чем в 2 раза повышает предел выносливости стыковых сварных соединений из стали марки 22К, выполненных электрошлаковой сваркой.

Влияние дробеструйной обработки и наклепа пневматическими молотками на сопротивление усталости соединений внахлестку и встык при переменном изгибе характеризуется данными, представленными в табл. 12, 11. В этом случае предел выносливости увеличивается на 30—65%. Дробеструйная обработка и наклеп поверхности швов пневматическими молотками являются весьма эффективными средствами повышения выносливости сварных соединений.

2. Влияние технологических дефектов сварки на выносливость сварных соединений

При пониженном качестве основного или сварочных материалов (электродной проволоки, флюсов и т. п.) или при некачественном выполнении сварки в сварных соединениях могут иметь место разнообразные дефекты: холодные и горячие трещины, непровары, поры,

Таблица 12

Величины пределов выносливости стыковых сварных соединений из стали марки 10 при изгибе [7]

Образец № 3 (см. рис 12)	Обработка после сварки	Предел выносливости	
		кгс/мм ²	%
Без сварки, в исходном состоянии	—	37,6	100
Со сваркой встык	—	18,2	48,4
Со сваркой встык	Отпуск 600 °С, 2 ч	17,0	45,2
То же	Дробеструйный наклеп	28,2	75,0
» »	Наклеп молотком $R = 5$ мм	26,6	70,7
» »	Наклеп молотком $R = 3$ мм	26,6	70,7

шлаковые включения и т. п. Эти дефекты создают резкую концентрацию напряжений, вследствие чего приводят к существенному снижению сопротивления усталости, способствуют переходу в хрупкое состояние и оказывают отрицательное влияние на работоспособность сварных соединений.

Горячие трещины, образующиеся при повышенном содержании примесей в металле или при неблагоприятном сочетании других причин, зависящих от термического состояния металла при сварке, от конструкции и размеров сварного соединения и т. д., а также холодные трещины, образованию которых способствуют повышенные остаточные напряжения, особенно объемные, являются резкими источниками концентрации напряжений, так как радиус закругления у дна трещины близок к нулю.

Весьма резкая концентрация напряжений в стыковых соединениях получается при наличии несправов, что является недопустимым в ответственных сварных соединениях. В работе [13] с помощью теоретического решения Нейбера задачи о концентрации напряжений у дна выточки вычислены теоретические значения коэффициентов концентрации для несправов. Так, расчетный «технический» коэффициент концентрации для глубокого несправы (занимающего 50% толщины сечения) $\alpha_0 = 23$; на расстоянии 0,5—1 мм от основания несправы действительные напряжения превышают номинальные в 5,5—8,2 раза.

При малом несправе (6—7% толщины сечения) максимальный расчетный «технический» коэффициент концентрации $\alpha_0 = 4$; на расстоянии 0,5—1 мм действительные напряжения в 1,7—2 раза превышают номинальные. Результаты замера этих напряжений тензомером показали величины, близкие к найденным расчетным путем. Вследствие резкой концентрации напряжений, вызываемой несправками, получается существенное снижение пределов выносливости сварных соединений.

В работе [13] приводятся результаты испытания стыковых сварных соединений из стали марки Ст3 при симметричном цикле изгиба и базе 2 млн. циклов. Образцы имели толщину 18 мм

и двустороннюю разделку кромок, так что несправ получался в срединной части образца, в которой напряжения от изгиба невелики. Тем не менее предел выносливости снижался:

основной металл (Ст3): $\sigma_{-1} = 12,8$ кгс/мм²;

стыковой шов при несправе на (0,38—0,41) S: $\sigma_{-1} = 11,9$ кгс/мм²;

стыковой шов при несправе на (0,48—0,50) S: $\sigma_{-1} = 9,1$ кгс/мм², где S — толщина листа.

Этот же тип соединения при переменном растяжении с коэффициентом асимметрии $r = 0,2$ имел следующие величины пределов выносливости: при полном прываре $\sigma_r = 26,5$ кгс/мм²; при несправках на $(0,05 \div 0,06) S$ $\sigma_r = 19$ кгс/мм²; на $(0,11 \div 0,16) S$ $\sigma_r = 13,5$ кгс/мм²; на $(0,24 \div 0,28) S$ $\sigma_r = 8,3$ кгс/мм²; на $(0,43 \div 0,46) S$ $\sigma_r = 6,5$ кгс/мм².

По данным работ [12, 13] несправы при глубине 20—30% от всего сечения снижают предел выносливости сварных соединений из сталей 30ХГСА, 12Х18Н9Т, алюминиевого сплава Д16Т в 2—3 раза. По данным работы [17] влияние несправы зависит от того, в какую зону остаточной напряженности он попадает. Если несправ в зоне сжимающих остаточных напряжений, то предел выносливости снижается значительно меньше, чем при несправе в зоне растягивающих остаточных напряжений. Несправы нельзя допускать в сварных соединениях, работающих при переменных нагрузках [17].

3. Расчет на прочность сварных соединений

Расчет на прочность при статических нагрузках. Расчет сварных швов соединений на прочность при статических нагрузках производится по номинальным напряжениям, вычисляемым в предположении равномерного распределения их по сечению шва по следующим формулам.

Для соединения встык (рис. 13)

$$\sigma = \frac{P}{F_{св}} \leq [\sigma_{св}], \quad (9.1)$$

где

$$F_{св} = l\delta;$$

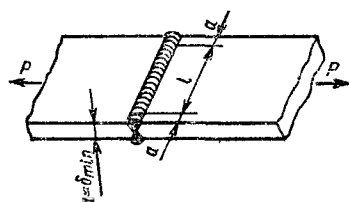


Рис. 13. Соединение встык

$[\sigma_{св}]$ — допускаемое напряжение на разрыв металла сварочного шва.

Для соединения с фланговыми швами (рис. 14):

$$T = \frac{P}{F_{св}} \leq [\tau_{св}], \quad (9.2)$$

где $F_{св} = \Sigma 0,7kl_{\phi}$ (суммирование производится по всем фланговым швам); для соединения, показанного на рис. 14:

$$F_{св} = 2 \cdot 0,7kl_{\phi};$$

$[\tau_{св}]$ — допускаемое напряжение на срез металла сварного шва.

Для соединения с торцовыми (лобовыми) швами (рис. 15):

$$\tau = \frac{P}{F_{св}} \leq [\tau_{св}], \quad (9.3)$$

где

$$F_{св} = \Sigma 0,7kl_{\tau};$$

для одного шва (см. рис. 15) $F_{св} = 0,7kl_{\tau}$; для двух швов $F_{св} = 2 \times 0,7kl_{\tau}$.

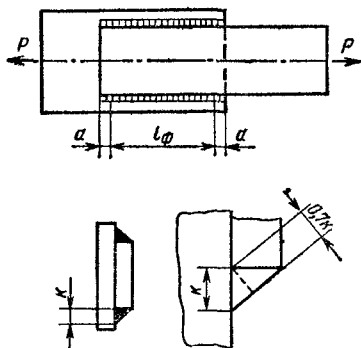


Рис. 14. Соединение с фланговыми швами

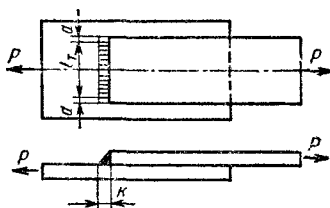


Рис. 15. Соединение с лбовыми швами

Для комбинированного соединения (рис. 16):

$$\begin{aligned} P &= p_{\tau} + p_{\phi} = [\tau_{св}] 0,7kl_{\tau} + \\ &+ [\tau_{св}] 2 \cdot 0,7kl_{\phi} = \\ &= [\tau_{св}] 0,7k(l_{\tau} + 2l_{\phi}) = [\tau_{св}] 0,7kL, \end{aligned} \quad (9.4)$$

где L — полный периметр швов.

Для соединения втавр

$$\tau = \frac{P}{2 \cdot 0,7kl} \quad (\text{рис. 17, а}), \quad (9.5)$$

где l — длина швов;

$$\sigma = \frac{P}{\delta l} \leq [\sigma_{св}] \quad (\text{рис. 17, б}) \quad (9.6)$$

Для сварных соединений, работающих на растяжение и изгиб (рис. 18),

$$\tau = \frac{M}{J_{св}} y_{\max} + \frac{P}{F_{св}} \leq [\tau_{св}], \quad (9.7)$$

где $J_{св}$ — расчетный момент инерции периметров швов для прямоугольного сечения, определяемый по формуле

$$J_{св} = \frac{(b + 1,4k)(h + 1,4k)^3}{12} - \frac{bh^3}{12}; \quad (9.8)$$

$$F_{св} = 2 \cdot 0,7k(b + h), \quad (9.9)$$

$$y = \frac{h + 2k}{2}.$$

Аналогично для других форм поперечных сечений.

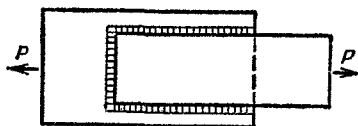


Рис. 16. Комбинированное сварное соединение

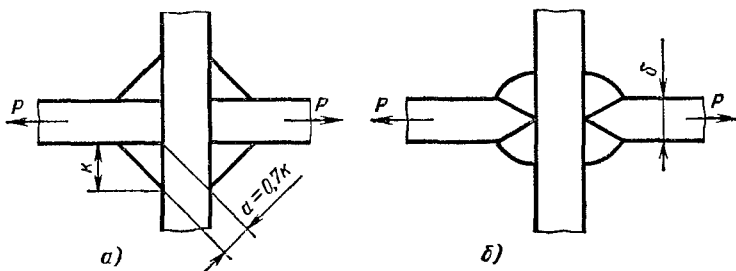


Рис. 17. Соединение втавр

Допускаемые напряжения для металла сварных швов устанавливаются в зависимости от допускаемых напряжений для основного металла. Согласно техническим условиям на проектирование мостовых электрических кранов допускаемые напряжения для сталей марки Ст3 и М16С принимаются в зависимости от комбинации нагрузок и режима работы крана (табл. 13) [16].

Значения допускаемых напряжений для сварных швов представлены в табл. 14. В табл. 13 предусмотрены следующие комбинации нагрузок при расчете главных балок мостовых кранов:

комбинация А: расчетная постоянная + расчетная подвижная + скручивающая (если таковая учитывается);

комбинация Б: нагрузка комбинации А + горизонтально-инерционные нагрузки;

комбинация В: постоянные статические нагрузки + специальные нагрузки.

Расчет на прочность при переменных нагрузках. Левый наклонный участок кривой усталости различных типов

сварных соединений удовлетворительно описывается уравнением (3.1)

$$\sigma_a^m N = \sigma_{-1d}^m N_0.$$

В работе [17] проанализированы в статистическом аспекте значения абсцисс точек переломов кривых усталости N_0 различных типов сварных соединений (стыковые, нахлесточные, с ребрами жесткости, с пересекающимися швами и т. д.). Получено нормальное распределение величин N_0 со средним значением $\bar{N}_0 = 2,7 \cdot 10^6$ циклов и стандартным отклонением $S_{N_0} = 0,7 \cdot 10^6$ циклов. С вероятностью 90% значение $N_c = (1,7 \div 3,8) 10^6$ циклов.

Показатель угла наклона левой ветви кривой усталости определяется по зависимости [3]

$$mK_{\sigma D} = 12.$$

В расчете сварных соединений на прочность при переменных нагрузках существенное значение имеет правильный учет концентрации напряжений и асимметрии цикла.

Диаграммы предельных напряжений при асимметричном цикле в координа-

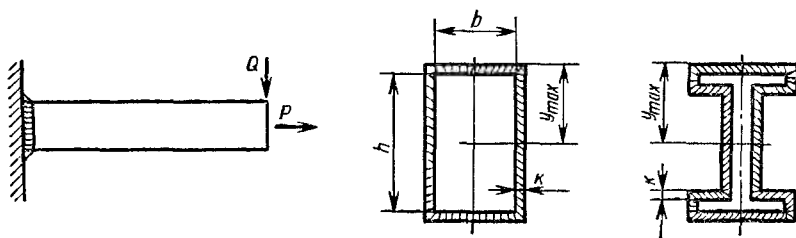


Рис. 18. Сварное сопряжение

Таблица 13

Допускаемые напряжения при действии статических нагрузок для сталей марки Ст3 и М16С [16]

Режим работы крана	Комбинации нагрузок				Примечание
	А		Б		
	Напряжение в кгс/см ²				
	[σ] _А	[τ] _А	[σ] _Б	[τ] _Б	
Легкий, средний	1600	1000	1800	1100	Для случая комбинации В напряжения могут быть приняты не более 0,85σ _т (σ _т — предел текучести)
Тяжелый, весьма тяжелый	1400	850	1700	1000	

тах $\sigma_{\max}$ — σ_m для образцов из основного металла и различных типов сварных соединений для малоуглеродистой стали приведены на рис. 19—25. Эти диаграммы построены по данным работы [31] и соответствуют растяжению-сжатию сварных соединений из пластин с достаточно большими размерами поперечного сечения. Линии предельных максимальных напряжений соответствуют заштрихованным полосам, являющимся нижней границей рассеяния результатов испытаний. На рис. 19—25 нанесены линии допускаемых напряжений, принятых за основу

для расчета сварных соединений на прочность в ряде стран [15, 16, 22, 23, 31—34, 38].

Основной характеристикой влияния асимметрии цикла на сопротивление усталости является коэффициент ψ_σ , определяемый по формуле

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \quad \text{или} \quad \psi_\sigma = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_a}{\sigma_m} \quad (9.10)$$

Повторяемость значений коэффициентов ψ_σ для основного металла и для сварных соединений, подсчитанных по

Таблица 14

Допускаемые напряжения для сварных швов [16]

Тип сварного шва	Вид нагружения	Допускаемые напряжения при сварке	
		Ручной, электродами (толстообмазанного типа Э42)	1. Ручной, электродами толстообмазанными повышенного качества (типа Э42А) 2. Автоматической или полуавтоматической под слоем флюса
Встык	Растяжение — сжатие	0,8 [σ] 0,9 [σ]	0,9 [σ]* 1,0 [σ]*
Встык и валиковый	Срез	0,65 [σ]	0,65 [σ]

* При выполнении стыкового шва автоматом, полуавтоматом или вручную электродами Э42А с выводом начала и конца шва на приставные планки, с подваркой и последующим снятием валиков шва с обеих сторон (фрезой, резцом или шлифовальным камнем), допускаемое напряжение на растяжение и сжатие шва принимается равным [σ].

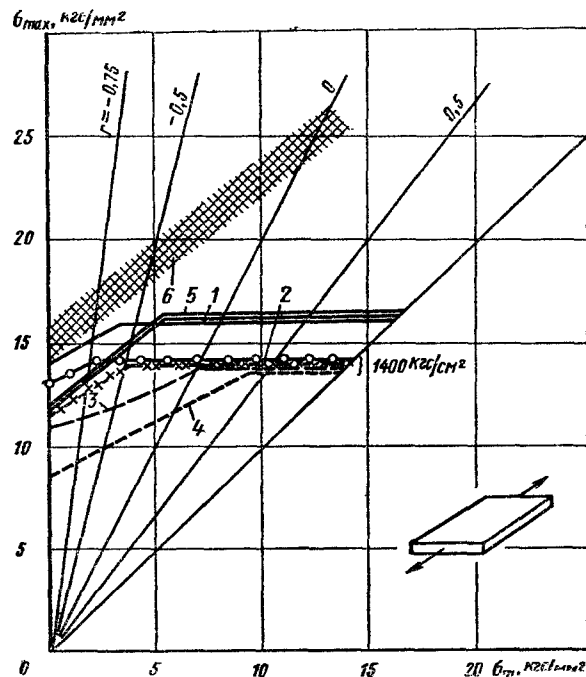


Рис. 19. Диаграмма допускаемых напряжений для основного металла — типа стали Ст3:
1 — ФРГ [23]; 2 — Австрия [33]; 3 — СССР [15]; 4 — Швеция [38]; 5 — по данным работы [31]; 6 — пределы выносливости

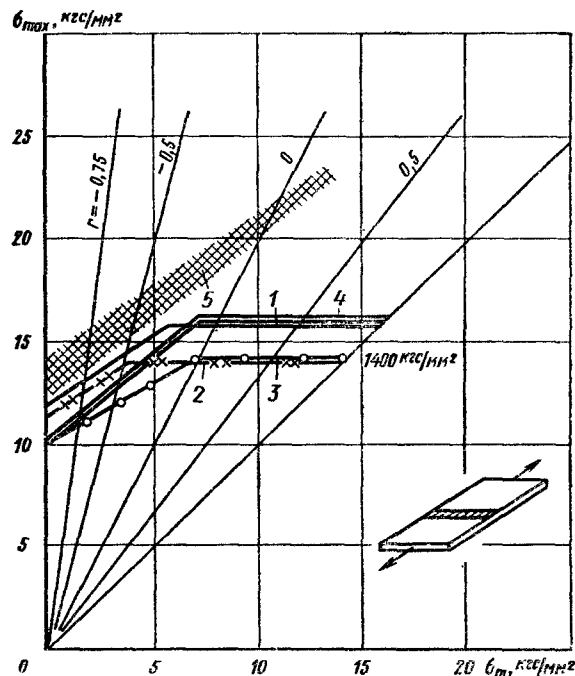


Рис. 20. Диаграмма допускаемых напряжений для механически обработанных стыковых соединений из сталей типа Ст3:
1 — ФРГ [23]; 2 — СССР [15], Польша [32]; 3 — Австрия [33]; 4 — по данным работы [31]; 5 — пределы выносливости

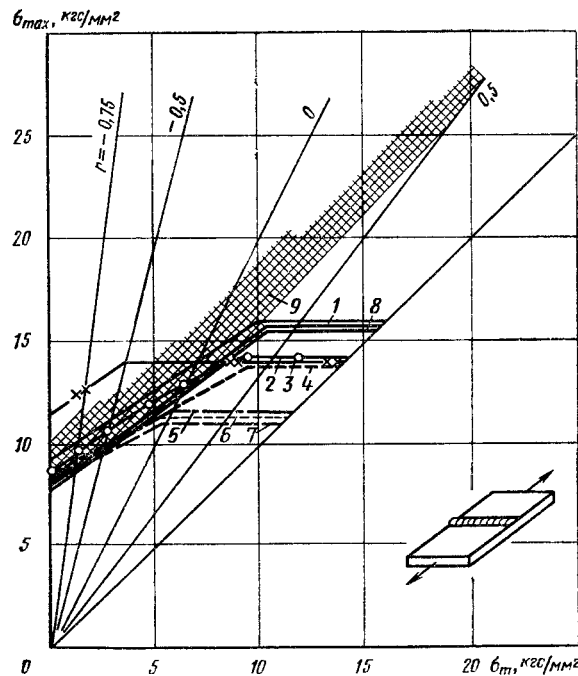


Рис. 21. Диаграмма допускаемых напряжений для необработанных стыковых соединений из сталей типа Ст3:

1 — ФРГ [23]; 2 — Австрия [33]; 3 — СССР [15]; 4 — Швеция [38]; 5 — Чехословакия [34]; 6 — Польша [32]; 7 — ГДР [22]; 8 — по данным работы [31]; 9 — пределы выносливости

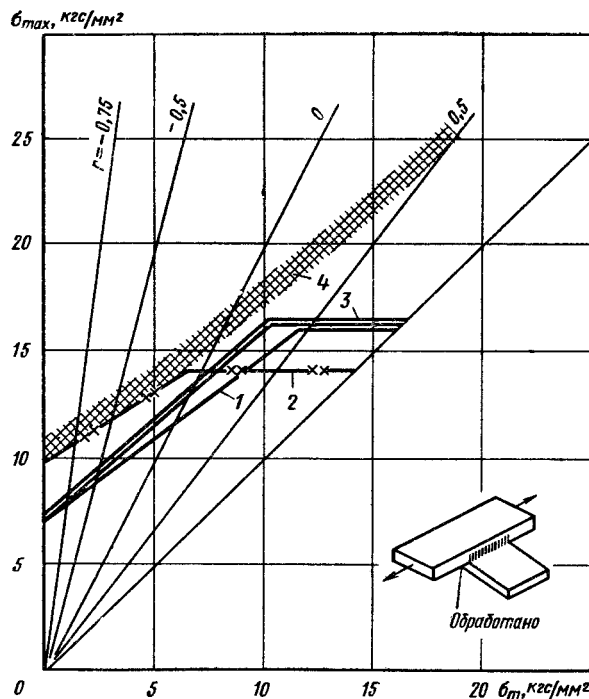


Рис. 22. Диаграмма допускаемых напряжений для пластины с приваренной фасонной деталью из сталей типа Ст3 при наличии обработки:

1 — ФРГ [23]; 2 — СССР [15]; 3 — по данным работы [31]; 4 — пределы выносливости

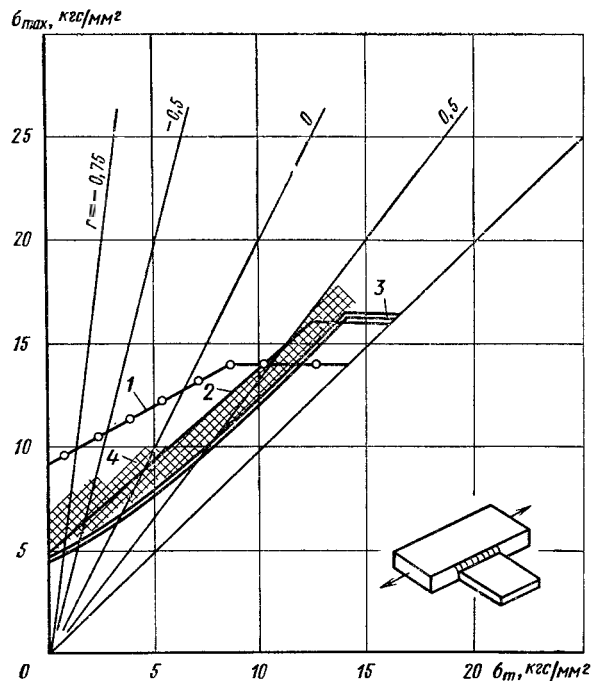


Рис. 23. Диаграмма допускаемых напряжений для пластин с приваренной фасонной деталью без обработки из сталей типа Ст3:

1 — Австрия [33]; 2 — ФРГ [23]; 3 — по данным работы [31]; 4 — пределы выносливости

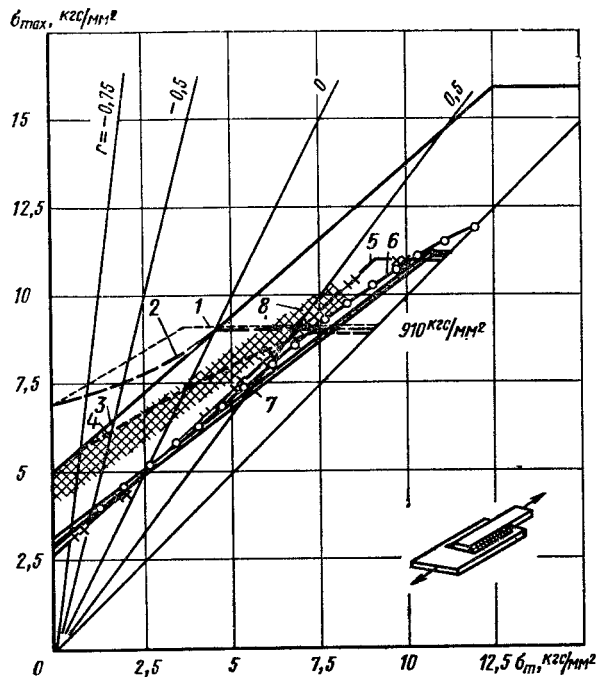


Рис. 24. Диаграмма допускаемых напряжений для соединений с фланговыми швами из сталей типа Ст3:

1 — Польша [32]; 2 — ГДР [22]; 3 — ФРГ [23]; 4 — Швейцария [38]; 5 — СССР [15]; 6 — Австрия [33]; 7 — по данным работы [31]; 8 — пределы выносливости

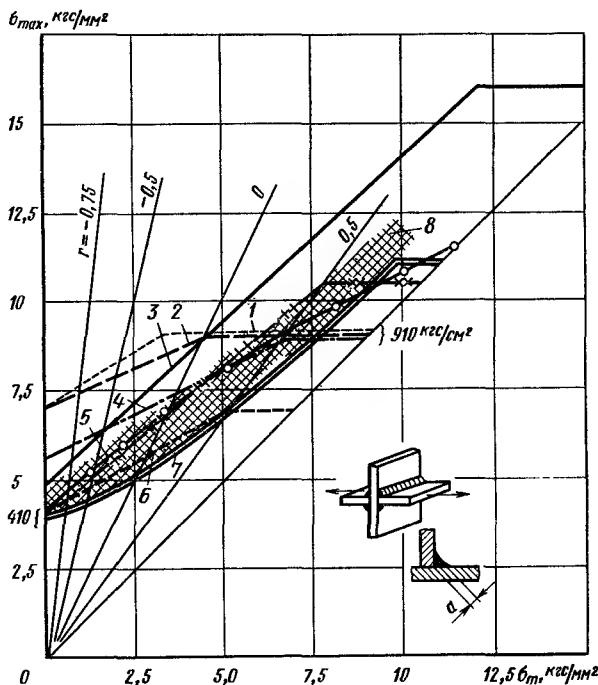


Рис. 25. Диаграмма допускаемых напряжений для тавровых соединений без разделки кромок из сталей типа Ст3:

1 — Польша [32]; 2 — ГДР [22]; 3 — ФРГ [23]; 4 — Чехословакия [34]; 5 — Австрия [33]; 6 — Швеция [38]; 7 — по данным работы [31]; 8 — пределы выносливости

этим формулам, и по данным ряда опубликованных работ [3, 7, 17, 25, 26, 29, 31, 36, 37, 40, 41] приведена в табл. 15.

В табл. 15 указано число случаев попадания значений ψ_σ в указанные интервалы из общего числа проанализированных случаев: 49 для основного металла и соединений с умеренной концентрацией и 16 — для соединений с резкой концентрацией напряжений.

Средние значения $\bar{\psi}_\sigma$, как следует из табл. 15, равны 0,20 и 0,05, соответственно.

Как следует из таблицы, имеет место большой разброс значений ψ_σ . Этот разброс объясняется трудностью обеспечения точности определения пределов выносливости при растяжении-сжатии из-за возможного эксцентриситета при-

ложения нагрузки, а также вследствие малого количества испытанных образцов. Значения $\psi_\sigma > 0,4$, которые иногда встречались в работах, являются ошибочными, вследствие чего отброшены. Таким образом, для сварных образцов с умеренной концентрацией напряжений ($K_{сД} < 2$) рекомендуется принимать значения $\psi_\sigma = 0,2$. Для образцов с резкой концентрацией напряжений и значительными остаточными напряжениями ($K_{сД} > 2$) в расчетах можно принять $\psi_\sigma = 0,05$ (в работе [17] для этого случая рекомендуется $\psi_\sigma = 0$).

На рис. 19—25 показано, что значения допускаемых напряжений, принятые в ряде стран как нормативные, существенно различаются. Это можно объяснить различным подходом к опре-

Таблица 15

Повторяемость коэффициентов влияния асимметрии цикла ψ_σ при растяжении-сжатии основного металла с прокатной пленкой и сварных соединений из углеродистых и малолегированных сталей

$K_{\sigma D}$	Число повторений при ψ_σ								Общее число
	0—0,05	0,05—0,10	0,10—0,15	0,15—0,20	0,20—0,25	0,25—0,30	0,30—0,35	0,35—0,40	
< 2 (основной металл с прокатной пленкой и сварные соединения с умеренной концентрацией напряжений)	4	4	9	4	14	7	5	2	$\begin{matrix} 49 \\ (\bar{\psi}_\sigma = 0,20) \end{matrix}$
> 2 (сварные соединения с резкой концентрацией напряжений)	11	2	2	—	1	—	—	—	$\begin{matrix} 16 \\ (\bar{\psi}_\sigma = 0,05) \end{matrix}$

делению действующих нагрузок и напряжений, различием в уровнях запасов прочности, уровне технологии изготовления и т. д. Как указывалось в гл. 3, при расчетах на усталость по запасам прочности и допускаемым напряжениям нормативные значения последних зависят от метода расчета и должны устанавливаться в каждой отрасли машиностроения на основе расчетов деталей работающих машин и сопоставления результатов расчета с наблюдениями за появлением усталостных повреждений в эксплуатации.

Характерным является метод расчета на усталость сварных рам локомотивных тележек, разработанный в ЦНИИ МПС и являющийся нормативным [14]. Согласно этому методу коэффициент запаса прочности рассчитывается по формуле

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K\sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}, \quad (9.11)$$

где K — суммарный коэффициент, учитывающий влияние различных факторов на сопротивление усталости сварных рам. При этом принимают

$$K = \beta_K \frac{K_1 K_2}{\gamma m} \eta, \quad (9.12)$$

где β_K — эффективный коэффициент концентрации напряжений; K_1 — коэф-

фициент неоднородности материала детали; K_2 — коэффициент, учитывающий наличие остаточных напряжений в раме; m — коэффициент, учитывающий влияние качества обработки поверхности; γ — коэффициент, учитывающий влияние абсолютных размеров поперечного сечения; η — коэффициент, учитывающий влияние технологических отклонений. В работе [14] даны рекомендации по выбору указанных коэффициентов.

Расчетное значение амплитуды напряжений σ_a находят по формуле

$$\sigma_a = \bar{\sigma}_a + 3S_{\sigma_a},$$

где $\bar{\sigma}_a$, S_{σ_a} — среднее значение и среднее квадратичное отклонение амплитуды напряжений, которые находят в результате статистической обработки осциллограмм эксплуатационных напряжений по методу размахов.

Расчеты рам тележек практически всех типов локомотивов, находящихся в эксплуатации, по данной методике показали, что при $n_\sigma > 2$ усталостные повреждения не появляются, а при $n_\sigma < 2$ появляются при пробегах меньше нормативных. Это позволило установить нормативное значение $[n_\sigma] = 2$, которое соответствует описанной методике определения значений K , σ_a и других расчетных величин. При изме-

нении методики выбора коэффициентов и расчета может измениться и значение $[n_0]$.

Металлоконструкции кранов предлагается рассчитывать на усталость также по формуле (9.11), причем минимально допустимое значение коэффициента запаса прочности $[n_0]$ следует принимать меньшим $[n_0] = 1,3 \div 1,6$ [3]. При этом значения K принимают равными значениям эффективных коэффициентов концентрации напряжений, определяемым по результатам усталостных испытаний [3].

Сварные соединения пролетных строений мостов рассчитывают на усталость по допускаемым напряжениям, назначаемым в зависимости от допускаемых напряжений при статических нагрузках, корректируемых с помощью коэффициентов γ , зависящих от коэффициентов концентрации напряжений и асимметрии цикла [15, 16].

Изложенные методы расчета можно назвать детерминистическими, так как в них не учитывается случайный разброс характеристик прочности и нагруженности. Более перспективными являются методы, основанные на ста-

тистическом учете рассеяния нагрузок и прочности.

В работе [17] предлагается расчет на усталость производить, исходя из условия прочности

$$\sigma_s < R_r(\gamma, P), \quad (9.13)$$

где σ_s — напряжение, эквивалентное по повреждающему действию эксплуатационному режиму нагружения, определяемое на основе линейной гипотезы суммирования повреждений; $R_r(\gamma, P)$ — расчетное сопротивление усталости сварного соединения, определяемое нижней границей рассеяния предела выносливости с заданной вероятностью неразрушения P и принятой вероятностной вероятностью γ ($\gamma = 0,9$). Величины $R_r(\gamma, P)$ находят путем статистической обработки результатов усталостных испытаний сварных соединений [17].

Расчет сварных соединений на усталость при случайном нагружении может производиться вероятностными методами, изложенными в гл. 6, в которой приведены примеры расчета сварных рам тележек локомотивов и электро-

Список литературы

1. Большаков К. П. Расчеты стальных мостов на выносливость. — «Транспортное строительство», 1966, № 6, с. 44—47.

2. Вибрационная прочность сварных стыковых соединений из стали НЛ-2. — «Сварочное производство», 1958, № 8, с. 14—18. Авт.: В. Н. Савельев, Д. И. Навроцкий и др.

3. Гохберг М. М. Металлические конструкции кранов. М., Машгиз, 1959, 182 с.

4. Кудинский Б. Н. Прочность и основания расчета сварных соединений, работающих на переменные и знакопеременные усилия. — В кн.: «Вибрационная прочность сварных мостов». М., Трансжелдориздат, 1952, с. 137—199.

5. Колтунов П. С. Вибрационная прочность сварных соединений из стали марки НЛ-2 (СХЛ-2). В кн.: «Экспериментальные исследования стальных конструкций». М. — Л., Стройиздат, 1950.

6. Кудрявцев И. В., Савина Н. М. Исследование усталостной прочности соединений, выполненных электрошлаковой сваркой на образцах большого сечения. — «Сварочное производство», 1956, № 11, с. 1—6.

7. Кудрявцев И. В. Влияние остаточных напряжений на усталостную прочность сварных изделий. В кн.: Повышение усталостной прочности деталей машин поверх-

ностной обработкой. Под ред. С. В. Серенсена. М., Машгиз, 1952, с. 83—99.

8. Кудрявцев И. В., Болабанов Н. А. Усталостная прочность стальных пластин с приваренными накладками. — «Сварочное производство», 1956, № 6, с. 1—5.

9. Манилова Р. З., Навроцкий Д. И., Шишкин В. Ю. Исследование вибрационной прочности сварных тавровых соединений. — «Автоматическая сварка», 1958, № 5, с. 32—40.

10. Мюнзе В. Х. Усталостная прочность сварных стальных конструкций. М., «Машиностроение», 1968, 311 с.

11. Навроцкий Д. И. Прочность сварных соединений. М. — Л., Машгиз, 1961, с. 176.

12. Николаев Г. А. Расчет сварных соединений и прочность сварных конструкций. М., «Высшая школа», 1965, 451 с.

13. Николаев Г. А., Куркин С. А., Винокуров В. А. Расчет, проектирование и изготовление сварных конструкций. М., «Высшая школа», 1971, 760 с.

14. Сварные конструкции локомотивных тележек. Основные положения проектирования и изготовления. Под ред. К. П. Королева. М., «Транспорт», 1971, 72 с.

15. Технические условия проектирования и изготовления сварных пролетных строений железнодорожных мостов (Тупим-св-55). М., Трансжелдориздат, 1956, 130 с.

16. Технические условия на проектирование мостовых электрических кранов. М., Машгиз, 1960, 90 с.
17. Труфяков В. И. Усталость сварных соединений. Киев, «Наукова Думка», 1973, 215 с.
18. Труфяков В. И. Сопротивление усталости пластин и сварных соединений с различной концентрацией напряжений. — «Автоматическая сварка», 1969, № 7.
19. Труфяков В. И. Усталость и хрупкое разрушение сварных соединений. — В кн.: Вопросы механической усталости. М., Машгиз, 1964, с. 46—56.
20. Труфяков В. И. Сопротивление сварных соединений усталостным разрушениям с учетом влияния остаточных напряжений. Автореферат диссертации на соискание ученой степени д-ра техн. наук, Киев, Ин-т электросварки АН УССР, 1969, 47 с.
21. Шишкин В. Ю., Новожилова Н. И. Изучение выносливости сварных соединений в условиях нормальной и низкой температур. М., Трансжелдориздат, 1953.
22. Deutsche Reichsbahn. DV 849 der Deutschen Reichsbahn Vom 20. 11. 1935, Nachdruck 1956, (Gültig für die DDR).
23. Deutsche Bundesbahn DV 848 der Deutsche Bundesbahn Vom 1. 12. 1955 (Gültig für die DBR).
24. Folkhardt. Elin-Nachrichten (1948) 6, s. 57. Schweiss technik Wien (1948) s. 97.
25. Hanchen. Berechnung und Gestaltung der Maschinenteile auf Dauerhaltbarkeit. Berlin — Hannover. Pädagogischer Verlag. B. Schulz. 1950.
26. Kollmar, Stahlbau (1956) H. 9. S.205.
27. Krämer, Wendt. Originalbericht da Fa. Hein. Lehmann — Co. Düsseldorf, V. 5. 7. 1950.
28. Lesniak. Tagung. f. Konstr. u. Festigk. Halle, 1958.
29. Meihardt. Schweiß verbindungen. Wien. Verlag der Gewerkschaften 1955, S. 109.
30. Melhardt Elin — Nachrichten, 1948, H. 5, S. 34. H. 6. 58, 1948; H. 7 S. 7.
31. Neumann A. Probleme der dauerfestigkeit vom schweis verbindungen. Veb Verlag Techn. Berlin 1960.
32. Normatyw techniczny projektowania stalowych mostow Kolejowych — Warszawa. nr D-64. 1957.
33. Ö-Norm B4300 3. Teil — Berechnung und Ausführung der Tragwerke. Stahlbau Geschweißte stahltragwerke 21. 1. 1952.
34. Prof. Faitus. Prirucka Svarovani Bd. 3. Praha 1955.
35. Puchner. Schweißtechnik (1956) H. 4, s. 109.
36. Rieger. Forschungsberichte des schweiß Halle.
37. Rös Schweiß Technik. Wien. 1948.
38. S. 1. A. Nr 161. Normen für die Berechnung und Ausführung von stahlbauten 1951.
39. Stallmeyer. Weid. Journ. N 6, 1956, p. 298.
40. Tauscher. Berechnung der Dauerfestigkeit von Bau und Maschinenteilen.
41. Wintergast S., Rückert E. Stahlbau (1957) h 5. S121. Klöppel K. Weihermüller, Stahlbau (1957) H6. S149.

РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ СОСУДОВ ПОД ДАВЛЕНИЕМ
И КОМПЕНСИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Современные конструкции аппаратов, применяемых в химическом, нефтяном, энергетическом машиностроении часто работают в таких условиях, когда в отдельных областях, главным образом в зонах концентрации, возникают циклические пластические деформации, приводящие к разрушению после малого числа циклов. К таким конструкциям относятся различные корпуса с сопряженными патрубками и штуцерами, перфорированные днища и пластинки, различные виды гибких компенсирующих элементов и т. п. Рассмотрим лишь некоторые характерные конструкции. Статический расчет таких конструкций [10] определяет основные размеры конструкций и номинальные напряжения в них.

1. Цилиндрические сосуды и примыкающие к ним элементы

Соединение цилиндрического корпуса с патрубком является характерной конструктивной особенностью ряда аппаратов. На рис. 1 приведен, например, патрубок корпуса атомного энергетического

реактора, на рис. 2 — конструкции соединения штуцеров с корпусом. В зоне соединения двух цилиндрических оболочек максимальные напряжения возникают на внутренней поверхности в точке сопряжения оболочек, в сечении плоскостью, проходящей через оси оболочек (рис. 3). На рис. 4 и 5 приведены значения коэффициентов неравномерности распределения напряжений за счет краевого эффекта, полученные по данным эксперимента [2] на упругой модели (рис. 5), и коэффициенты для примкнутого патрубка (рис. 4), вычисленные теоретически [12]. Для случая примыкания патрубка через радиусный переход при отбортовке цилиндрической обечайки (рис. 2, б) максимальные напряжения возникают на наружной поверхности торообразной оболочки, значения коэффициентов концентрации напряжений в этом случае приведены на рис. 6 [12].

Часто к цилиндрическому корпусу примыкает плоское днище. В этом случае в зоне перехода от оболочки к пластинке возникает концентрация напря-

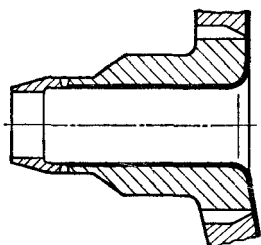


Рис. 1. Патрубок корпуса реактора

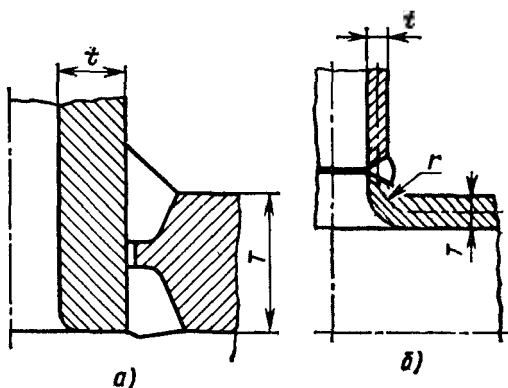


Рис. 2. Конструкции соединения корпуса и штуцера: а — прямое примыкание (варка); б — примыкание через отбортовку корпуса

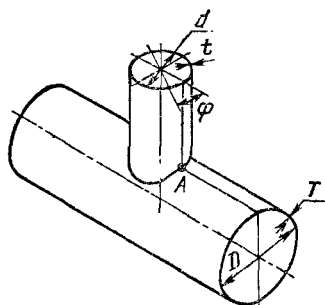


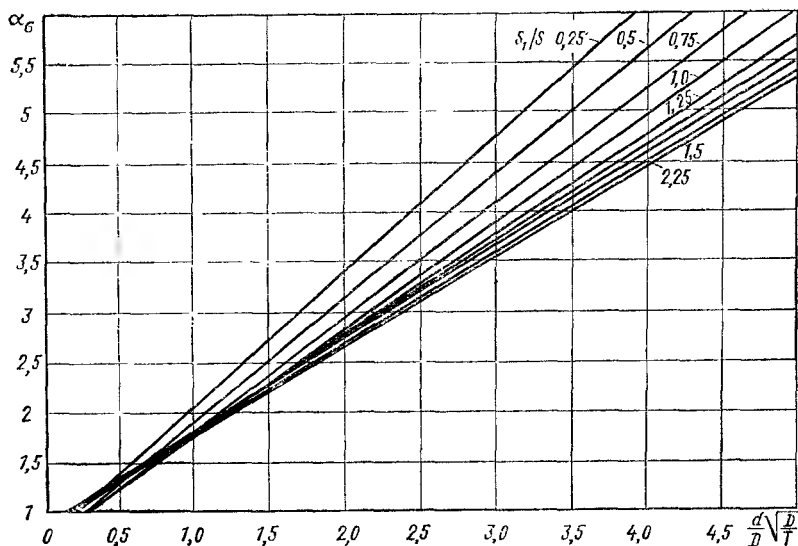
Рис. 3. Схема оболочек (патрибок и корпус)

жений. Значения коэффициентов концентрации для упругого случая приведены на рис. 7 [9, 10].

Для перфорированных пластин, характерных для трубных досок уровень напряжений в зоне перфорации определяется концентрацией напряжений на контуре отверстий. Значения соот-

ветствующих коэффициентов концентрации в упругой области приведены на рис. 8 [10].

На рис. 4—7 для некоторых видов элементов конструкций сосудов были приведены коэффициенты концентрации, позволяющие определять напряжения при действии пульсирующего внутреннего давления в предположении упругого деформирования. В зонах концентрации возможно образование областей пластичности. В работе [12] было проведено тензометрирование зон концентрации сосудов с патрубками, с плоским дном и т. п. при пульсирующих давлениях, превосходящих до полутора раз давление, соответствующее номинальному. Сосуды изготавливались из углеродистой стали. Было отмечено, что при исходном нагружении деформации превосходили деформации предела текучести в 10—15 раз, однако после десяти циклов нагружения наступала стабилизация, и амплитудные значения деформаций возрастали прямо пропорцио-



4. Изменение коэффициентов концентрации для прижатых к корпусу патрубков при действии внутреннего давления:

$$\frac{t}{D} = 0,01; \sigma_{\text{ном}} = p \frac{D+T}{2T}$$

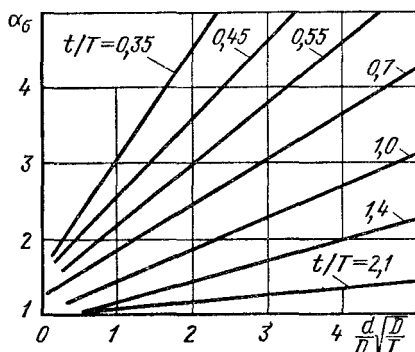


Рис. 5. Изменение коэффициентов концентрации для пропущенных патрубков при действии внутреннего давления

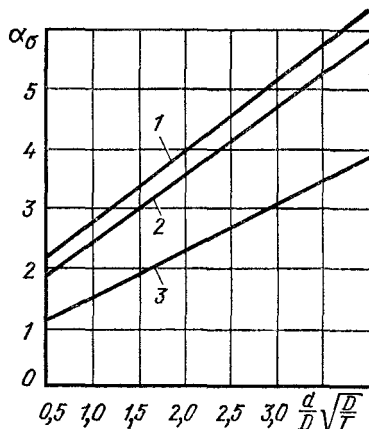


Рис. 6. Изменение коэффициентов концентрации для патрубков с примыканием через отбортовку корпуса для:

$$1 - \frac{r}{T} = 3; 2 - \frac{r}{T} = 2; 3 - \frac{r}{T} = 0$$

нально давлению с тем же коэффициентом пропорциональности, что и в упругом случае. В качестве примера на рис. 9 приведены графики изменения интенсивности деформаций в исходном нагружении и изменения установившихся размахов интенсивности деформаций в зависимости от величины давления в зоне сопряжения патрубка с корпусом, полученные тензометрированием.

Аналогичные графики для сопряжения патрубка с отбортованной обечайкой приведены на рис. 9, б.

Из рис. 9 следует, что для вычисления амплитуды деформаций в полцикле даже при значительной исходной пластической деформации можно пользоваться упругими соотношениями и, следовательно, использовать значения коэффициентов концентрации напряжений и деформаций (см. гл. 1).

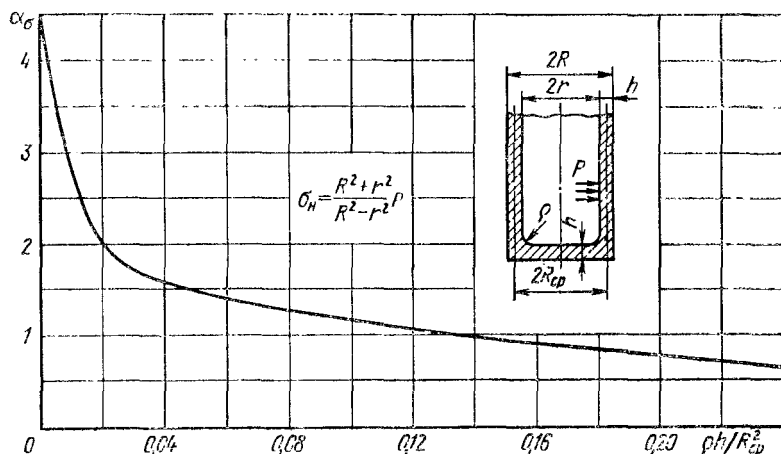
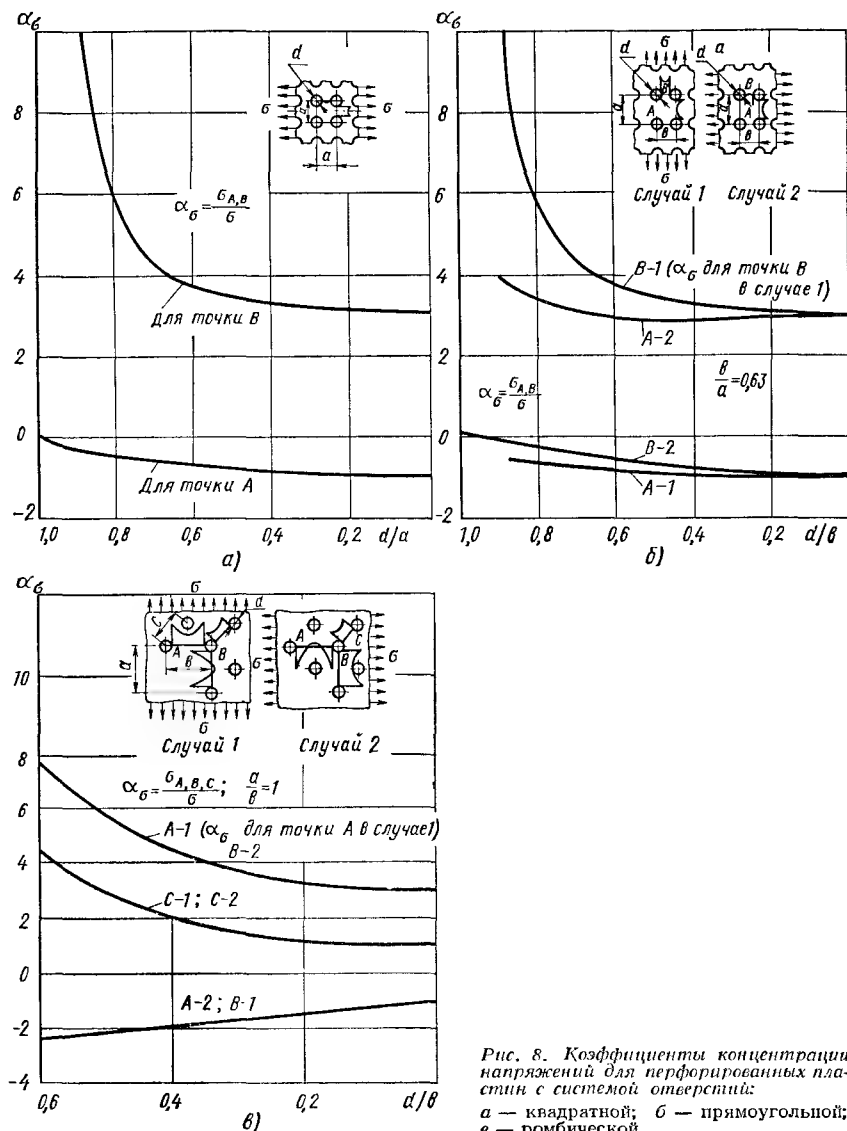


Рис. 7. Изменение коэффициентов концентрации в месте присоединения цилиндра к плоскому днцу

Расчет на малоцикловую прочность может быть проведен по методике, приведенной в гл. 2. На рис. 10 приведены результаты расчета для сосудов с патрубками, примыкающими к отбортовке и без отбортовки. Материалы

сосудов с отбортовкой — углеродистая сталь ($\sigma_B = 39 \text{ кгс/мм}^2$; $\psi = 55\%$), материал сосудов без отбортовки — углеродистая сталь ($\sigma_B = 42,5 \text{ кгс/см}^2$, $\psi = 45\%$). Значения коэффициента асимметрии деформаций принимали по



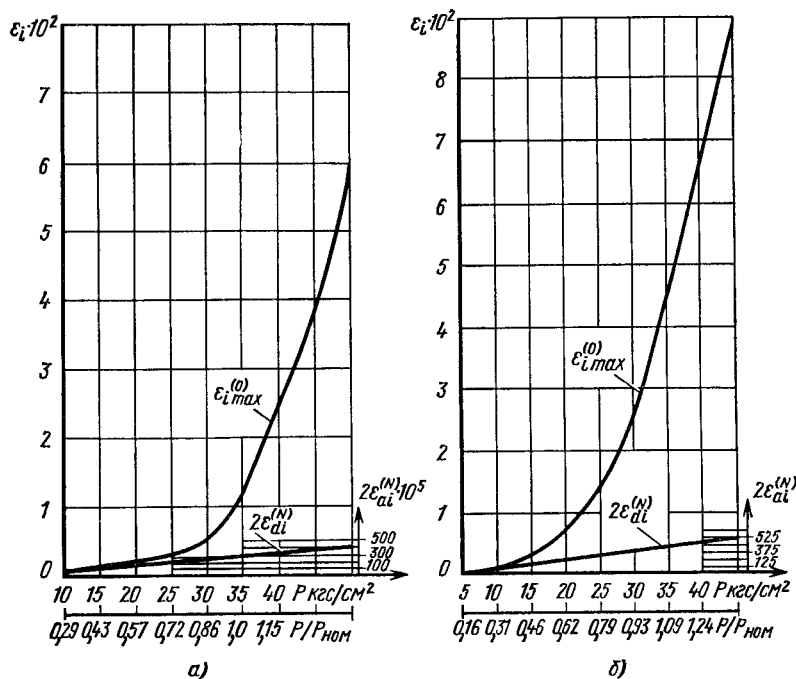


Рис. 9. Изменение интенсивности деформации и установившихся амплитуд деформации с ростом пульсирующего давления в зоне концентрации:
а — в примкнутом патрубке; б — в примкнутом к отбортовке патрубке

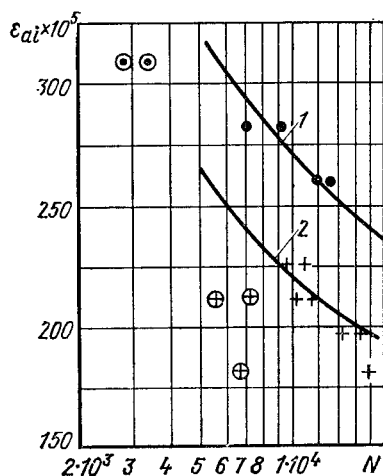


Рис. 10. Кривые малоциклового усталости, рассчитанные для примыкания патрубка к отбортовке (1) и для прямого примыкания (2), и данные эксперимента

танным эксперимента. На рис. 10 приведены также экспериментальные данные, полученные в результате испытаний сосудов пульсирующим давлением до образования течи [12]. Расчетные и экспериментальные данные находятся в хорошем соответствии, за исключением точек, соответствующих разрушению в зоне дефектов сварного шва (обведены кружками). Эти дефекты — видимые мелкие наружные раковины и включения — не допускаются в сосудах существующими нормами.

2. Линзовые и торовые компенсаторы и гибкие трубопроводы

Во многих отраслях промышленности широко применяют гибкие элементы, представляющие собой осесимметричные оболочки, как правило выполненные в виде сопряжений пластин или полных конических оболочек и торобразных оболочек. К таким элементам относятся линзовые и сильфонные компенсаторы, торовые компенсаторы, гибкие металлорукава и трубопроводы.

На рис. 11 приведена одна из возможных конструкций сильфонного компенсатора, используемого в трубопроводах, самокомпенсация которых не может быть обеспечена [1]. Такой компенсатор работает в условиях действия внутреннего давления и смещений на концах, вызываемых периодическим изменением температур. Для сильфонных компенсаторов характерны продольные (осевые) смещения, хотя возможны случаи использования их для компенсации угловых и боковых сме-

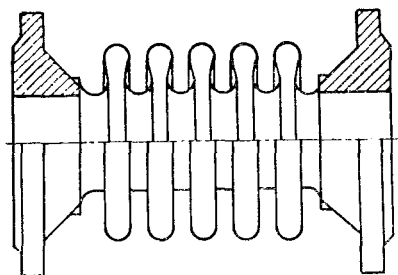


Рис. 11. Сильфонный компенсатор, используемый в трубопроводах

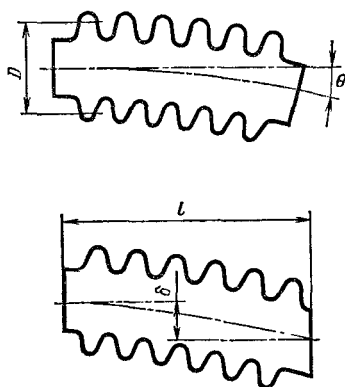


Рис. 12. Схема приведения углового и бокового смещений к продольному

щений. Случай осесимметричных граничных условий соответствует смещению u вдоль оси трубопровода. Повороту края оболочки как жесткого целого и боковому смещению его в направлении, перпендикулярном оси оболочки, соответствует обратно симметричный случай граничных условий. Этот случай можно приближенно привести к симметричному, полагая, что продольное смещение на краях, вызывающее те же максимальные напряжения определяется по уравнениям [11]:

для случая поворота $u_{\max} = \frac{D\theta}{2}$, для

случая бокового смещения $u_{\max} = \frac{3D\delta}{L}$

(см. рис. 12). Два других граничных условия на каждом из краев определяются условиями крепления оболочки к массивной части трубопровода ($\theta = 0$ и $\omega = 0$).

Сильфонные и линзовые компенсаторы используются в трубопроводах

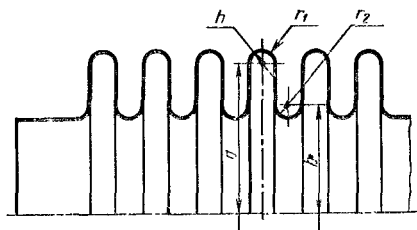


Рис. 13. Схема сильфонного компенсатора

различных сечений, и условный диаметр их может колебаться в достаточно широких пределах: от $D_y = 10$ до $D_y = 500$ мм и более. На рис. 13 приведена схема сильфонного компенсатора, на которой обозначены размеры, необходимые для расчета. Параметр, характеризующий гибкость компенсатора $\beta = \sqrt{12(1-\mu^2)} \left(\frac{r_1}{a} \cdot \frac{r_1}{h} \right)^{1/3}$ — при широком диапазоне типоразмеров равен 1,65—1,8.

Схема конструкции уплотняющего устройства крышки сосуда под давлением, работающего в условиях повышенной температуры приведена на рис. 14 [4]. Основную нагрузку от давления несет болтовое соединение, торовый элемент служит частично для уплотнения и для компенсации смещений, возникающих при нагреве и охлаждении крышки и корпуса сосуда. Для торового компенсатора такой конструкции, нагруженного внутренним давлением, характерны граничные условия, заданные в виде осесимметричных линейных и угловых смещений по краям оболочки. Как правило, температуру по толщине стенки и по меридиану оболочки можно считать постоянной. На рис. 15 приведена схема

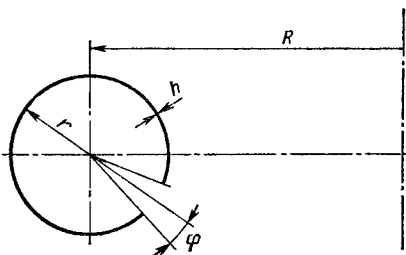


Рис. 15. Схема торового компенсатора

торового компенсатора с размерами, необходимыми для расчета.

В большинстве случаев можно считать, что статическая прочность компенсаторов зависит, в основном, от внутреннего давления, а разрушение от усталости определяется переменными смещениями его концов, вызванными изменением температуры в процессе работы. Влияние давления на усталость при этом не существенно. В то же время в некоторых случаях доля деформаций от давления в местах максимальных деформаций сопоставима с долей деформаций от смещений, и при переменном давлении нужно проводить расчет на усталость с учетом этого давления. Следует также иметь в виду, что несущая способность компенсаторов может определяться потерей устойчивости оболочки, но этот вопрос здесь не рассматривается.

Схематический чертеж гибкого трубопровода для жидкостей под давлением приведен на рис. 16, а на рис. 17 — возможные его смещения [8]. Условный диаметр таких трубопроводов (металлорукавов) колеблется от 20 до 125 мм и более. Такого типа металлорукава подвержены действию давления и напряжений, возникающих от многократных изгибов в процессе эксплуатации (см. рис. 7) по радиусам, составляющим 5—10 D_y .

Гофрированная часть металлорукава — это осесимметричная оболочка, смещения которой в осевом направлении ограничены металлической оплеткой и невелики, боковое смещение и поворот края оболочки обусловлены спецификой эксплуатации и для расчета оболочки должны быть приведены к эквивалентным осевым смещениям;

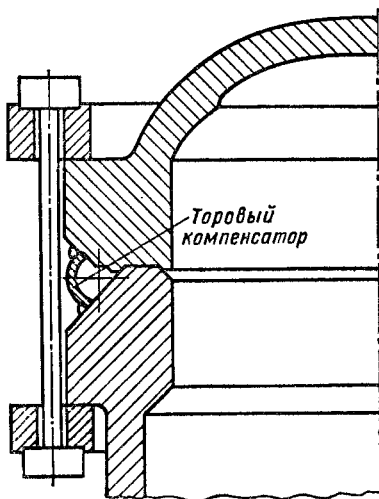


Рис. 14. Эскиз сосуда под давлением с торовым уплотнением

$u_{\text{эв}} = D \left(\frac{\theta}{2} + \frac{3\delta}{L} \right)$, где D — диаметр изгиба, θ — угол поворота краев, δ — боковое смещение, L — длина металлорукава.

Из опыта эксплуатации известно, что разрушение гофрированной части происходит в основном за счет малоцикловой усталости от многократных изгибов.

Как следует из гл. I для осесимметричного циклического упруго-пластического деформирования оболочки вращения постоянной толщины при постоянной температуре могут быть записаны следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(M_{\psi} r)}{ds} - \frac{1}{2} M_{\psi} \cos \psi - Qr + \\ + \frac{3}{4} \Phi_{\text{н}} D \frac{\cos \psi}{r} &= 0; \\ \frac{d(N_{\psi} r)}{ds} - \frac{1}{2} N_{\psi} \cos \psi - \frac{Qr}{R_1} + \\ + \Phi_{\text{п}} E h \left(w \frac{\sin \psi \cos \psi}{r} - \right. \\ \left. - u \frac{\cos^2 \psi}{r} \right) &= 0; \\ \frac{d(Q \cdot r)}{ds} + N_{\psi} \left(\frac{r}{R_1} - \frac{\sin \psi}{2} \right) - \\ - \Phi_{\text{п}} E h \left(w \frac{\sin^2 \psi}{r} - \right. \\ \left. - u \frac{\sin \psi \cos \psi}{r} \right) &= pr; \\ \frac{3}{4} \frac{d\Phi}{ds} \Phi_{\text{н}} D + M_{\psi} + \Phi_{\text{н}} D \frac{\cos \psi}{2r} &= 0; \\ \frac{du}{ds} \Phi_{\text{п}} E h - \frac{3}{4} N_{\psi} - \Phi_{\text{п}} E h \times \\ \times \left[w \left(\frac{1}{R_1} + \frac{\sin \psi}{2r} \right) - \right. \\ \left. - u \frac{\cos \psi}{2r} \right] &= 0; \\ \frac{dw}{ds} - \Phi + u \frac{1}{R_1} &= 0; \end{aligned} \right\} (10.1)$$

где $\Phi_{\text{п}} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \varphi d\eta$; $\Phi_{\text{н}} = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 \varphi (\eta - \Delta\eta_0)^2 d\eta$ — интегральные функции пластичности, $\Delta\eta_0 = \frac{2\Delta y_0}{h}$ (см. гл. I) —

относительное смещение нейтральной поверхности оболочки, h — толщина оболочки, D — цилиндрическая жесткость, $\mu = \frac{1}{2}$.

Для циклического деформирования усилия и смещения отсчитываются от момента начала разгрузки, $\varphi = S_i/\epsilon_i$ — функция пластичности, определяемая по диаграмме циклического деформирования.

Решение такого уравнения может быть получено методом последовательных приближений на ЭВМ [3].

Для анализа решений, полученных для компенсаторов, целесообразно рассмотреть зависимость перемещений и максимальных деформаций, поскольку те или иные перемещения зависят от условий работы компенсаторов, а максимальные деформации определяют число циклов до разрушения. Зависимость деформаций от числа циклов можно выразить в безразмерных величинах, отнеся перемещения к перемещениям, соответствующим пределу текучести $\bar{u} = u/u_T$, а деформации — к деформациям предела текучести $\bar{\epsilon} = \epsilon/\epsilon_T$. При этом оказывается, что в таких координатах при одной и той же безразмерной деформации $\bar{u}$ перемещения мало зависят от геометрических параметров оболочки (компенсатора) и от вида смещений на границах.

На рис. 18 приведены графики $\bar{u}(\bar{\epsilon})$ для сильфонных компенсаторов. По деформациям кривые отличаются не более чем на 10%.

Аналогичные графики построены для торцовых компенсаторов для различных углов раствора (рис. 19), различных видов смещений на контуре (рис. 20), различных отношений r/R (рис. 21) и различных отношений r/h (рис. 22). Из рисунков следует, что при значениях деформации $\bar{\epsilon} \leq 10$ все факторы, кроме относительной толщины, мало влияют на относительные перемещения $\bar{u}$. Влияние относительной толщины r/h в очень широком диапазоне (от 4 до 60) достигает 25% по деформациям, но в обычном для торцовых компенсаторов диапазоне $r/h = 5 \div 10$ это влияние намного меньше.

На деформированное состояние торцовой оболочки влияет расположение раствора относительно оси оболочки. Однако в безразмерных коор-

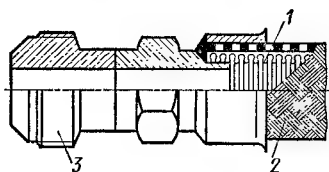


Рис. 16. Эскиз гибкого трубопровода для жидкостей под давлением

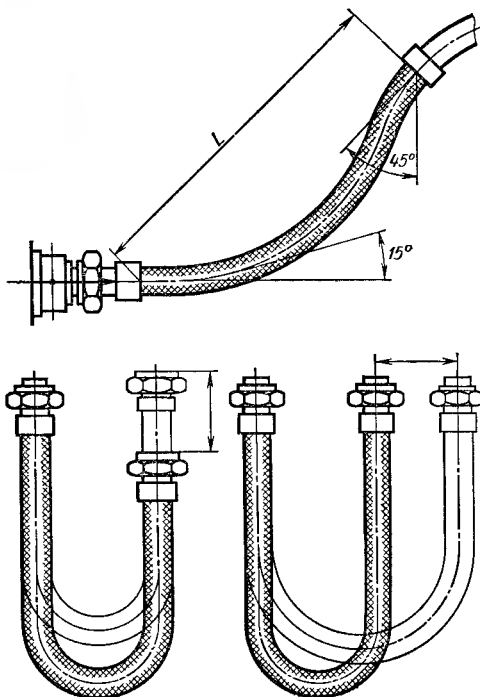


Рис. 17. Смещения металлорукава

динах такое влияние несущественно (рис. 23).

Такая приближенная инвариантность зависимости перемещений от деформаций в безразмерных координатах справедлива, конечно, лишь в ограниченном диапазоне параметров оболочек, соответствующем области широко применяемых типоразмеров сильфонных и торообразных компенсаторов. Эта зависимость позволяет для данного материала и типа компенсатора организовать расчет в упругопластической области лишь каким-либо одним смещением и одним типоразмером, при этом, однако, нужно иметь в виду, что для получения упругого перемещения, соответствующего достижению предела текучести, расчет оболочки в упругой области нужно проводить для каждого рассматриваемого случая. При этом могут быть использованы уравнения (10.1).

Решение системы уравнений (10.1) на ЭВМ обеспечивает получение зависимо-

стей перемещений от максимальных деформаций при любых граничных условиях и дает возможность выполнить соответствующий расчет несущей способности. Представляет интерес более простое приближенное решение, позволяющее получить аналогичную зависимость на основе решения по балочной схеме, к которой может быть приведена оболочка, если пренебречь жесткостью в окружном направлении. При этом, конечно, учет ряда факторов, в том числе давления, невозможен.

Возможность замены точного расчета оболочки приближенным по балочной схеме вытекает из отмеченной выше слабой чувствительности безразмерной зависимости $\bar{u}$ (ϵ) к геометрическим параметрам оболочки и доли смещений на ее краях.

В качестве примера рассмотрим методику расчета сильфонного компенсатора по балочной схеме.

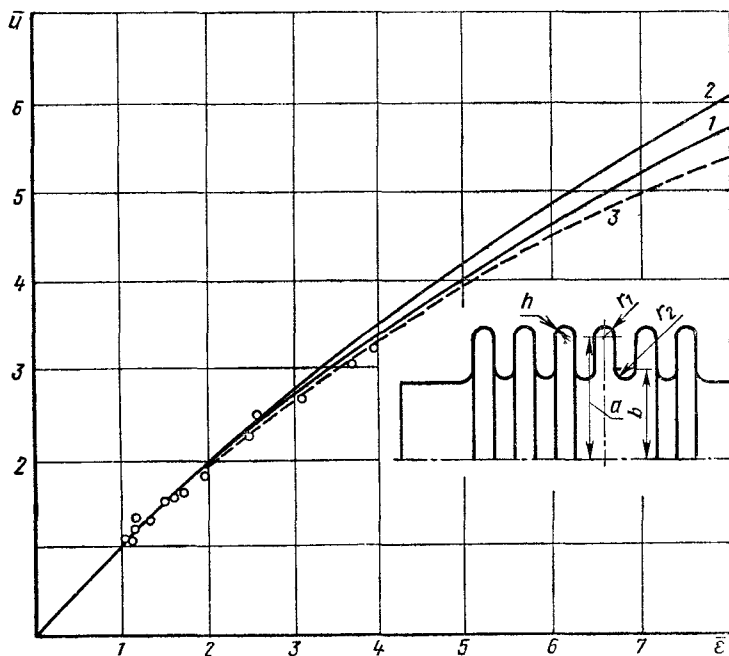


Рис. 18. График относительных перемещений для сильфонных компенсаторов: 1 — $D_y = 250$ мм; 2 — $D_y = 10$ мм; 3 — $D_y = 250$ мм; расчет по балочной схеме

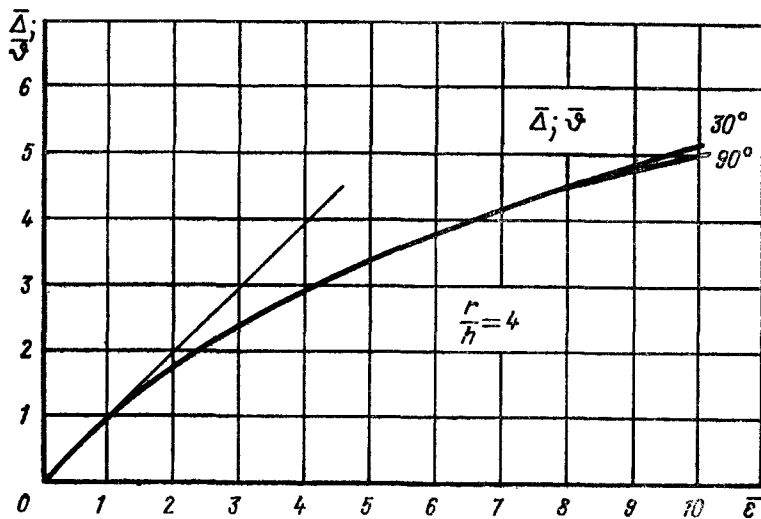


Рис. 19. Относительные смещения в зависимости от угла раствора тора

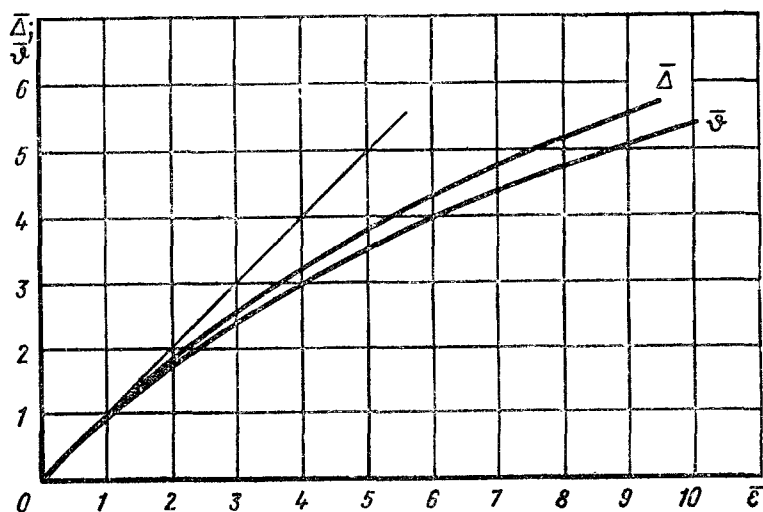


Рис. 20. Относительные смещения (угловые, линейные)

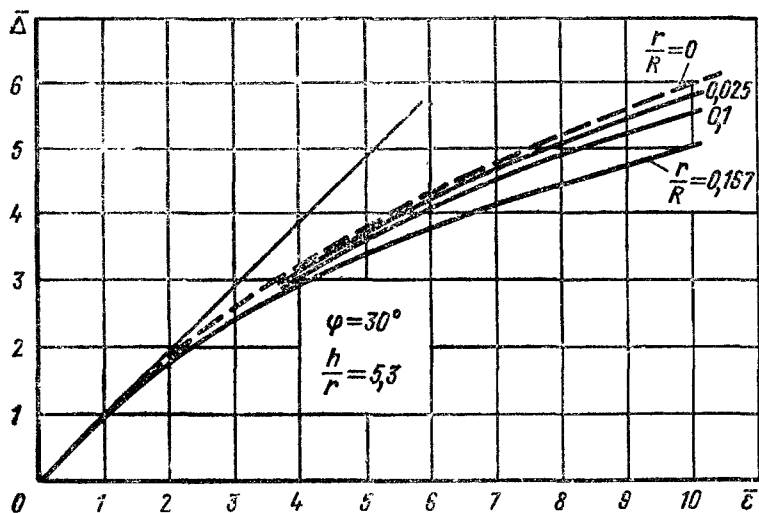


Рис. 21. Относительные смещения при разных отношениях радиусов тора

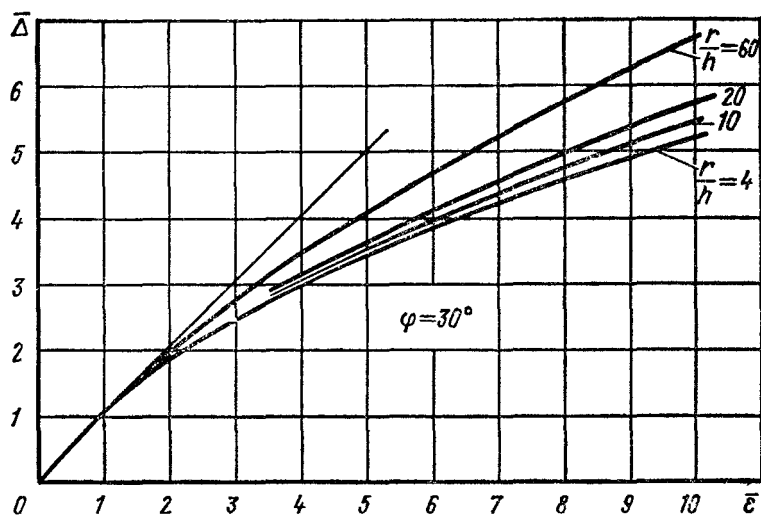


Рис. 22. Относительные смещения при разных относительных толщинах

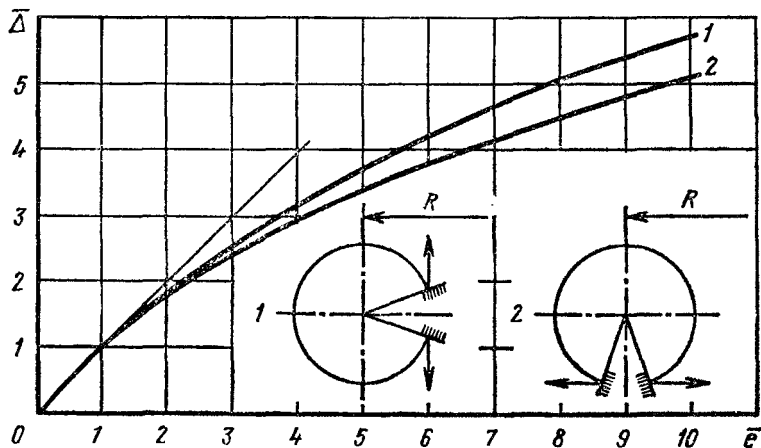


Рис. 23. Относительные смещения для разных схем расположения раствора тора

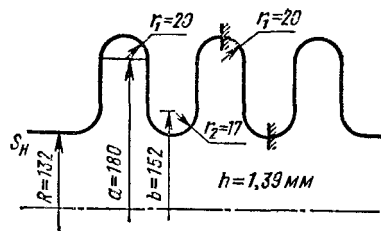


Рис. 24. Схема сечения оболочки сильфонного компенсатора (размеры в мм)

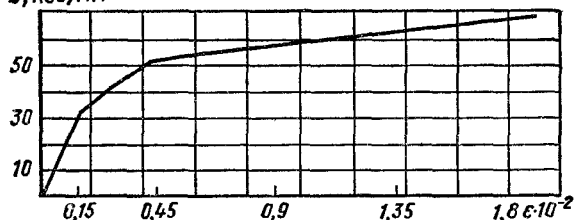
$S, \text{кгс/мм}^2$ 

Рис. 25. Расчетная диаграмма циклического деформирования

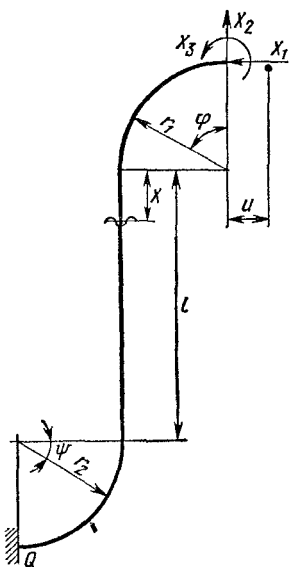


Рис. 26. Балочная схема сифонного компенсатора (см. рис. 24)

Эскиз сифонного компенсатора приведен на рис. 24. Материал: сталь 12Х18Н9Т при 20 °С, циклически стабильная. Диаграмма циклического деформирования, по которой определяют параметры полигональной аппроксимации $A_n(k)$ и $B_n(k)$ приведена на рис. 25. На рис. 26 дана схема статически-неопределимой балки, по которой проводится расчет компенсатора. Расчет ведется по методике, описанной в гл. 1 при заданном смещении u между заделками. Канонические уравнения принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} e_1^{(a)} \delta_{11} + e_2^{(a)} \delta_{12} + e_3^{(a)} \delta_{13} &= u; \\ e_1^{(a)} \delta_{21} + e_2^{(a)} \delta_{22} + e_3^{(a)} \delta_{23} &= 0; \\ e_1^{(a)} \delta_{31} + e_2^{(a)} \delta_{32} + e_3^{(a)} \delta_{33} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.2)$$

В качестве характерного сечения принимаем сечение (а) в заделке. Коэффициенты канонических уравнений вычисляем по формуле (см. гл. 1)

$$\delta_{ik} = \Phi_{ii}^{(a)} \int_s \frac{M_i^0 M_k^*}{\Phi_{ii}}.$$

Выражения для усилий

при $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

$$M_1^0 = r(1 - \cos \varphi);$$

$$M_2^0 = r_1 \sin \varphi; \quad M_3^0 = 1;$$

$$M_1^* = \frac{M_1^0}{M_1^{(a)}} = \frac{r_1(1 - \cos \varphi)}{r_1 + r_2 + l};$$

$$M_2^* = \frac{M_2^0}{M_2} = \frac{r_1 \sin \varphi}{r_1 + r_2}; \quad M_3^* = 1;$$

при $0 \leq x \leq l$

$$M_1^0 = r_1 + x; \quad M_2^0 = r_1; \quad M_3^0 = 1;$$

$$M_1^* = \frac{r_1 + x}{r_1 + r_2 + l}; \quad M_2^* = \frac{r_1}{r_1 + r_2};$$

$$M_3^* = 1;$$

при $0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{2}$

$$M_1^0 = r_1 + l + r_2 \sin \psi;$$

$$M_2^0 = r_1 + r_2(1 - \cos \psi); \quad M_3^0 = 1;$$

$$M_1^* = \frac{r_1 + l + r_2 \sin \psi}{r_1 + r_2 + l};$$

$$M_2^* = \frac{r_1 + r_2(1 - \cos \psi)}{r_1 + r_2}; \quad M_3^* = 1.$$

Коэффициенты уравнения δ_{ik} :

$$\begin{aligned} \delta_{11} = & \frac{\Phi_{ii}^{(a)}}{r_1 + r_2 + l} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1^2 (1 - \cos \varphi)^2}{\Phi_{ii}} d\varphi + \right. \\ & + \int_0^l \frac{(r_1 + x)^2}{\Phi_{ii}} dx + \\ & \left. + \int_0^{\pi/2} \frac{(r_1 + l + r_2 \sin \psi)^2 r_2}{\Phi_{ii}} d\psi \right]; \end{aligned}$$

$$\delta_{12} = \frac{\Phi_{\Pi}^{(a)}}{r_1 + r_2} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1^2 (1 - \cos \varphi) \sin \varphi}{\Phi_{\Pi}} d\varphi + \int_0^l \frac{(r_1 + x) r_1}{\Phi_{\Pi}} dx + \right. \\ \left. + \int_0^{\pi/2} \frac{(r_1 + l + r_2 \sin \psi) [r_1 + r_2 (1 - \cos \psi)] r_2}{\Phi_{\Pi}} d\psi \right];$$

$$\delta_{13} = \Phi_{\Pi}^{(a)} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1^2 (1 - \cos \varphi)}{\Phi_{\Pi}} d\varphi + \int_0^l \frac{(r_1 + x)}{\Phi_{\Pi}} dx + \int_0^{\pi/2} \frac{(r_1 + l + r_2 \sin \psi) r_2}{\Phi_{\Pi}} d\psi \right];$$

$$\delta_{21} = \frac{\Phi_{\Pi}^{(a)}}{r_1 + r_2 + l} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1^3 \sin \varphi (1 - \cos \varphi)}{\Phi_{\Pi}} d\varphi + \int_0^l \frac{r_1 (r_1 + x) dx}{\Phi_{\Pi}} + \right. \\ \left. + \int_0^{\pi/2} \frac{(r_1 + l + r_2 \sin \psi) [r_1 + r_2 (1 - \cos \psi)] r_2 d\varphi}{\Phi_{\Pi}} \right];$$

$$\delta_{22} = \frac{\Phi_{\Pi}^{(a)}}{r_1 + r_2} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1^3 \sin^2 \varphi}{\Phi_{\Pi}} d\varphi + \int_0^{\pi/2} \frac{[r_1 + r_2 (1 - \cos \psi)]^2 r_2}{\Phi_{\Pi}} d\psi \right],$$

$$\delta_{23} = \Phi_{\Pi}^{(a)} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1^2 \sin \varphi}{\Phi_{\Pi}} d\varphi + \int_0^l \frac{r_1 dx}{\Phi_{\Pi}} + \int_0^{\pi/2} \frac{[r_1 + r_2 (1 - \cos \psi)] r_2}{\Phi_{\Pi}} d\psi \right];$$

$$\delta_{31} = \frac{\Phi_{\Pi}^{(a)}}{r_1 + r_2 + l} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1^2 (1 - \cos \psi)}{\Phi_{\Pi}} d\varphi + \int_0^l \frac{(r_1 + x) dx}{\Phi_{\Pi}} + \right. \\ \left. + \int_0^{\pi/2} \frac{(r_1 + l + r_2 \sin \psi) r_2}{\Phi_{\Pi}} d\psi \right];$$

$$\delta_{32} = \frac{\Phi_{\Pi}^{(a)}}{r_1 + r_2} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1^2 \sin \varphi}{\Phi_{\Pi}} d\varphi + \int_0^l \frac{r_1 dx}{\Phi_{\Pi}} + \int_0^{\pi/2} \frac{[r_1 + r_2 (1 - \cos \psi)] r_2}{\Phi_{\Pi}} d\psi \right];$$

$$\delta_{33} = \Phi_{\Pi}^{(a)} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{r_1 d\varphi}{\Phi_{\Pi}} + \int_0^l \frac{dx}{\Phi_{\Pi}} + \int_0^{\pi/2} \frac{r_2 d\psi}{\Phi_{\Pi}} \right].$$

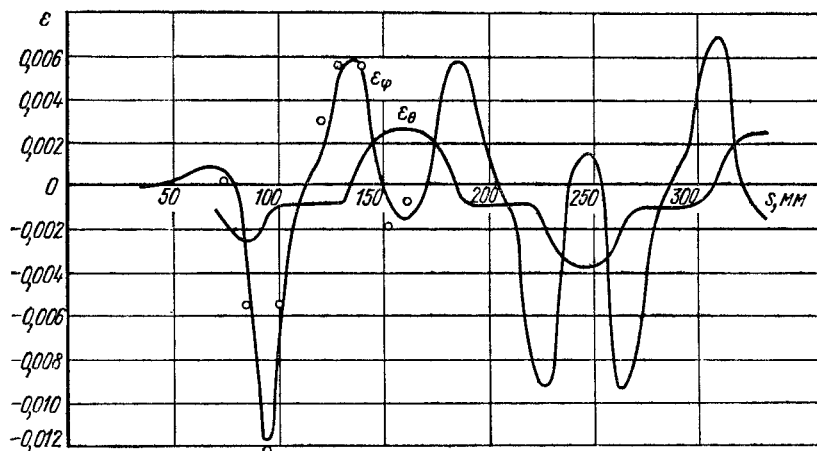


Рис. 27. Сопоставление точного расчета и данных эксперимента для сильфонного компенсатора (см. рис. 24)

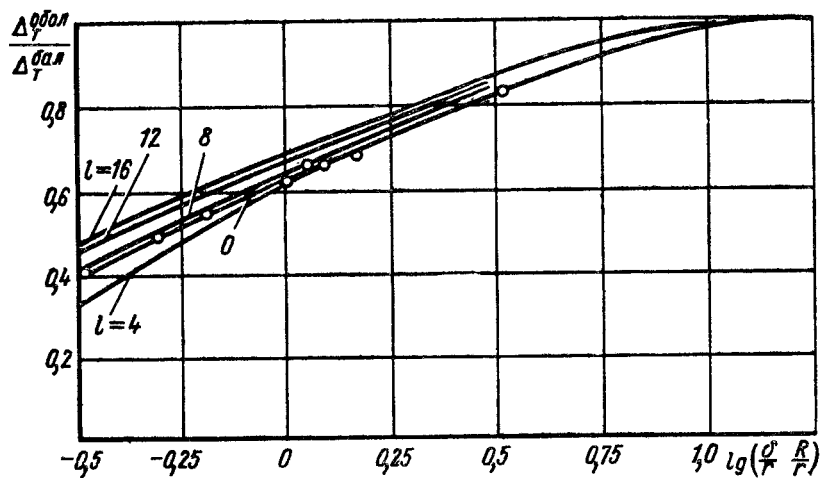


Рис. 28. Зависимости $\Delta_{\text{обол}}/\Delta_{\text{бал}}$ от $\lg\left(\frac{\delta}{r} \frac{R}{r}\right)$ при различных значениях l (обозначения см. на рис. 29 и 31)

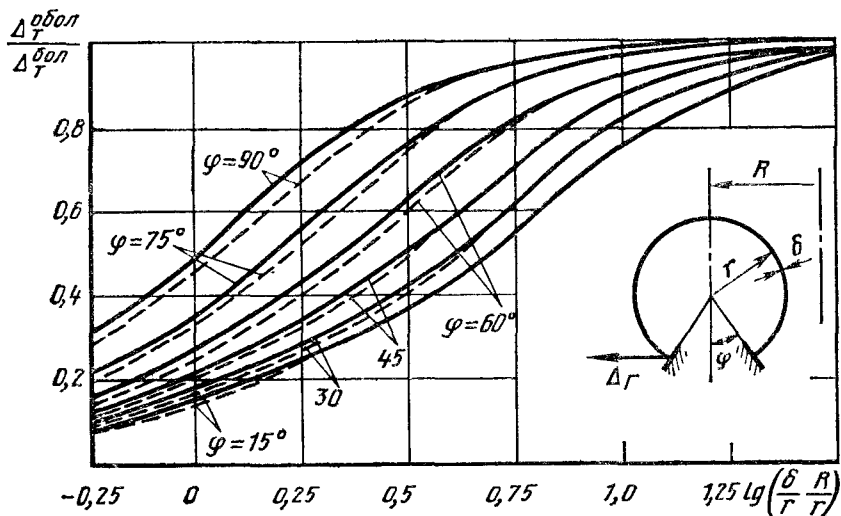


Рис. 29. Зависимости $\Delta_{Т}^{обол}/\Delta_{Т}^{бал}$ от $\lg\left(\frac{\delta}{2} \frac{R}{r}\right)$ при различных значениях φ

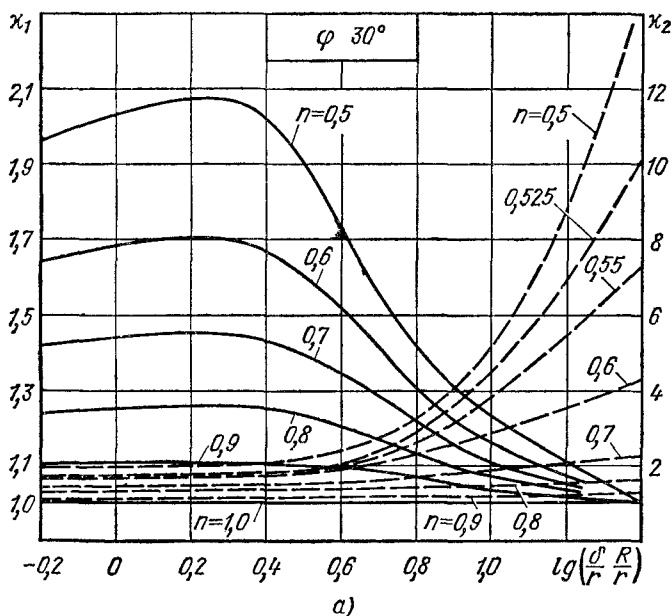
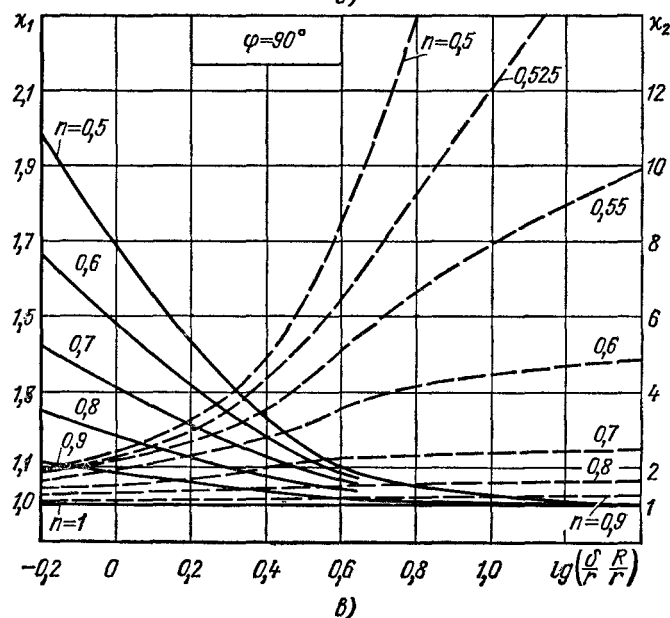
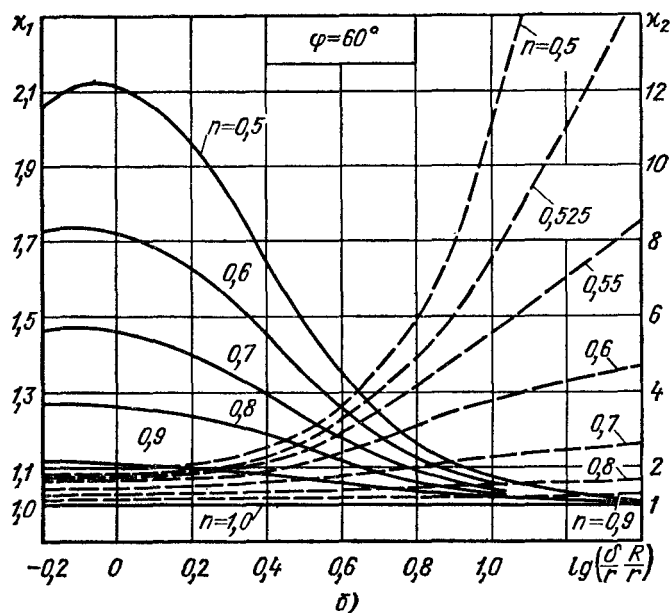


Рис. 30. Значения поправочных коэффициентов к графикам на рис. 29: а — при $\varphi = 30^\circ$; б — при $\varphi = 60^\circ$; в — при $\varphi = 90^\circ$



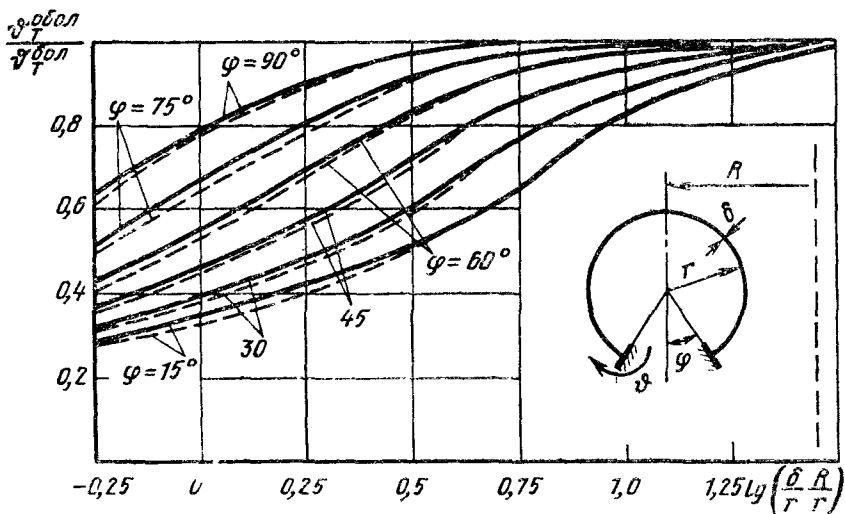


Рис. 31. Отношение угловых смещений, соответствующих достижению предела пропорциональности рассчитанных для торевой оболочки и по балочной схеме

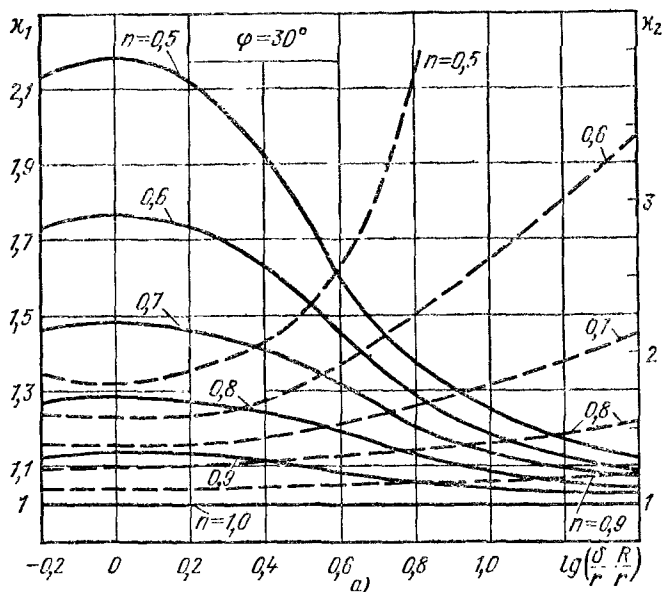
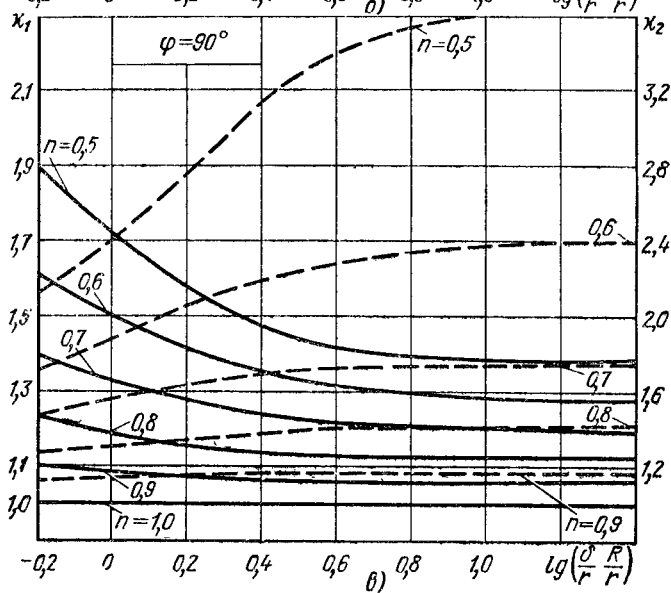
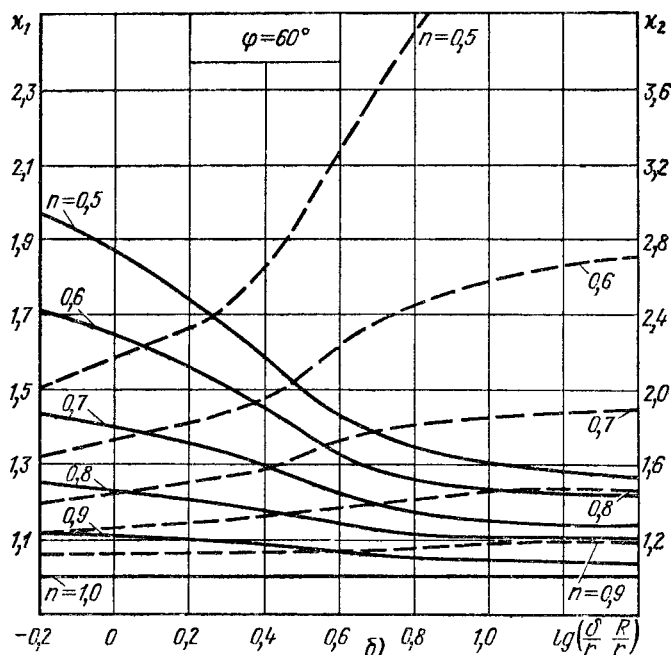


Рис. 32. Значения поправочных коэффициентов к графикам на рис. 31 а — при $\varphi = 30^\circ$; б — при $\varphi = 60^\circ$; в — при $\varphi = 90^\circ$



Обозначив выражения в скобках через J_{ik} и введя безразмерные деформации $\bar{\epsilon}$ и перемещения $\bar{u}$, получим

$$\left. \begin{aligned} & \bar{\epsilon}_1^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2 + l} J_{11} + \bar{\epsilon}_2^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2} \times \\ & \times J_{12} + \bar{\epsilon}_3^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2} J_{13} = \frac{\bar{u}_T}{e_T}; \\ & \bar{\epsilon}_1^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2 + l} J_{21} + \bar{\epsilon}_2^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2} J_{22} + \\ & + \bar{\epsilon}_3^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2} J_{23} = 0; \\ & \bar{\epsilon}_1^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2 + l} J_{31} + \bar{\epsilon}_2^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2} \times \\ & \times J_{32} + \bar{\epsilon}_3^{(a)} \frac{\Phi_{II}^{(a)}}{r_1 + r_2} J_{33} = 0. \end{aligned} \right\} (10.2)$$

Эта система решается методом последовательных приближений, причем интегралы J_{ik} вычисляются для каждого приближения с учетом изменения функции пластичности Φ_{II} от максимальной деформации $\epsilon_{\max}$ (см. гл. 1).

Получив ряд решений системы (10.2) для различных значений $\bar{u}$ можно построить зависимость $\bar{u}$ от $\epsilon_{\max}$. На рис. 18 эта зависимость, полученная по балочной схеме для компенсатора, изображенного на рис. 26, сопоставлена с аналогичной, полученной в результате точного решения системы уравнений (10.1) для оболочки. Как следует из рис. 18, отличие этих зависимостей в относительных координатах невелико. Здесь же приведены данные эксперимента, полученные при испытаниях силфона таких же параметров [6], соответствие расчета и эксперимента также достаточно хорошее (рис. 27).

Аналогичные зависимости приведены на рис. 21 для относительных перемещений торового компенсатора, вычисленные по балочной схеме (аналогично тому, как это было сделано выше) и по точному решению. Из рис. 21 видно, что приближенное решение (пунктирные кривые) существенно не отличается от точного.

Для перехода от безразмерного перемещения к абсолютному перемещению на краю оболочки, необходимо знать упругое перемещение, соответствующее достижению предела текучести (пропорциональности). Для линзовых компенсаторов можно воспользоваться графиком (рис. 28), на котором приведено в зависимости от параметров компенсатора отношение смещения оболочки к

смещению балки, при достижении предела текучести.

В качестве безразмерного параметра принято значение $\lambda = hb/r_2 r_2$ (см. рис. 24). При таком выборе параметра λ , отношение смещений мало зависит от высоты гофров $l = a - b$ и других конструктивных параметров линзового компенсатора, так что для расчета может быть использована осредненная кривая. На рис. 28 точками показаны значения $u^{\text{об}}/u_T^{\text{бал}}$ для линзовых компенсаторов по одной из ведомственных нормалей, размеры компенсаторов изменялись от $D_y \approx 70$ мм до $D_y \approx 1300$ мм; даже при весьма широком диапазоне типоразмеров осредненная кривая дает хорошие результаты.

Для торовых компенсаторов граничные условия многообразны и поэтому необходимо использовать более сложные зависимости [5].

На рис. 29 приведены отношения линейных смещений, перпендикулярных оси тора, к соответствующим значениям для балки при достижении предела текучести $\Delta_T^{\text{об}}/\Delta_T^{\text{бал}}$, нанесенные в зависи-

мости от параметра $\lambda = \frac{\delta}{r} \frac{R}{r}$; сплош-

ные линии соответствуют смещению только на наружном контуре, штриховые — только на внутреннем. Однако при задании граничных условий возможны варианты приложения смещений и на наружной и на внутренней окружности границы, кроме того смещения могут быть направлены как в одну, так и в разные стороны.

Если соотношения линейных смещений заданы как $n : k$, где $n > k$, то безразмерное смещение, по которому можно вести расчет с помощью графиков (см. рис. 29)

$$\bar{\Delta} = \frac{\Delta_1^{\text{об}}}{n\lambda\Delta_T^{\text{об}}},$$

где $\Delta_1^{\text{об}}$ — наибольшее смещение на одном из контуров;

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{|\Delta_1^{\text{об}}|}{|\Delta_1^{\text{об}}| + |\Delta_2^{\text{об}}|}; \\ k &= \frac{|\Delta_2^{\text{об}}|}{|\Delta_2^{\text{об}}| + |\Delta_1^{\text{об}}|}; \quad n + k = 1; \end{aligned} \right\} (10.3)$$

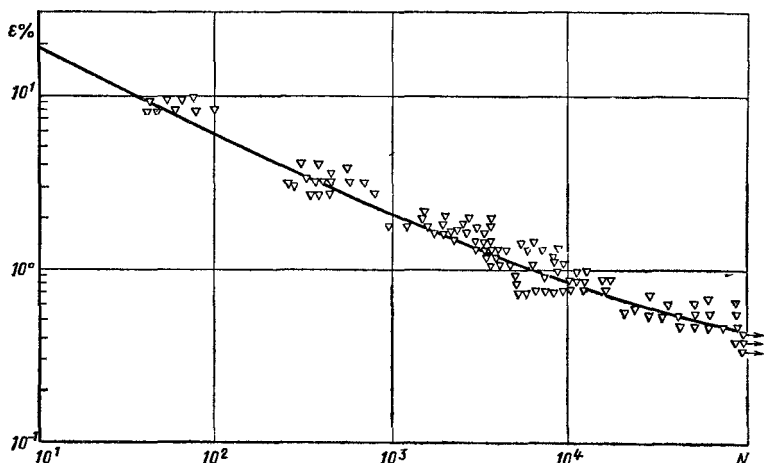


Рис. 33. Кривая малоциклового усталости, полученная при испытаниях металлорукавов

χ — коэффициент, учитывающий направление смещений и их соотношение.

Коэффициент χ определяется по рис. 30 в зависимости от параметров λ и n [5]; $\Delta_T^{об}$ — определяется по графикам на рис. 29. Таким образом, для заданного торового компенсатора и заданных смещений на его границах Δ_1 и Δ_2 расчет по вычисленным заранее по балочной схеме графикам $\bar{\Delta}(\epsilon)$ ведут следующим образом: определяют n и k , вычисляют параметр λ , по графикам на рис. 30 определяют коэффициенты χ (сплошные линии (χ_1) соответствуют смещениям в разные стороны, пунктирные (χ_2) — в одну сторону), для данной схемы вычисляют значение смещения, соответствующее достижению предела текучести при балочной схеме $\Delta_T^{бал}$, по графику (см. рис. 29) определяют $\Delta_T^{об}$, причем, если наибольшее смещение действует на наружном контуре используют сплошные линии, если на внутреннем — пунктирные. Затем по приведенной выше формуле вычисляют Δ и по графикам, например, рис. 21 определяют соответствующую ему деформацию ϵ .

Совершенно аналогично могут быть получены угловые ϑ смещения для

торовой оболочки. Соответствующие графики приведены на рис. 31 и рис. 32.

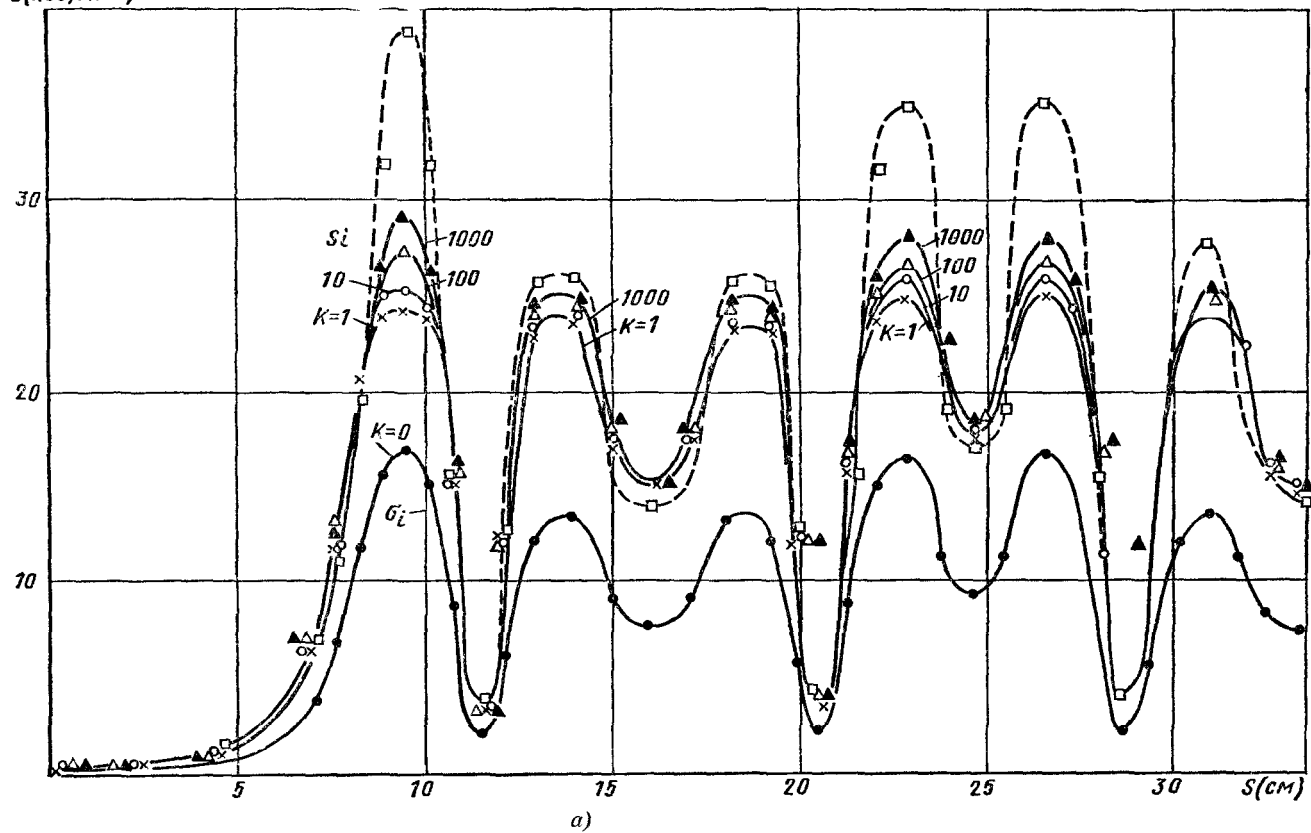
Порядок вычислений остается таким же, что и для линейных смещений.

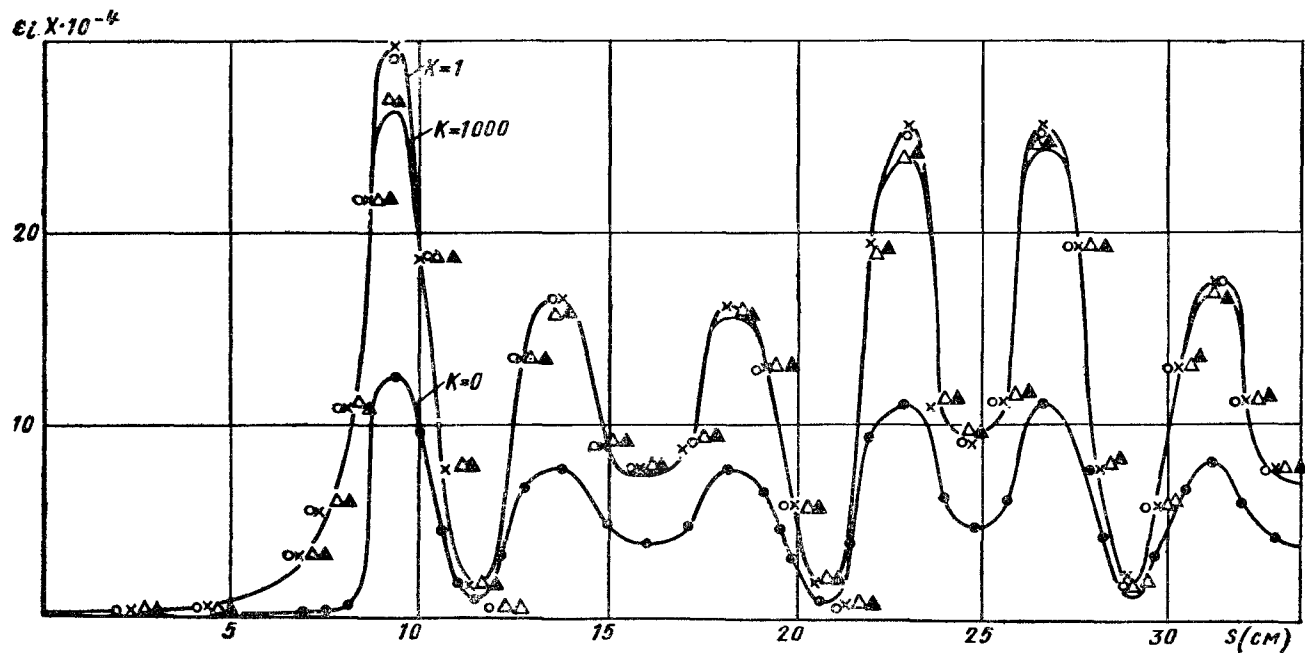
Из условий работы компенсаторов и металлорукавов, рассмотренных выше, вытекает необходимость расчета их на малоцикловую усталость от периодических смещений, вызванных изменением температуры или перемещениями при эксплуатации. Такой расчет может проводиться на основе исходных положений, изложенных в гл. 2 с учетом того обстоятельства, что в процессе деформирования осуществляется нагружение, близкое к жесткому, так как условиями работы задаются смещения. В соответствии с этим для расчета можно использовать кривую усталости при жестком нагружении, которая в наиболее простом виде может быть записана в виде (см. гл. 2)

$$e_a = \frac{1}{4} \ln \frac{1}{1 - \psi} \cdot \frac{1}{\sqrt{N}} + \frac{\sigma_{-1}}{E}. \quad (10.4)$$

На рис. 33 приведены данные испытаний 360 металлорукавов различных типоразмеров на малоцикловую усталость [7]. Гофрированная часть металлорукава была изготовлена из стали 12X18H10T циклически стабильный при нормальной температуре, испытания проводились при заданных ради-

$S(\text{K}^2\text{C}/\text{MM}^2)$





б)

Рис. 34. Распределение интенсивностей напряжений (а) и интенсивностей деформаций (б) вдоль меридиана оболочки при различных числах полуциклов

усах изгиба рукава, пересчитанных в деформацию. Из рис. 33 видно, что уравнение (10.4) достаточно хорошо соответствует совокупности данных (принято $\psi = 67\%$; $\sigma_{-1} = 24$ кгс/мм²).

Для гибких элементов, изготовленных из упрочняющихся или разупрочняющихся материалов, максимальные деформации не остаются при заданных смещениях постоянными (хотя меняются не существенно), и в этом случае условие разрушения принимает вид (см. гл. 2)

$$\left[\int_0^N \left(e_a - \frac{\sigma_{-1}}{E} \right)^2 dN \right] = \left(\frac{1}{4} \ln \frac{1}{1-\psi} \right)^2. \quad (10.5)$$

При работе компенсаторов в условиях высоких температур необходимо принимать во внимание изменение во времени пластичности при разрушении $\varepsilon_p(t_p)$ и в этом случае условие разрушения может быть приближенно записано следующим образом (см. гл. 4):

$$\left[\int_0^N \left(\frac{e_a - \frac{\sigma_{-1}}{E}}{\varepsilon_p(t_p)} \right)^2 dN \right] = 1. \quad (10.6)$$

Запасы прочности компенсаторов и металлорукавов могут определяться по перемещениям для заданного срока службы N

$$n_u = \frac{u_{\text{пред}}}{u_{\text{раб}}}$$

либо по числу циклов до разрушения

$$n_N = \frac{N_{\text{пред}}}{N_{\text{раб}}}$$

для заданных перемещений.

Минимально допустимый запас по перемещениям может быть принят в пределах от 1,5 до 2, запас n_N — в пределах от 7 до 10 при условии, что при расчете механические характеристики принимались по нижним границам технических условий.

Рассмотрим в качестве примера расчет на прочность компенсатора $D_y = 250$ мм при температуре 250° , изготовленного из стали 12Х18Н9Т, упрочняющейся при этой температуре. Расчетные размеры компенсатора в см: $r_1 = 2$; $r_2 = 1,7$; $a = 18$; $b = 15,2$;

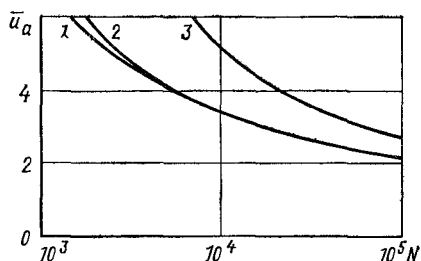


Рис. 35. Предельные амплитуды перемещения в зависимости от числа циклов до разрушения для сильфонного компенсатора при температуре 250° С (кривая 1 — с учетом кинетики деформаций, кривая 2 — без учета кинетики, кривая 3 — расчет по ASME)

$h = 0,139$; механические и циклические свойства: $\sigma_t = 11$ кгс/мм²; $\sigma_{-1} = 16,5$ кгс/мм²; $\psi = 57\%$; $E = 1,95 \times 10^4$ кгс/мм²; $A = 1,13$; $\alpha = 0,15$.

На рис. 34, а, б приведено распределение интенсивности деформаций и напряжений вдоль меридиана сильфонного компенсатора, полученное в результате решения уравнений (10.1). Сплошными линиями даны размахи деформаций и напряжений для различных чисел полуциклов и пунктиром — в предположении упругого деформирования, осевое смещение в этом случае было принято $u = \pm 0,334$ см ($\bar{u} = \frac{u}{u_t} = 2$). Перемещение, соответствующее достижению предела пропорциональности в наиболее напря-

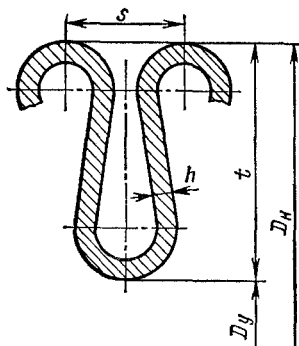


Рис. 36. Схема гофрированной части оболочки к номограмме на рис. 37

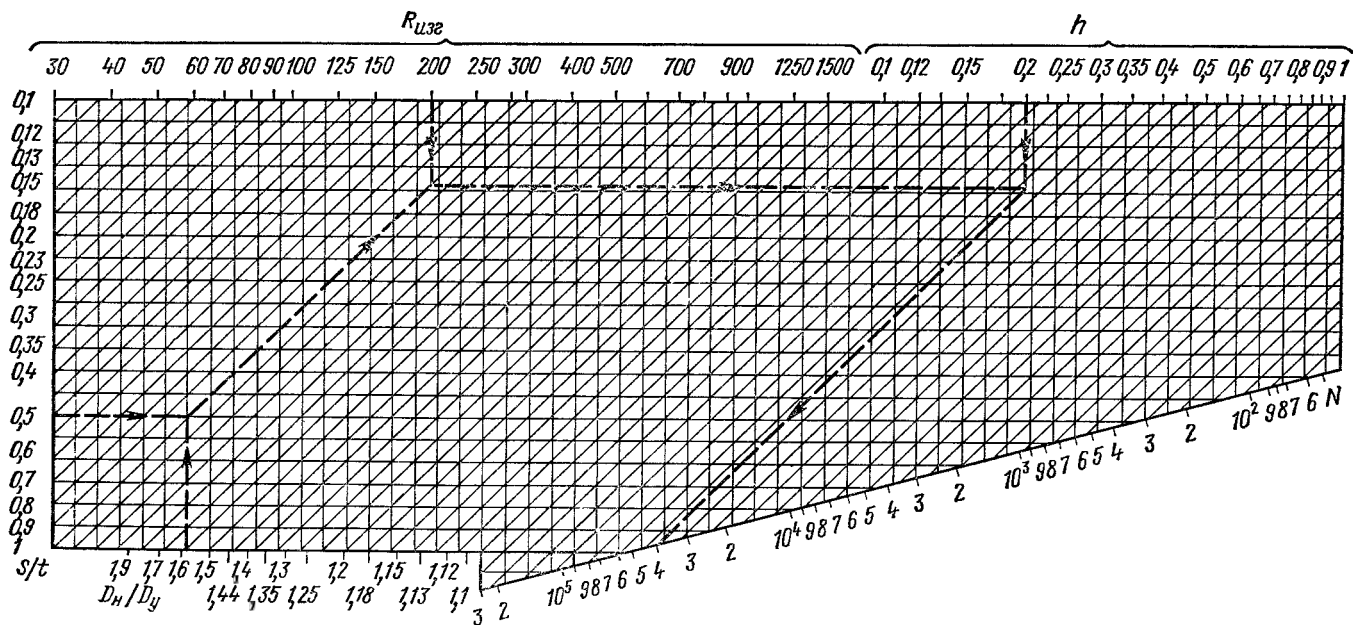


Рис. 37. Номограмма для приближенного определения числа циклов до разрушения гофрированных оболочек (металлорукава и силфона) из стали 12X18H9T при 20° С [9]

женном сечении компенсатора $u_t = 0,167$ см. Характерно, что размах деформаций с ростом числа циклов меняется незначительно. Определив значения максимальных амплитуд деформаций при различных амплитудах перемещений и числах циклов можно найти изменение амплитуд деформаций по числу циклов и по формуле (10.4) рассчитать долговечность при заданном уровне перемещений. На рис. 35 приведены кривые перемещений по числу циклов до разрушения. Кривая 1 построена с учетом кинетики деформаций, кривая 2 — без учета изменения деформаций, причем для расчета принята амплитуда деформаций при числе циклов 50. Кривая усталости 3 получена по уравнению (10.4) в предположении, что материал остается упругим. Последний случай соответствует расчету на малоцикловую усталость по нормам [10] или [13].

Следует отметить, что кривые предельных перемещений 1 и 2 мало отличаются во всем диапазоне чисел циклов; кривая 3 дает завышенные значения чисел циклов до разрушения при числе цикла меньше 10^5 , что соответствует амплитуде относительного перемещения $\bar{u}$ порядка двух.

Расчет, приведенный выше, был выполнен на основе точного решения для

оболочки. Анализ приближенных решений, проведенных по балочной схеме, показывает, что в пределах амплитуд перемещений до $\bar{u} = 4$ для расчета несущей способности компенсаторов можно пользоваться балочной схемой, определяя перемещение, соответствующее пределу пропорциональности, по точному решению для упругой оболочки.

Для приближенных расчетов чисел циклов до разрушения может быть использована номограмма, для металлорукавов из стали 12Х18Н9Т, основанная на упрощенном расчете деформаций и уравнении (10.4) кривой малоцикловой усталости [8]. Размеры гофрированной части обозначены на рис. 36, номограмма и ключ к ее использованию даны на рис. 37. Здесь число циклов до разрушения определяется в зависимости от радиуса изгиба рукава $R_{изг}$. Эта же номограмма может быть использована для оценки долговечности сильфонных компенсаторов из стали 12Х18Н9Т при температуре 20°C при заданном осевом смещении u волны гофра. В этом случае расчет ведется для фиктивного радиусагиба

$$R_{изг} = \frac{D_y}{2} \left[\frac{S \left(\frac{D}{D_y} + 1 \right)}{2u} - \frac{D}{D_y} \right].$$

Список литературы

1. Бурцев К. Н. Металлические сильфоны. М., Машгиз 1963, 163 с.
2. Волошин А. А., Самсонов Ю. А. Расчет и конструирование перескакивающих оболочек сосудов. Л., «Машиностроение», 1968, 126 с.
3. Гокун М. В., Ривкин Е. Ю., Шнейдерович Р. М. Расчет тонкостенной оболочки вращения при циклическом упруго-пластическом деформировании. — «Машиноведение», 1971, № 2, с. 61—65.
4. Гокун М. В., Шнейдерович Р. М. Расчет компенсаторов на малоцикловую прочность. — «Машиноведение», 1971, № 4, с. 69—75.
5. Гокун М. В., Филатов В. М., Шнейдерович Р. М. Расчет торковых компенсаторов на малоцикловую прочность. — «Проблемы прочности», 1973, № 8, с. 16—21.
6. Гусенков А. П., Величкин Н. Н. Исследование прочности волнистых компенсаторов при малоцикловом нагружении. — «Проблемы прочности», 1971, № 3, с. 91—102.
7. Гусенков А. П., Лукин Б. Ю. Прочность при малоцикловом нагружении гибких металлических рукавов. — «Проблемы прочности», 1972, № 1, с. 98—104.
8. Лукин Б. Ю. Исследование усталостной прочности при повторностатическом нагружении гибких металлических трубопроводов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени канд. техн. наук. Уфа, 1971, 18 с.
9. Маргулис А. И. Напряжения в месте сопряжения дна с цилиндром, нагруженным внутренним давлением. — «Вестник машиностроения», 1960, № 3, с. 35—37.
10. Нормы расчета на прочность элементов реакторов, парогенераторов, сосудов и трубопроводов. М., «Металлургия», 1973, с. 408.
11. Расчет и проектирование систем трубопроводов. Справочник. М., Гостоптехиздат, 1961, 321 с.
12. Рахмиевич Р. З. Расчет и унификация элементов нефтяного оборудования, работающего при повторных нагрузках. Автореферат диссертации на соискание ученой степени докт. техн. наук. МННХ и ГП. М., 1972, 62 с.
13. ASME. Boiler and Pressure Vessel Code, Section III. 1968, 309 p.

1. Механические свойства конструкционных материалов

Основные механические свойства некоторых конструкционных материалов (углеродистых, легированных и пружинных сталей, чугунов, легких сплавов) приведены в специальных справочниках [7, 10, 14].

Влияние абсолютных размеров на характеристики прочности и характеристики начала образования пластических деформаций можно учесть с помощью графиков (рис. 1, 2).

На рис. 1 приведен коэффициент влияния абсолютных размеров на предел прочности сталей и чугунов

$$\epsilon_b = \frac{(\sigma_b)_d}{(\sigma_b)_{10}},$$

где $(\sigma_b)_d$ и $(\sigma_b)_{10}$ — пределы прочности образца диаметром d и стандартного

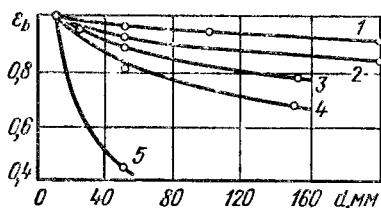


Рис. 1. Коэффициент влияния абсолютных размеров на предел прочности стали и чугуна:

1 — углеродистые стали; 2 — легированные стали; 3 — чугун с шаровидным графитом; 4 — модифицированный чугун; 5 — серый чугун

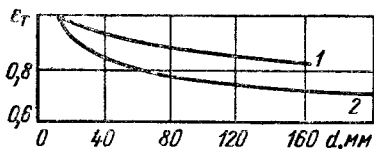


Рис. 2. Коэффициент влияния абсолютных размеров на предел текучести:

1 — стали; 2 — чугуна с шаровидным графитом

образца диаметром 10 мм соответственно.

Коэффициент влияния абсолютных размеров на предел текучести

$$\epsilon_T = \frac{(\sigma_T)_d}{(\sigma_T)_{10}}$$

показан на рис. 2. Эти коэффициенты нужно использовать при расчете, если в табличных данных механических свойств нет оговорок о размерах сечения.

2. Статическая и малоцикловая несущая способность

Для расчета статической и повторно-статической несущей способности в пластической области необходимы данные по характеристикам (параметрам) диаграмм однократного и циклического деформирования.

В табл. 1—5 приведены параметры линейного и полигонального упрочнения для ряда материалов при различных температурах, характеризующие диаграммы однократного деформирования, так же даны значения модулей упругости и пределов пропорциональности (текучести), необходимые для перехода к абсолютным координатам диаграммы деформирования. В табл. 6 приведены параметры циклического деформирования, необходимые для построения кривых циклического деформирования на основе диаграммы, полученной при статическом нагружении.

Несущую способность деталей типа стержней можно рассчитать, зная функции пластичности и значения относительных моментов в зависимости от максимальной деформации. Для случая изгиба (рис. 3—4), изгиба с растяжением (рис. 5—8) прямого бруса прямоугольного и круглого сечений, кривого бруса прямоугольного и трапециевидного сечений (рис. 9—15), кручения

Таблица 1

Данные по линеаризованной диаграмме деформирования конструкционных сталей и сплавов

Материал	σ_B , кгс/мм ²	δ , %	$\bar{\sigma}_T$	$\bar{\sigma}'_T$	σ_T , кгс/мм ²	$E \cdot 10^{-4}$, кгс/мм ²
Стали среднеуглеродистые, нормализация	—	—	0	1	24—40	2,1
Сталь 40X, отжиг	70	25	0,069	1,07	40	2,05
Сталь 40X, закалка, отпуск 600 °С	100	9	0,028	1,1	78	2,1
Сталь 40X, закалка, отпуск 500 °С	120	6	0,022	1,04	110	2,08
Сталь 40XНМ, закалка, отпуск 560 °С	110	10	0,0285	1,055	94	2
Сталь 30ХГС, закалка, отпуск 600 °С	100	12	0,018	1,095	80	2,05
Сталь 30ХГС, закалка, отпуск 500 °С	120	8	0,035	1,07	104	2,05
Сталь 30ХГСН, закалка изотермическая, 330 °С	160	8	0,224	1,34	72	1,95
Сталь 18ХНВ, закалка, отпуск 525 °С	115	9	0,0545	1,28	77	1,95
Сталь 18ХНВ, закалка 950 °С, закалка 850 °С, отпуск 180 °С	130	10	0,331	1,37	53	1,95
Сталь 12Х2МВ8ФБ (ЭИ503)	105	15	0,104	1,33	60	2
Сталь 12Х18Н9Т, закалка 1050°	60	49	0,117	1,17	18,8	1,88
Сталь 1Х14Н14В2МТ (ЭИ257), закалка, отпуск 650 °С	30	30	0,131	1,28	16	1,7
Сталь 1Х14Н18В2Б (ЭИ659) нормализация и отпуск 500 °С	130	11	0,226	1,385	52	1,95
Сталь 15Х18Н12САТЮ (ЭИ654), закалка 950 °С	80	33	0,327	1,38	22	1,8
Сплав В95, закалка, искусственное старение	65	7	0,0285	1,07	55	0,72
Сплав В95Т, закалка, искусственное старение	60	6	0,0353	1,21	46	0,7
Сплав Д16, закалка, естественное старение	50	13	0,0625	1,045	30	0,75
Сплав Д16Т, закалка, естественное старение	50	8	0,0445	1,1	34	0,72
Сплав АК4, закалка, искусственное старение	40	15	0,126	1,14	20	0,72
Сплав ВТ1, отжиг 700° С	60	15	0,079	1,3	33	1,17

Таблица 2

Параметры полигонального упрочнения конструкционных сталей

Сталь	σ_B , кгс/мм ²	δ , %	Параметры	Интервалы деформаций					
				Св. 1 до 1,25	Св. 1 до 1,5	Св. 1,5 до 2	Св. 2 до 3	Св. 3 до 4	Св. 4 до 5
40X, отжиг	70	25	a_n b_n	0,66 0,34	0,96 0,10	0,99 0,08	1,01 0,07	1,04 0,06	1,10 0,045
40X, закалка, отпуск 600 °С	100	9	a_n b_n	0,60 0,40	0,96 0,12	1,08 0,04	1,10 0,03	1,15 0,01	0,17 0,005
40X, закалка, отпуск 500 °С	120	6	a_n b_n	0,84 0,16	0,96 0,06	1,02 0,03	1,04 0,025	1,05 0,015	1,07 0,01

Продолжение табл. 2

Сталь	σ_B , кгс/мм ²	δ , %	Параметры	Интервалы деформаций					
				Св. 1 до 1,25	Св. 1 до 1,5	Св. 1,5 до 2	Св. 2 до 3	Св. 3 до 4	Св. 4 до 5
40ХНМ, закалка, отпуск 560 °С	110	10	a_n b_n	0,78 0,22	0,96 0,08	1,03 0,04	1,049 0,033	1,077 0,017	1,085 0,015
30ХГС, закалка, отпуск 600 °С	100	12	a_n b_n	0,66 0,34	1,02 0,06	1,04 0,04	1,08 0,02	1,12 0,010	1,125 0,005
30ХГС, закалка, отпуск 500 °С	120	8	a_n b_n	0,68 0,32	0,98 0,10	1,04 0,04	1,065 0,03	1,08 0,025	1,14 0,01
30ХГСН, изотермическая закалка 330 °С	160	8	a_n b_n	0,28 0,72	0,40 0,64	0,72 0,42	1,04 0,26	1,37 0,15	1,57 0,10
18Х2Н4МА (18ХНВА), закалка, отпуск 525 °С	115	9	a_n b_n	0,24 0,76	0,76 0,36	1,00 0,18	1,27 0,05	1,36 0,02	1,40 0,01
18Х2Н4МА (18ХНВА), закалка 950 °С, закалка 850 °С, отпуск 180 °С	130	10	a_n b_n	0,2 0,8	0,4 0,64	0,52 0,56	0,9 0,37	1,32 0,23	1,68 0,14
15Х18Н12С4ТЮ (ЭИ654), закалка 950 °С	80	33	a_n b_n	0,28 0,72	0,32 0,68	0,44 0,6	0,84 0,42	1,35 0,24	1,82 0,12
1Х14Н18В2Б (ЭИ659), нормализация и отпуск 500 °С	130	11	a_n b_n	0,16 0,84	0,4 0,64	0,74 0,42	1,05 0,27	1,36 0,16	1,57 0,11
1Х14Н14В2МТ (ЭИ257), закалка и отпуск 650 °С	30	30	a_n b_n	0,36 0,64	0,60 0,44	0,76 0,34	1,14 0,15	1,38 0,07	1,58 0,02
12Х2МВ8ФБ (ЭИ503)	105	15	a_n b_n	0,24 0,76	0,52 0,56	0,94 0,26	1,22 0,12	1,46 0,04	1,50 0,03
12Х18Н9Т, закалка 1050 °С	60	49	a_n b_n	0,4 0,6	0,88 0,26	0,96 0,20	1,09 0,11	1,15 0,09	1,27 0,06

Таблица 3

Параметры полигонального упрочнения алюминиевых и титановых сплавов

Сплав	σ_B , кгс/мм ²	δ , %	Параметры	Интервалы деформаций					
				Св. 1 до 1,25	Св. 1,25 до 1,5	Св. 1,5 до 2	Св. 2 до 3	Св. 3 до 4	Св. 4 до 5
Д16, закалка, естественное старение	50	13	a_n b_n	0,80 0,20	0,88 0,14	0,92 0,12	0,96 0,09	1,08 0,04	1,12 0,03
Д16Т, закалка, естественное старение	50	8	a_n b_n	0,64 0,36	0,94 0,12	0,98 0,10	1,1 0,04	1,19 0,01	1,19 0,01
В95, закалка, искусственное старение	65	7	a_n b_n	0,72 0,28	0,96 0,08	1,015 0,05	1,065 0,025	1,08 0,02	1,12 0,01
В95Т, закалка, искусственное старение	60	6	a_n b_n	0,36 0,64	0,80 0,28	1,08 0,10	1,24 0,02	1,26 0,01	1,27 0,01
АК4, закалка, искусственное старение	40	15	a_n b_n	0,52 0,48	0,72 0,32	0,90 0,22	1,05 0,13	1,20 0,08	1,32 0,05
ВТ1, отжиг 700 °С	60	15	a_n b_n	0,20 0,80	0,60 0,48	1,04 0,18	1,23 0,09	1,41 0,03	1,49 0,01

Таблица 4

Параметры линейного упрочнения при повышенной температуре
(σ_B ; σ_T ; E в кгс/мм²; δ в %)

Материал и марка	°С	Основные механические характеристики				Линейное упрочнение	
		σ_B	σ_T	$E \cdot 10^4$	$\delta\%$	$\bar{\sigma}_T$	$\bar{\sigma}'_T$
Сталь 30ХГСА, закалка, отпуск 510 °С	20	130	104,0	2,0	8	0,0350	1,070
	300	121	57,2	1,83	11	0,1936	1,409
	400	106	53,0	1,65	9	0,1870	1,353
	500	78	10,0	1,35	11	0,6670	1,531
Сталь 40ХН2МА, закалка, отпуск 560 °С	20	111	94,0	2,0	10	0,0285	1,06
	300	101	55,9	1,83	15	0,0268	1,42
	400	93	52,6	1,68	12	0,1050	1,32
	500	69	36,5	1,43	12	0,0857	1,46
Сталь 18Х2Н4МА (18ХНВА), закалка, отпуск 525 °С	20	115	77,0	1,94	9	0,0545	1,2800
	300	113	55,2	1,86	9	0,1406	1,3958
	400	105	48,0	1,76	8	0,0540	1,7669
	500	90	35,2	1,42	8	0,3254	1,2440

Продолжение табл. 4

Материал и марка	°C	Основные механические характеристики				Линейное упрочнение	
		σ_B	σ_T	$E \cdot 10^4$	$\delta\%$	$\bar{G}_T$	$\bar{\sigma}_T$
Сталь 30ХГСНА, изотермическая закалка, 330 °C	20	160	72,0	1,95	8	0,224	1,34
	300	150	35,9	1,8	11	0,426	1,69
	400	133	34,6	1,68	7	0,402	1,76
	500	85	18,8	1,85	9	0,538	1,47
Сталь 12Х18Н9Т (ЭЯ1Т), закалка 1050 °C в воде	20	62	18,8	1,88	49	0,117	1,17
	300	46	10,9	1,65	33	0,154	1,31
	350	46	8,0	1,56	32	0,208	1,63
	400	45	8,8	1,49	32	0,194	1,35
Сталь 15Х18Н12С4ТЮ (ЭИ654), закалка 950 °C	20	80	22	1,8	33	0,327	1,38
	300	64	19	1,7	28	0,195	1,44
	400	62	16	1,6	26	0,157	1,65
Сталь 1Х14Н18В2Б (ЭИ659)	20	130	52,0	1,94	11	0,226	1,385
	300	127	51,0	1,86	8	0,248	1,370
	400	121	48,8	1,73	10	0,252	1,365
	500	106	35,9	1,68	7	0,348	1,520
Сплав Д16Т, закалка, естественное старение	20	53	34,0	0,72	9,5	0,0445	1,100
	200	41	24,1	0,61	11	0,0784	1,192
	250	26	14,9	0,59	10	0,1550	1,314
	300	17	6,9	0,52	10	0,2270	1,487
Сплав ВТ1, отжиг 700 °C	20	60	33,0	1,17	15,8	0,0790	1,300
	250	30	11,9	0,96	24,5	0,1860	1,310
	350	24	8,9	0,91	20,0	0,2949	0,213
	450	20	5,8	0,8	13,0	0,3960	1,698

Таблица 5

Параметры полигонального упрочнения конструкционных сталей и сплавов при повышенных температурах

Материал и марка	°C	Параметр упрочнения	Интервалы деформаций						
			1,0	1,25	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
Сталь 18Х2Н4МА (18ХНВА), закалка 950 °C, закалка 850 °C, отпуск 180 °C	20	a_n	0,2	0,40	0,52	0,90	1,32	1,68	
		b_n	0,8	0,64	0,56	0,37	0,23	0,14	
	300	a_n	0,2	0,36	0,76	1,25	1,55	1,67	
		b_n	0,8	0,68	0,40	0,16	0,06	0,03	
	400	a_n	0,16	0,24	0,56	1,18	1,60	1,80	
		b_n	0,84	0,76	0,56	0,25	0,11	0,06	
	500	a_n	0,12	0,28	0,40	1,11	1,85	1,89	
		b_n	0,88	0,76	0,68	0,32	0,07	0,06	

Продолжение табл. 5

Материал и марка	°C	Параметр упроч- нения	Интервалы деформаций						
			1,0	1,25	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
Сталь 40ХН2МА (40ХНМА), закалка, отпуск 560 °C	20	a_n b_n	0,78 0,22	0,96 0,08	1,03 0,04	1,049 0,033	1,077 0,017	1,085 0,015	
	300	a_n b_n	0,16 0,84	0,60 0,48	0,80 0,22	1,24 0,10	1,46 0,02	1,52 0,01	
	400	a_n b_n	0,20 0,80	0,60 0,48	0,94 0,26	1,19 0,13	1,43 0,05	1,59 0,01	
	500	a_n b_n	0,08 0,92	0,42 0,56	0,86 0,34	1,24 0,15	1,57 0,04	1,69 0,01	
Сталь 15Х18Н12С4ТЮ (ЭИ654)	20	a_n b_n	0,28 0,72	0,32 0,68	0,44 0,60	0,84 0,42	1,36 0,24	1,82 0,12	
	300	a_n b_n	0,28 0,72	0,32 0,68	0,66 0,46	0,98 0,30	1,38 0,20	1,56 0,13	
	400	a_n b_n	0,12 0,88	0,32 0,72	0,50 0,60	1,08 0,31	1,56 0,15	1,80 0,09	
Сталь 1Х14Н18В2Б (ЭИ659)	20	a_n b_n	0,16 0,84	0,40 0,64	0,74 0,42	1,05 0,27	1,36 0,16	1,57 0,11	
	400	a_n b_n	0,04 0,96	0,44 0,64	0,64 0,46	1,07 0,28	1,34 0,19	1,50 0,15	
	500	a_n b_n	0,04 0,96	0,24 0,80	0,54 0,60	0,86 0,44	1,40 0,26	1,72 0,18	
Сталь 30ХГСН	20	a_n b_n	0,66 0,34	1,02 0,06	1,04 0,04	1,08 0,02	1,12 0,010	1,125 0,005	
	300	a_n b_n	0,16 0,84	0,36 0,68	0,72 0,44	1,12 0,24	1,54 0,10	1,62 0,08	
	400	a_n b_n	0,24 0,76	0,36 0,68	0,72 0,42	1,15 0,21	1,48 0,10	1,64 0,06	
	500	a_n b_n	0,04 0,96	0,08 0,92	0,12 0,76	0,23 0,61	0,95 0,57	1,11 0,53	

Продолжение табл. 5

Материал и марка	°C	Параметр упроч- нения	Интервалы деформаций						
			1,0	1,25	1,5	2,0	3,0	4,0	5,0
Сталь Х18Н9Т (ЭЯ1Т)	20	a_n	0,4	0,88	0,96	1,09	1,15	1,27	
		b_n	0,6	0,26	0,20	0,11	0,09	0,06	
	300	a_n	0,2	0,52	0,86	1,20	1,35	1,43	
		b_n	0,8	0,56	0,32	0,15	0,10	0,08	
	350	a_n	0,04	0,16	0,60	1,21	1,63	1,67	
		b_n	0,96	0,88	0,58	0,27	0,13	0,12	
	400	a_n	0,16	0,44	0,79	1,18	1,33	1,45	
		b_n	0,84	0,60	0,40	0,19	0,14	0,11	
Сплав алюминия Д16Т	20	a_n	0,64	0,94	0,98	1,10	1,19	1,19	
		b_n	0,36	0,12	0,10	0,04	0,01	0,01	
	150	a_n	0,72	0,84	0,96	1,06	—	—	
		b_n	0,28	0,16	0,20	0,06	—	—	
	200	a_n	0,4	0,32	0,98	1,27	—	—	
		b_n	0,6	0,40	0,18	0,08	—	—	
	250	a_n	0,36	0,36	0,68	1,25	1,60	1,64	
		b_n	0,64	0,64	0,42	0,19	0,04	0,03	
	300	a_n	0,2	0,20	1,10	1,16	1,64	2,00	
		b_n	0,8	0,80	0,64	0,28	0,12	0,03	
Сплав ВТ1	20	a_n	0,20	0,60	1,04	1,23	1,41	1,49	
		b_n	0,80	0,48	0,18	0,09	0,03	0,01	
	250	a_n	0,24	0,52	0,76	1,07	1,40	1,52	
		b_n	0,76	0,52	0,38	0,27	0,11	0,08	
	350	a_n	0,36	0,46	0,58	0,94	1,12	1,48	
		b_n	0,64	0,56	0,48	0,30	0,24	0,15	
	450	a_n	0,04	0,04	0,54	0,92	1,34	1,78	
		b_n	0,96	0,98	0,76	0,47	0,33	0,26	

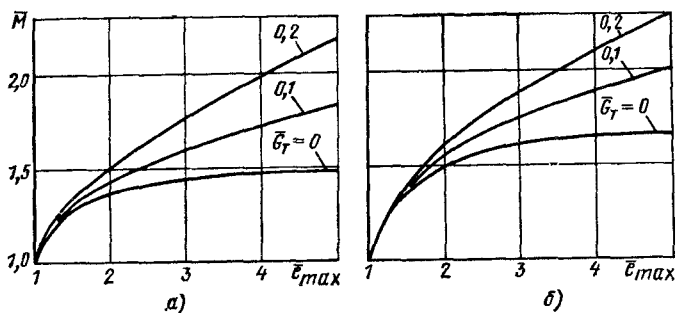


Рис. 3. Зависимости $\bar{M}(\bar{\epsilon}_{\max})$ для стержней:
а — прямоугольного сечения; б — круглого сечения

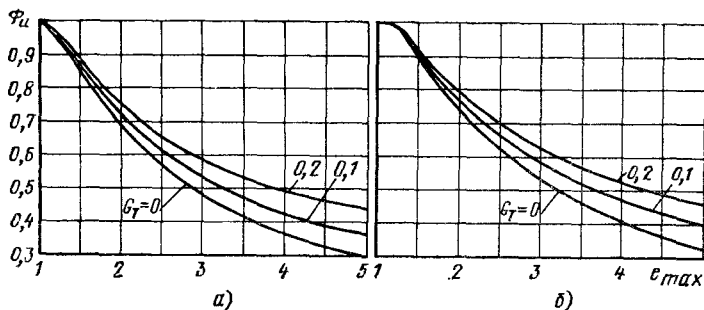


Рис. 4. Функции пластичности при чистом изгибе стержней:
а — прямоугольного сечения; б — круглого сечения

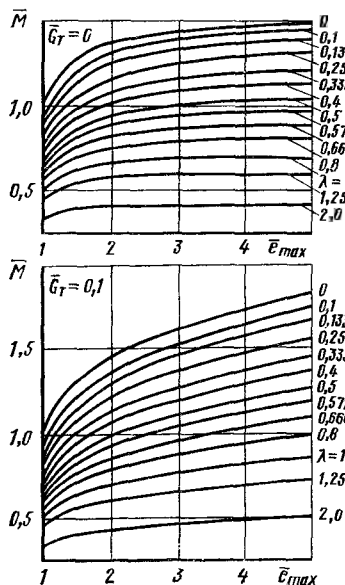
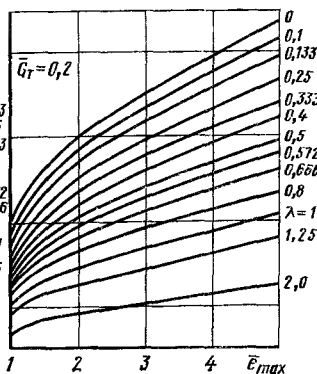


Рис. 5. Зависимости $\bar{M}(\bar{\epsilon}_{\max})$ при изгибе с растяжением стержней прямоугольного сечения для различных значений $\lambda = \frac{\bar{N}}{\bar{M}}$ и G_T



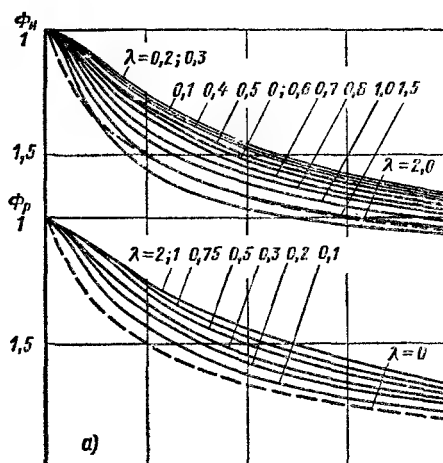


Рис. 6. Функции пластичности Φ_H и Φ_P для изгиба и растяжения стержней прямоугольного сечения при $G_T = 0$; 0,1 и 0,2

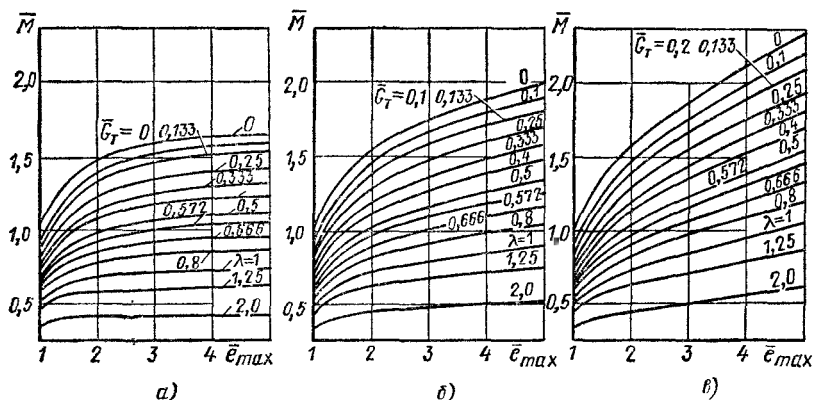
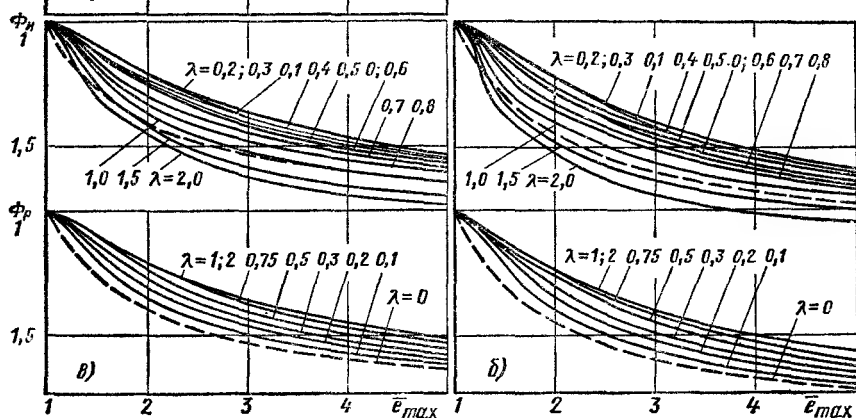
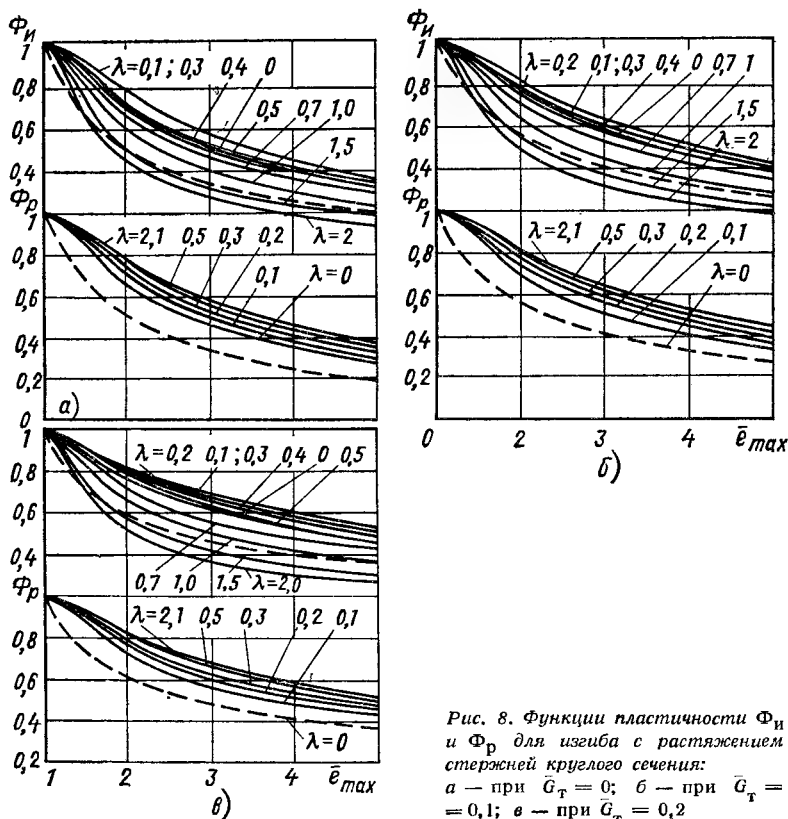


Рис. 7. Зависимости $\bar{M}(\bar{e}_{\max})$ для стержней круглого сечения при изгибе с растяжением и различных значениях G_T $\lambda = \frac{\bar{N}}{\bar{M}}$

Таблица 6

Значения параметров циклического деформирования для некоторых сталей и сплавов

Материал и термообработка	$\bar{S}_T$	α	β	c_1	c_2	χ_1	χ_2	$k_{ст}$
Сталь 45, нормализация	1,13	0	—	3,55	3,50	0,02	0,04	20—30
Сталь 12Х18Н9Т, аустенизация	1,66	0,15	—	1,13	1,13	0	0	10
Сталь 30ХГС, отжиг	1,61	0,03	—	0,9	0,69	0	0	—
Сталь 30ХГС, закалка, отпуск 680 °С	1,34	—	0,01	1,2	1,19	0,06	0,11	—
Сталь 30ХГС, закалка, отпуск 360 °С	1,60	—	0,10	0,86	1,19	0,65	0,70	—
Сталь теплоустойчивая	1,45	—	0,02	1,93	1,86	0,01	0,015	—
Сплав В96, естественное старение	1,84	0,4	—	1,15	1,15	0	0	—
Сплав АК8, искусственное старение	1,67	0,28	—	1,35	1,35	0	0	—
Сплав Д16Т, естественное старение	1,76	0,35	—	1,6	1,10	0	0	—



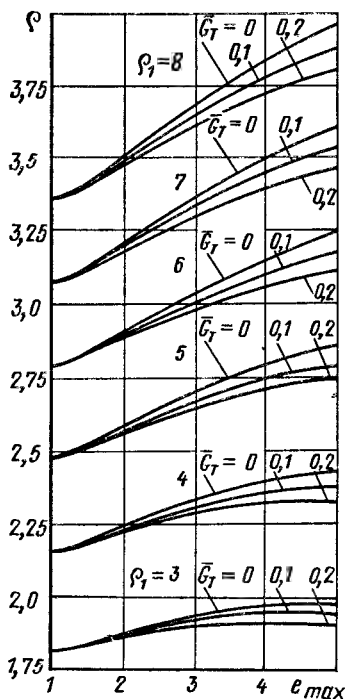


Рис. 9. Значения радиусов нейтральной оси при изгибе кривого бруса прямоугольного сечения при $\rho_1 = 3; 4; 5; 6; 7; 8$

(рис. 16, 17), кручения с растяжением (рис. 18—20), кручения с изгибом стержней круглого сечения (рис. 21—23) приведены графики функций пластичности и моментов при линейном упрочнении.

Для случая толстостенной трубы, подвергнутой давлению, значения предельной нагрузки в зависимости от деформации на внутреннем контуре приведены на рис. 24.

В случае линейного упрочнения функции пластичности Φ_n и Φ_p для совместного изгиба и растяжения круговых пластин на рис. 26; значения этих функций для осесимметричного изгиба цилиндрических оболочек — на рис. 27. Для полигонального упрочнения функции пластичности и изгибающие моменты могут быть вычислены для при-

веденных выше случаев по значениям интегралов J , приведенных в книге [13].

Величины напряжений и деформации в полупикле определяются на основе решения задачи циклической пластичности с использованием приведенных выше функций пластичности. Деформации и напряжения после k полупиков получаются путем суммирования соответствующих величин в предшествовавших циклах. Функции суммирования $\xi(k, \alpha)$; $\kappa(a, k, \beta)$ и $\eta(a, k, \beta)$ приведены на рис. 28—30.

3. Средние значения пределов выносливости деталей машин

Медианные значения пределов выносливости натуральных деталей при изгибе или растяжении-сжатии (соответствующие вероятности неразрушения 0,5) определяются по формуле

$$\bar{\sigma}_{-1d} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{K_{\sigma D}}; \quad K_{\sigma D} = \left(\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \frac{1}{\beta_{\text{упр}}}. \quad (11.1)$$

Аналогично при кручении

$$\bar{\tau}_{-1d} = \frac{\bar{\tau}_{-1}}{K_{\tau D}}; \quad K_{\tau D} = \left(\frac{K_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \frac{1}{\beta_{\text{упр}}}. \quad (11.2)$$

При отсутствии коррозионных воздействий в формулах (11.1) и (11.2) β — коэффициент влияния качества обработки поверхности. При наличии коррозионных воздействий вместо β следует подставлять значения $\beta_{\text{кор}}$ (см. ниже).

Если значения $\bar{\sigma}_{-1}$ и $\bar{\tau}_{-1}$ не известны, то можно принять $\bar{\sigma}_{-1} = (0,4 \div 0,5) \bar{\sigma}_B$, $\bar{\tau}_{-1} = 0,6 \bar{\sigma}_{-1} = (0,24 \div 0,3) \bar{\sigma}_B$, где $\bar{\sigma}_B$ — среднее значение предела прочности стали данной марки; нижние значения соответствуют прочным легированным сталям, верхние — углеродистым.

Определение значений $\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}$, $\frac{K_{\tau}}{\epsilon_{\tau}}$. При равномерном распределении механических свойств по сечению детали и

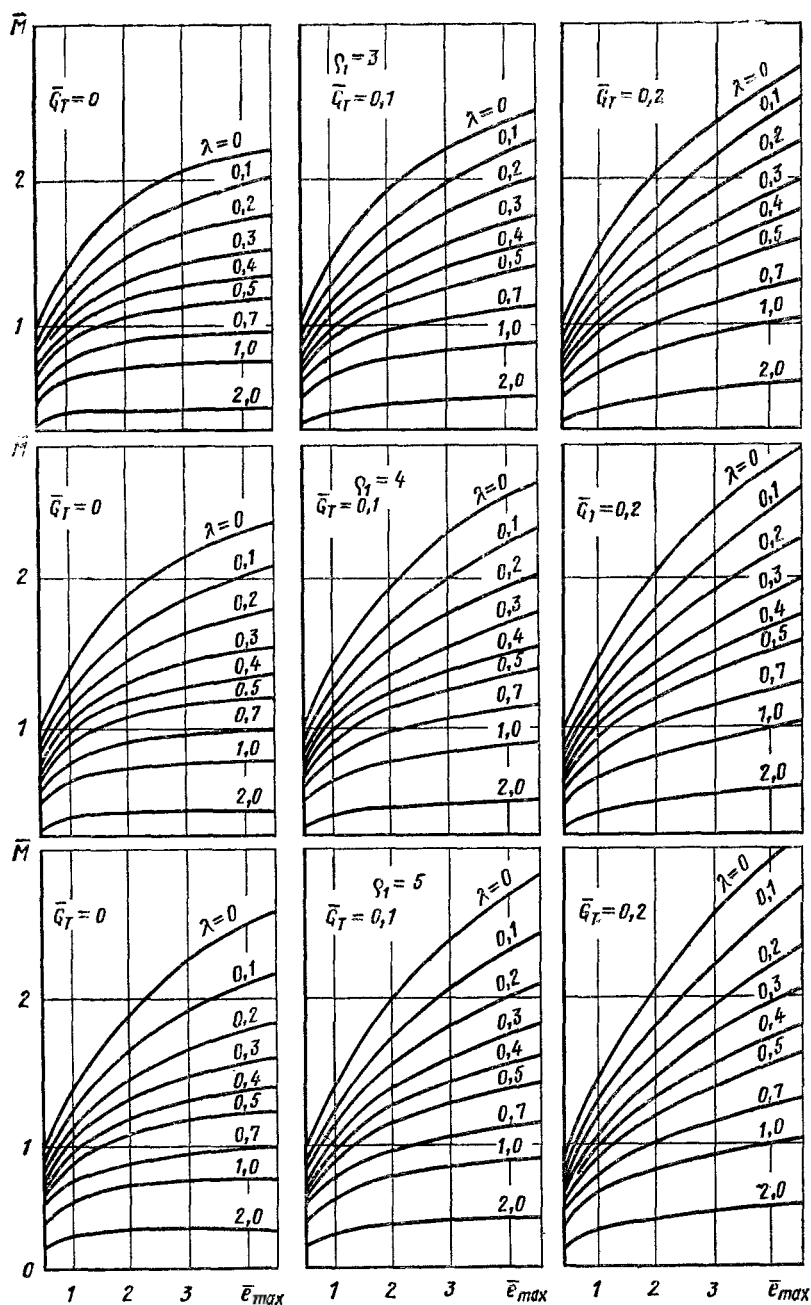
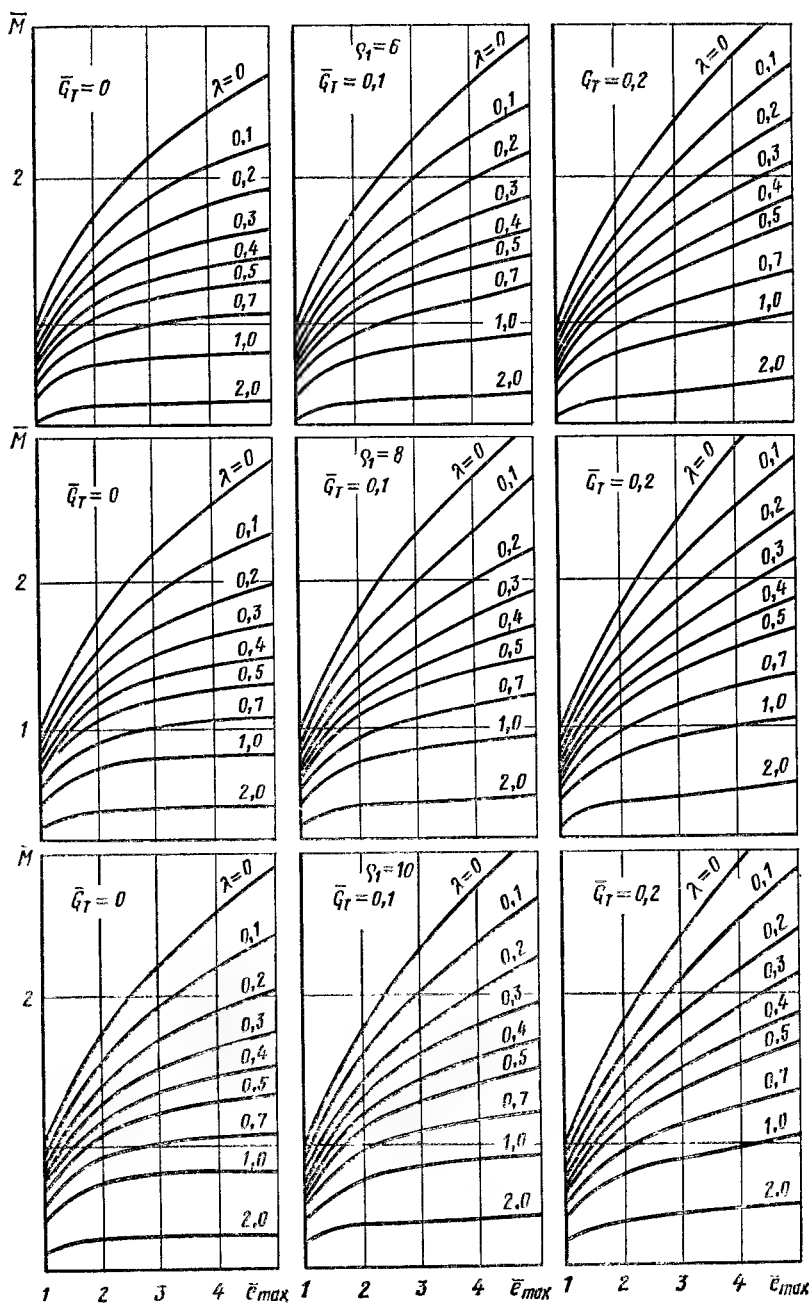


Рис. 10. Зависимости $\bar{M}(\bar{e}_{\max})$ при изгибе с растяжением кривого бруса для различ



ных значений G_T , λ , ρ_1

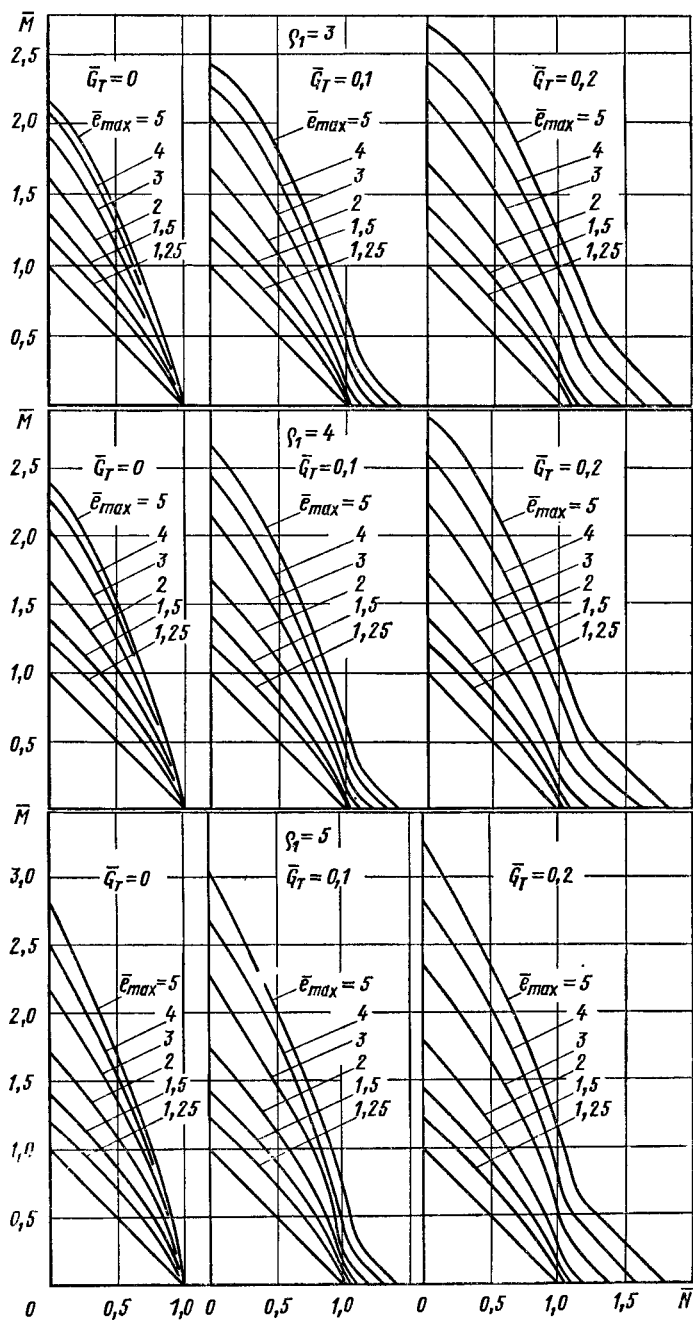
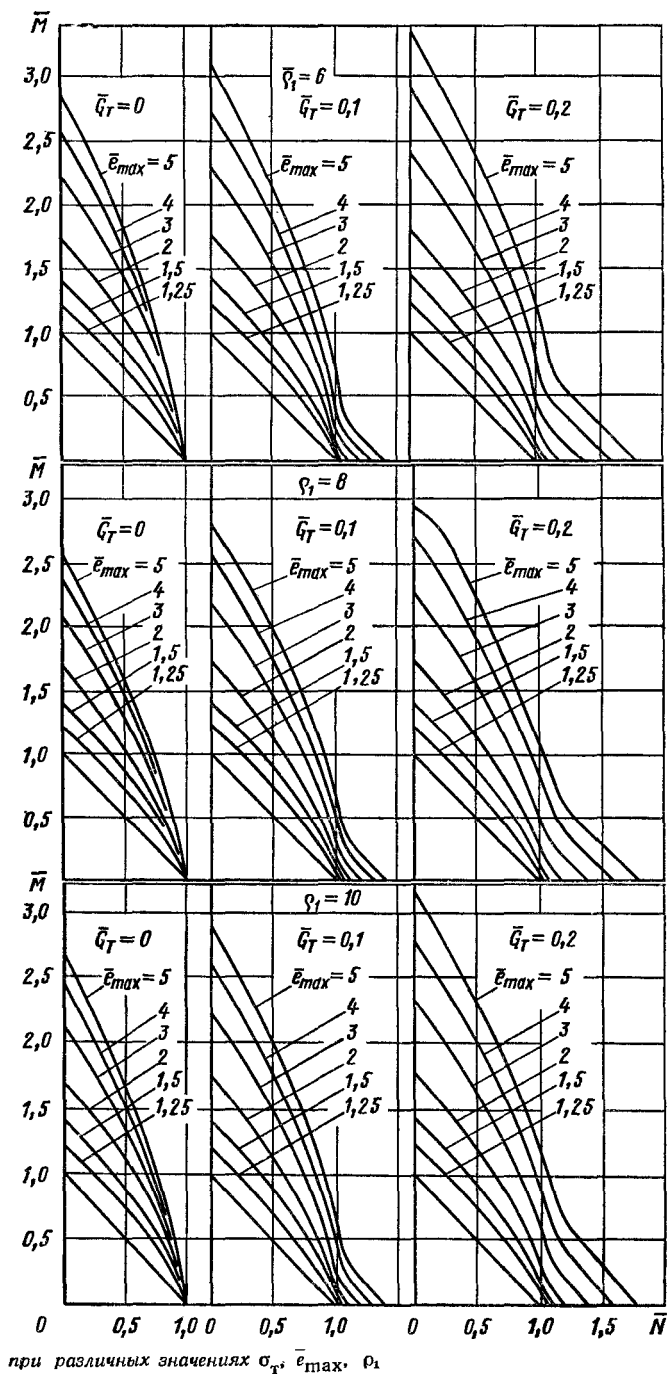


Рис. 11. Зависимости $\bar{M}(\bar{N})$ для кривого бруса прямоугольного сечения



при различных значениях $\bar{\sigma}_T$, $\bar{e}_{max}$, ϕ_1

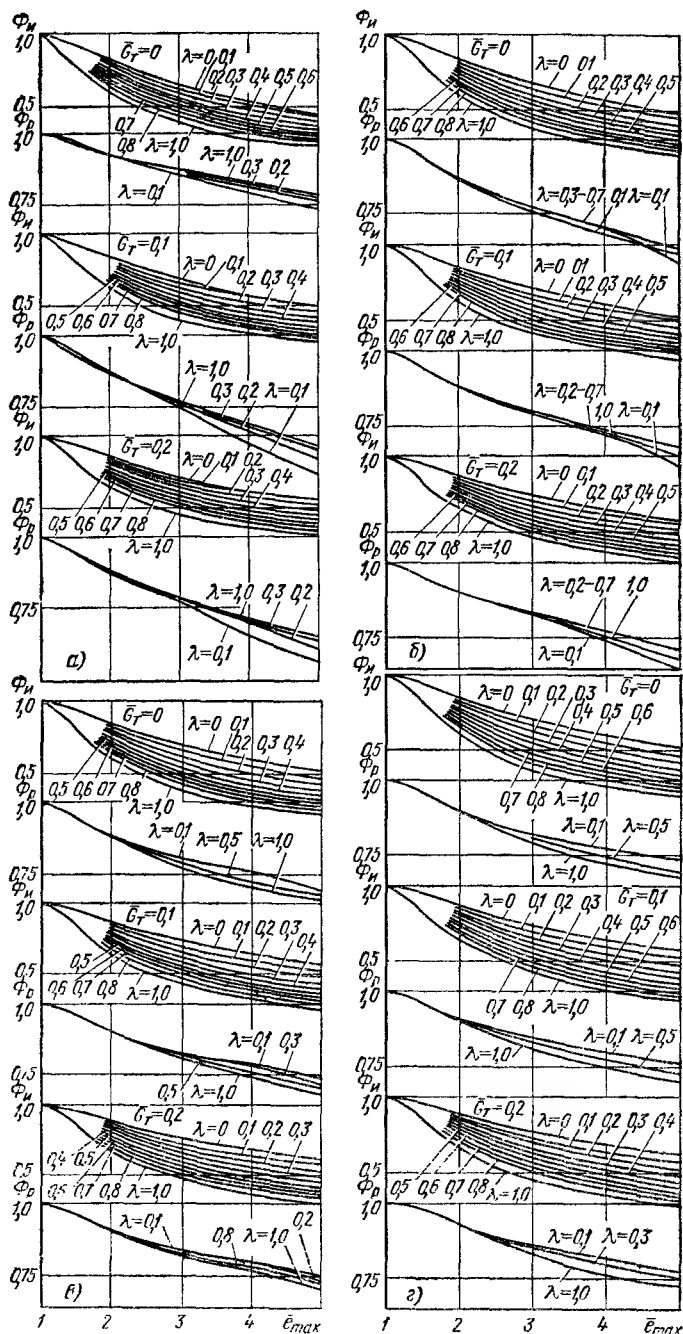


Рис. 12. Функции пластичности при изгибе с растяжением кривого бруса для:

а — $\rho_1 = 3$; б — $\rho_1 = 4$; в — $\rho_1 = 5$; г — $\rho_1 = 8$

Рис. 13. Значения радиусов нейтральной оси при изгибе кривого бруса трапецевидного сечения для $\rho_1 = 3$ и $\alpha = 0,4$

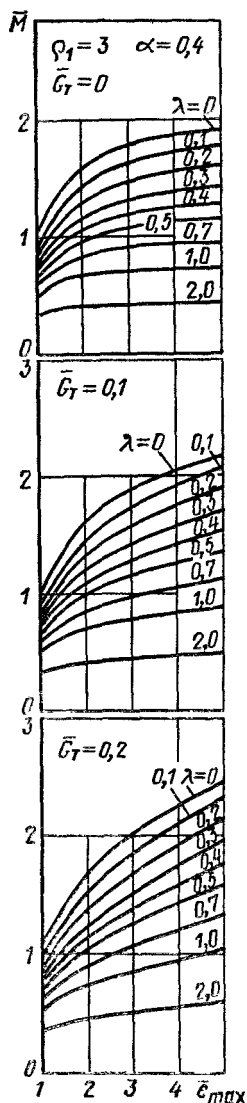


Рис. 14. Зависимости $\bar{M}$ ($\bar{e}_{max}$) при изгибе с растяжением кривого бруса трапецевидного сечения для $\rho_1 = 3$ и $\alpha = 0,4$

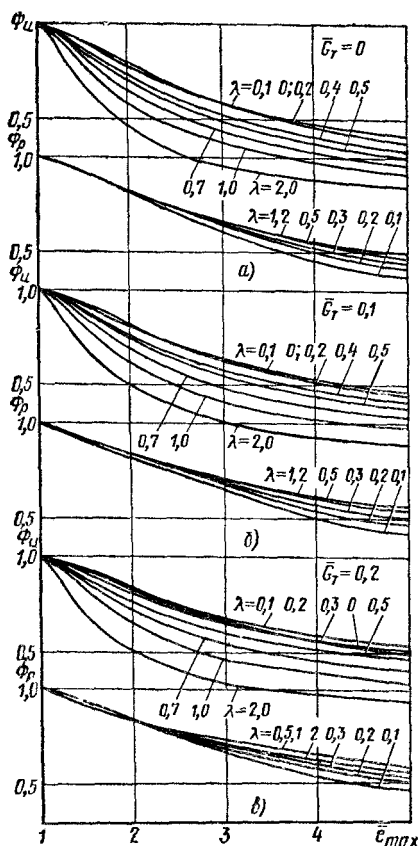
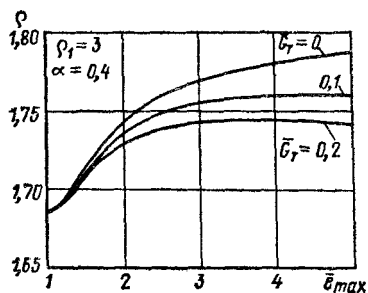


Рис. 15. Функции пластичности при изгибе с растяжением кривого бруса трапецевидного сечения для $\rho_1 = 3$ и $\alpha = 0,4$

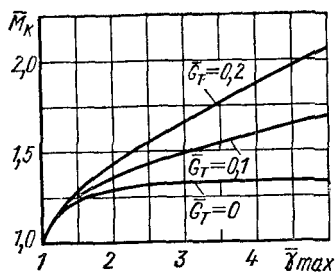


Рис. 16. Зависимость крутящего момента от деформации

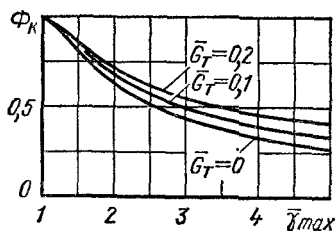


Рис. 17. Значения интегральной функции пластичности при кручении

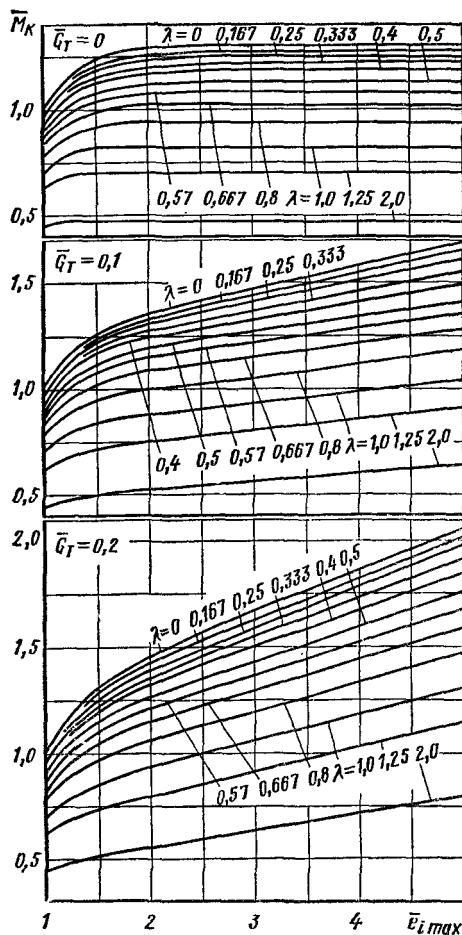


Рис. 18. Зависимость крутящих моментов от деформации при совместном кручении и растяжении

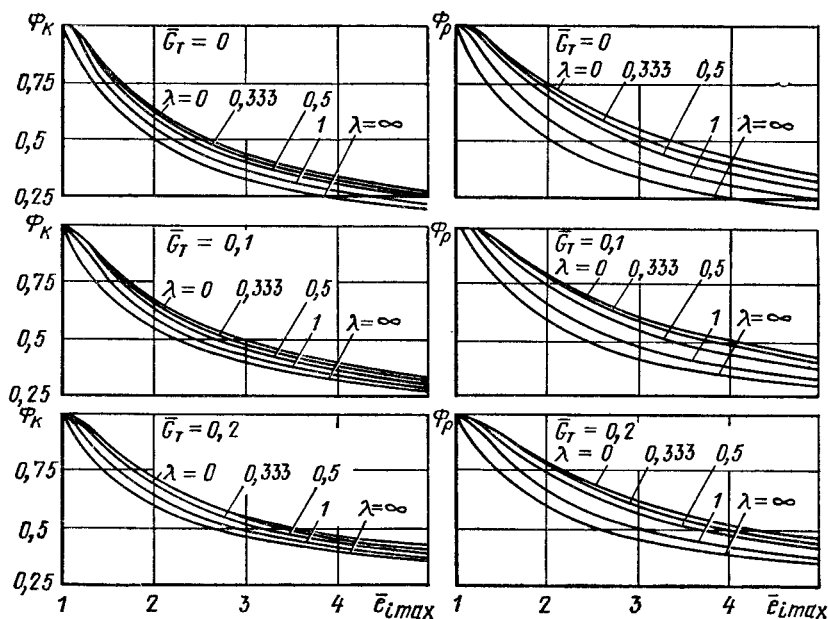


Рис. 19. Интегральные функции пластичности при совместном кручении и растяжении для $\bar{G}_T = 0; 0,1; 0,2$

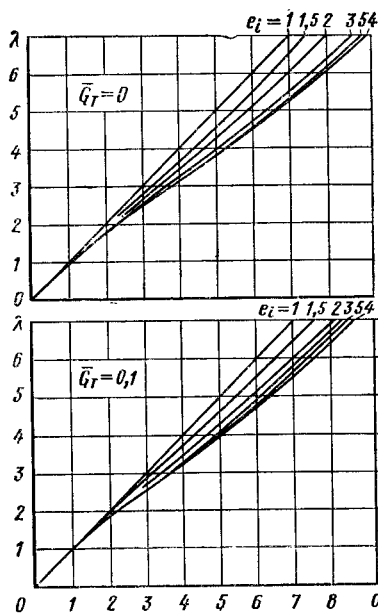
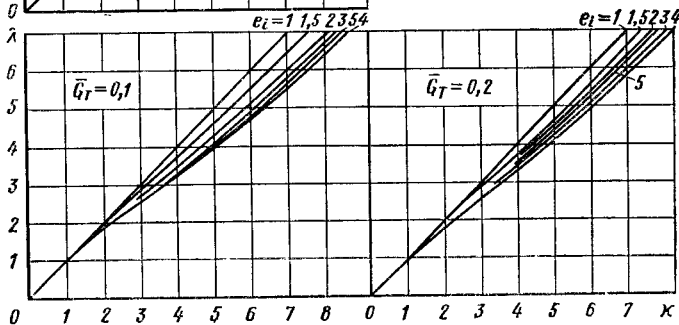
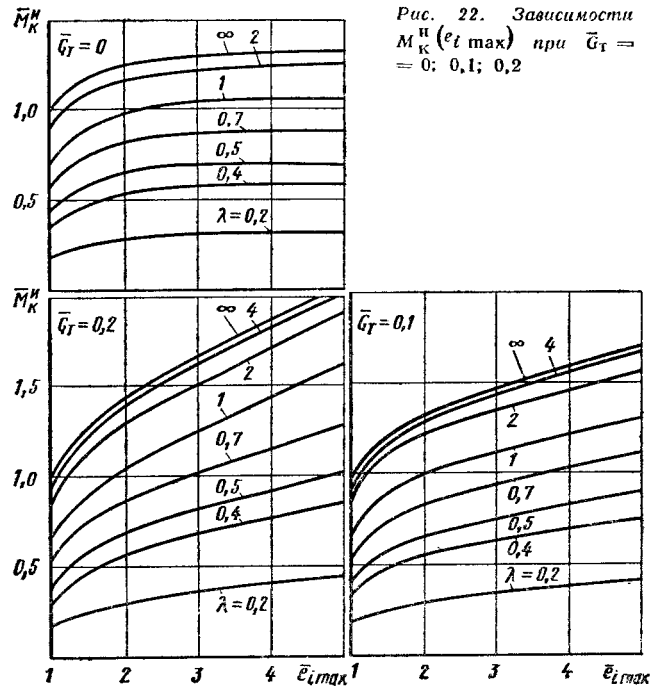
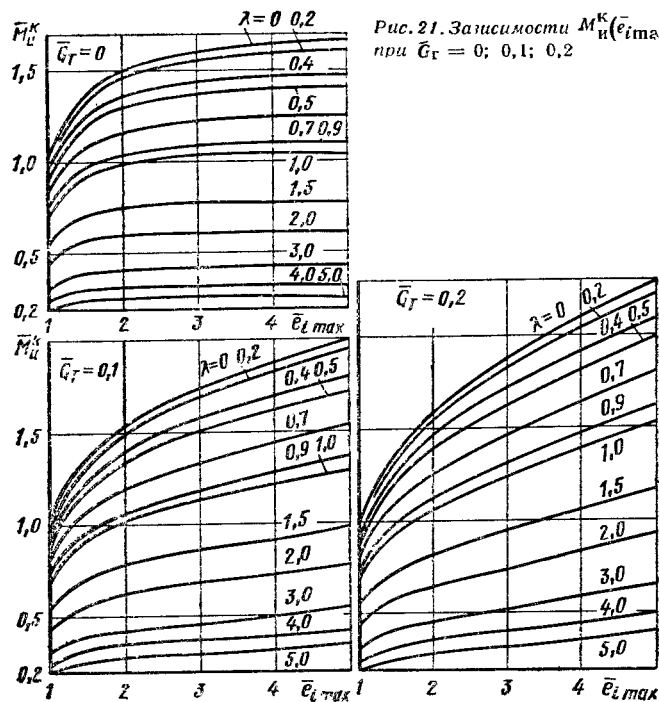


Рис. 20. Зависимость $\lambda(x)$ при совместном кручении и растяжении





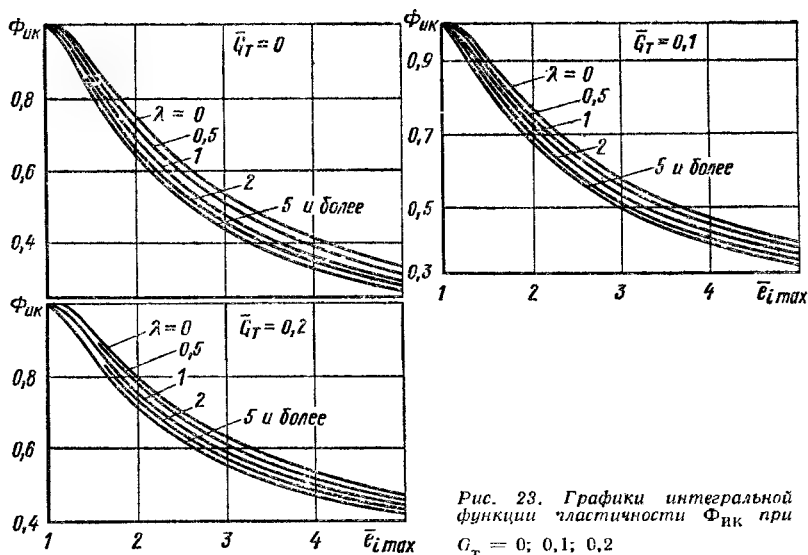


Рис. 23. Графики интегральной функции пластичности $\Phi_{ик}$ при $\bar{q}_T = 0; 0,1; 0,2$

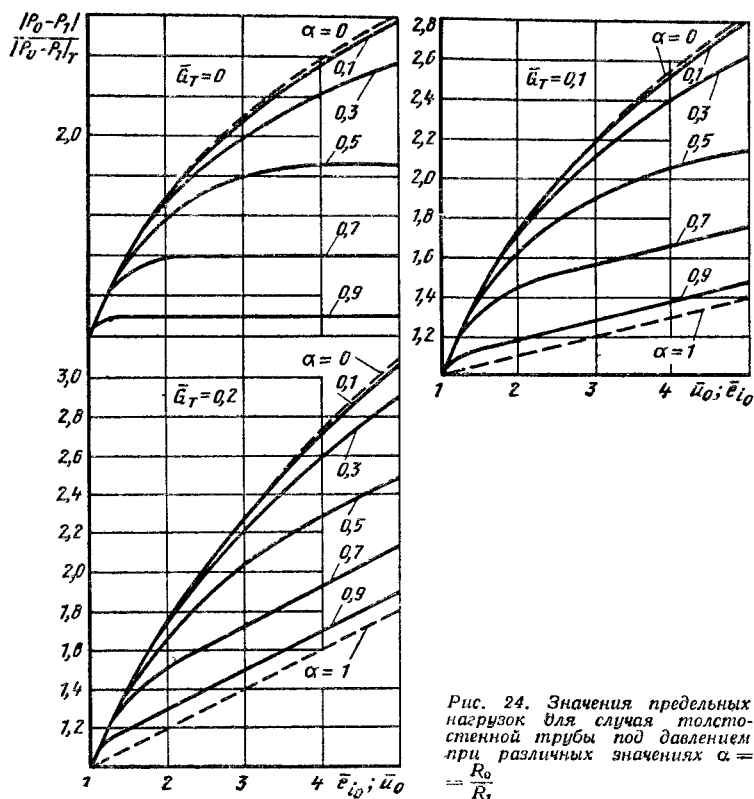


Рис. 24. Значения предельных нагрузок для случая толстостенной трубы под давлением при различных значениях $\alpha = \frac{R_0}{R_1}$

отсутствии существенных остаточных напряжений отношение $\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}$ определяется по формуле:

$$\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} = \frac{\alpha_{\sigma}}{F\left(\frac{\alpha}{G}, \nu_{\sigma}\right)}, \quad (11.3)$$

где

$$F\left(\frac{L}{G}, \nu_{\sigma}\right) = \epsilon_{\infty} + (1 - \epsilon_{\infty}) \left(\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{G} \right)^{-\nu_{\sigma}}. \quad (11.4)$$

Если необходимо определить значения K_{σ} и ϵ_{σ} , то можно воспользоваться формулами:

$$\epsilon_{\sigma} = F\left[\left(\frac{L}{G}\right)_{\text{гл}}, \nu_{\sigma}\right] \quad (11.5)$$

и

$$K_{\sigma} = \frac{\alpha_{\sigma} \epsilon_{\sigma}}{F\left(\frac{L}{G}, \nu_{\sigma}\right)}, \quad (11.6)$$

где $\left(\frac{L}{G}\right)_{\text{гл}}$ — значение отношения $\frac{L}{G}$ для образца без концентрации напряжений

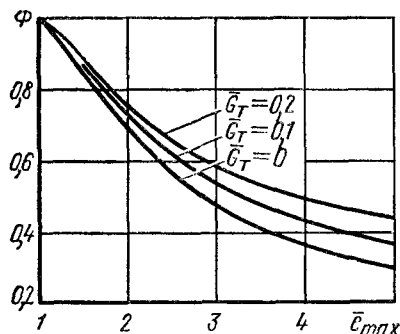


Рис. 25. Графики интегральной функции пластичности при изгибе круговой пластины

с такими же абсолютными размерами поперечного сечения, как и у натурной детали.

Для сталей, деформируемых алюминиевых и магниевых сплавов, а также чугуна с шаровидным графитом можно принять $\epsilon_{\infty} = 0,5$; тогда

$$F\left(\frac{L}{G}, \nu_{\sigma}\right) = 0,5 + 0,5 \left(\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{G} \right)^{-\nu_{\sigma}}. \quad (11.7)$$

Таблица 7

Значения функции $F\left(\frac{L}{G}, \nu\right) = 0,5 + 0,5 \left(\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{G} \right)^{-\nu}$

$\begin{array}{c} \nu \\ \lg \frac{L}{G} \end{array}$	0,04	0,08	0,10	0,12	0,16	0,20
-0,5	1,125	1,280	1,380	1,485	1,730	2,040
0	1,100	1,215	1,280	1,355	1,520	1,725
0,5	1,070	1,150	1,200	1,245	1,350	1,470
1,0	1,045	1,085	1,120	1,150	1,205	1,270
1,5	1,020	1,043	1,055	1,065	1,090	1,110
2,0	0,997	0,995	0,994	0,993	0,990	0,987
2,5	0,975	0,951	0,940	0,928	0,907	0,887
3,0	0,953	0,912	0,892	0,873	0,837	0,807
3,5	0,933	0,876	0,850	0,825	0,782	0,743
4,0	0,912	0,843	0,812	0,783	0,734	0,693
4,5	0,890	0,812	0,778	0,747	0,695	0,654
5,0	0,877	0,785	0,747	0,715	0,662	0,622
5,5	0,860	0,760	0,720	0,687	0,635	0,595
6,0	0,845	0,737	0,697	0,663	0,612	0,578

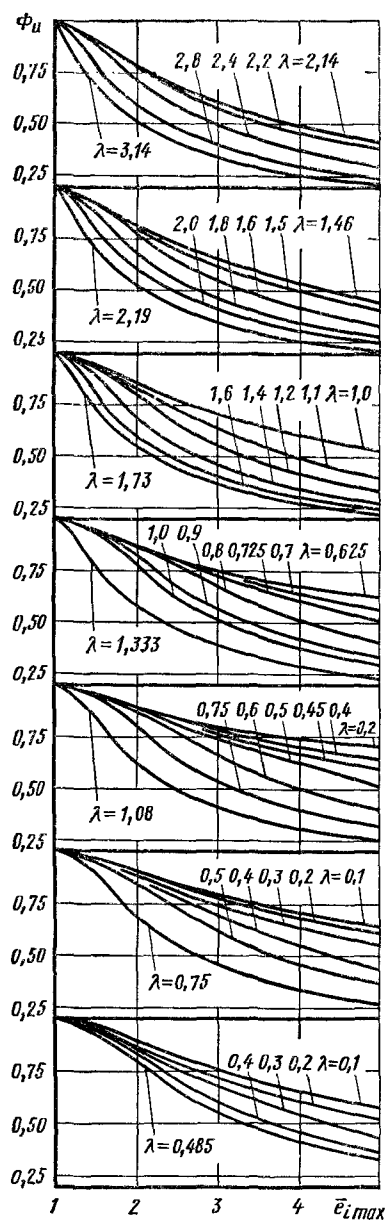
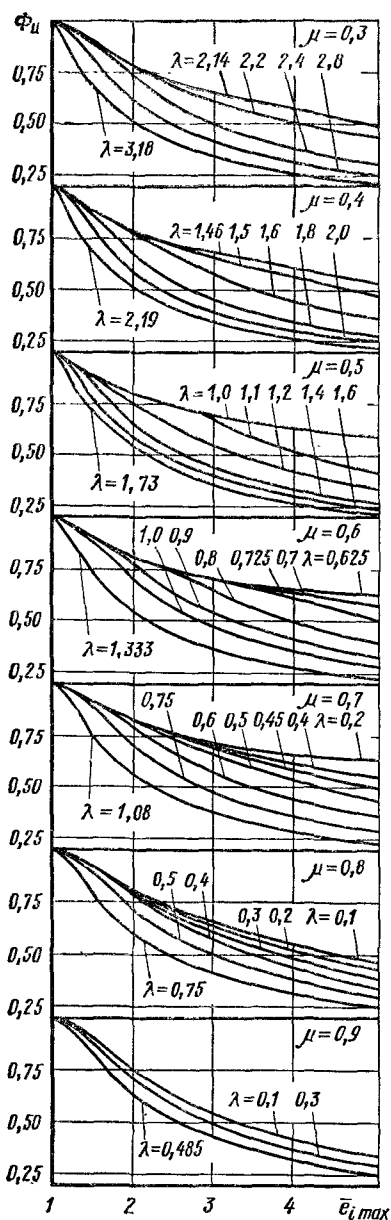


Рис. 26. Значения функций Φ_{μ} и Φ_p при $\bar{C}_1 = 0$ для различных значений параметров μ и λ .

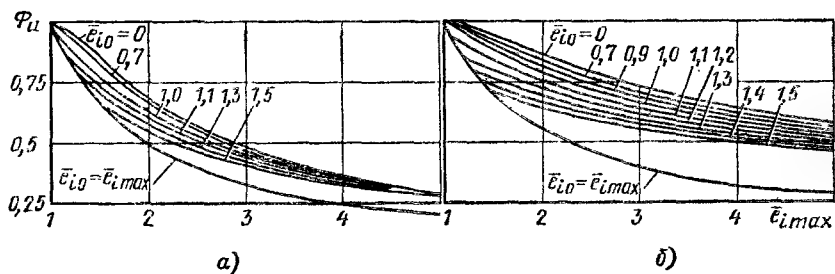


Рис. 27. Значения функций Φ_H и Φ_P для случая изгиба оболочек при $\bar{\sigma}_1 = 0$

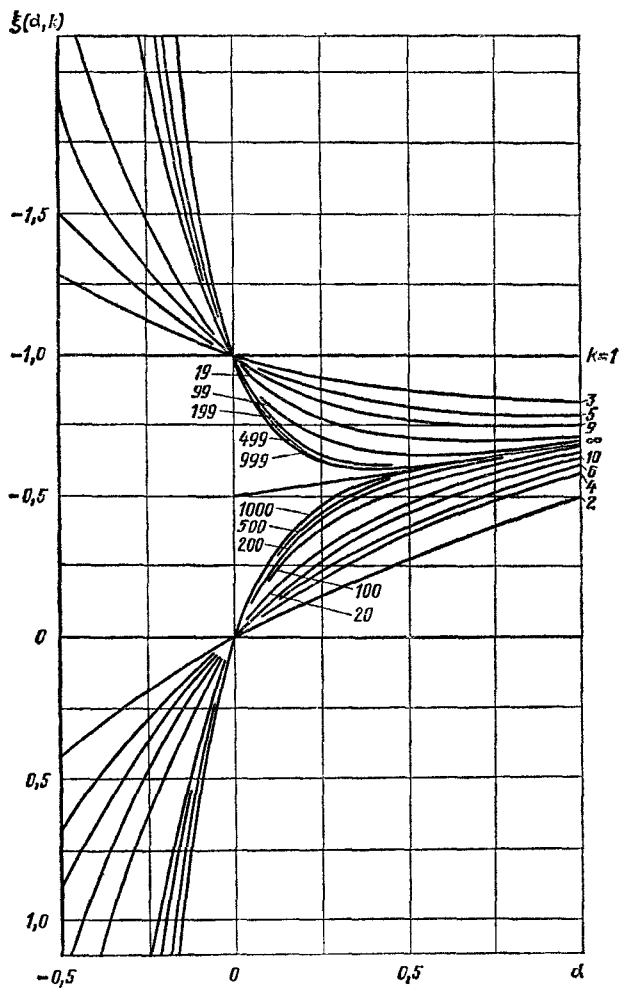


Рис. 28. Значения функции $\xi(\alpha, k)$

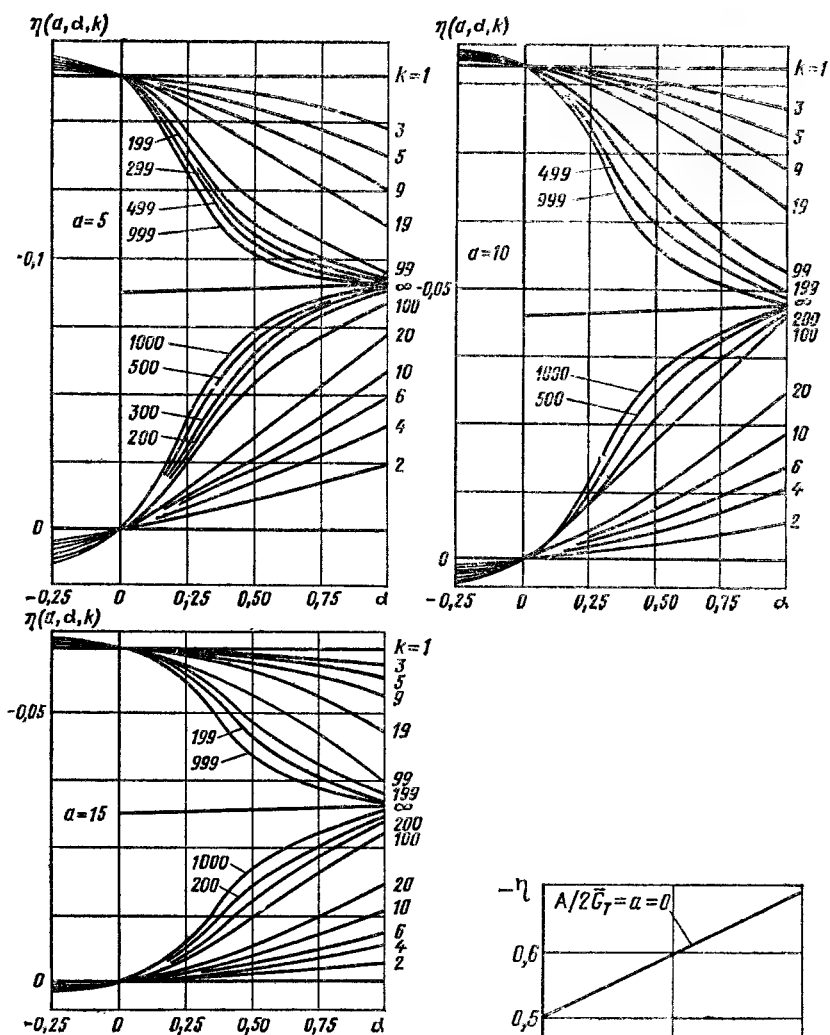


Рис. 29. Значения функции $\eta(a, \alpha, k)$ при $a = 5; 10; 15$

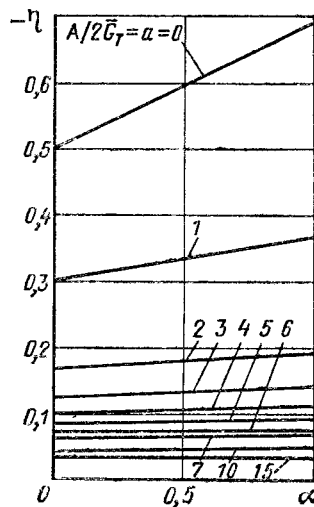


Рис. 30. Графики предельных значений η

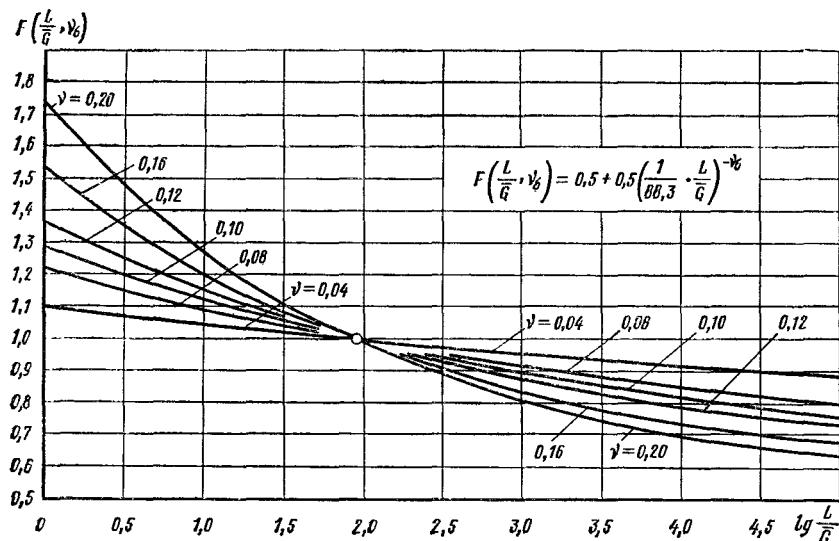


Рис. 31. Значения функции $F\left(\frac{L}{G}, \nu_\tau\right)$

Значения $F\left(\frac{L}{G}, \nu_\tau\right)$, подсчитанные по формуле (11.7), представлены в табл. 7 и на рис. 31.

Аналогично при кручении значения $\frac{K_\tau}{\varepsilon_\tau}$ определяются по формуле:

$$\frac{K_\tau}{\varepsilon_\tau} = \frac{\alpha_\tau}{F\left(\frac{L}{G_\tau}, \nu_\tau\right)}, \quad (11.8)$$

где

$$F\left(\frac{L}{G_\tau}, \nu_\tau\right) = \varepsilon_\infty + (1 - \varepsilon_\infty) \left(\frac{1}{88.3} \cdot \frac{L}{G_\tau}\right)^{-\nu_\tau}. \quad (11.9)$$

Значения функции $F\left(\frac{L}{G_\tau}, \nu_\tau\right)$ определяем по табл. 7 или по рис. 31.

Определение величин $\alpha_\sigma, \alpha_\tau, L, G, G_\tau, \nu_\sigma, \nu_\tau$ описано ниже.

Определение величин теоретических коэффициентов концентрации $\alpha_\sigma, \alpha_\tau$. Коэффициенты $\alpha_\sigma, \alpha_\tau$ определяются или по теоретическим решениям Нейбера,

Гауланда и др., или на основе измерений с помощью поляризационно-оптического метода, тензометрирования и т. п.; они приведены на рис. 32—67 [9, 19].

Для значений $\frac{D}{d}$, не представленных на рис. 53, 54, 55, величины α_σ для ступенчатых деталей при изгибе могут быть определены по уравнению

$$\alpha_{\sigma L} = 1 + (\alpha_\sigma - 1) \frac{\alpha_{\sigma B} - 1}{\alpha_{\sigma a} - 1}, \quad (11.10)$$

где $\alpha_{\sigma L}$ — значение α_σ для узкого заплечика при данном отношении $\frac{D}{d}$;

α_σ — значение α_σ , определяемое по рис. 52 или 57 для широкого заплечика при данных $\frac{D}{d}$ и $\frac{\rho}{d}$; $\alpha_{\sigma a}$ — значение

α_σ для данного соотношения $\frac{\rho}{d}$ и $\frac{L}{d} = 2$, определяемое по рис. 53, 54 или 55 (используется диаграмма для наиболее близкого значения $\frac{D}{d}$);

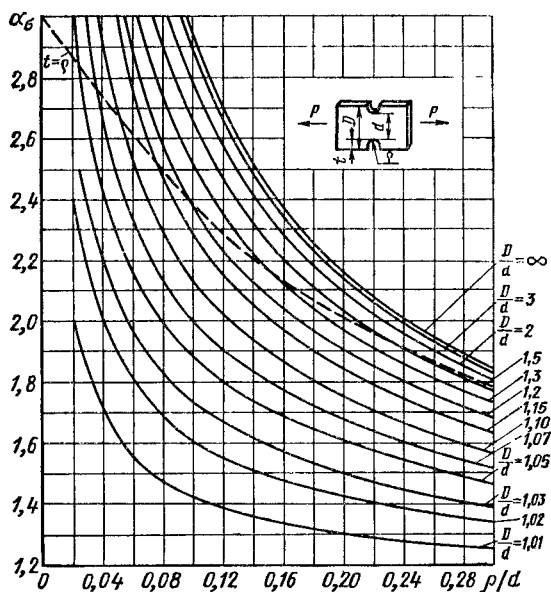


Рис. 32. Значения α_σ для пластины с выточкой при растяжении (штриховая линия — при $t = \rho$)

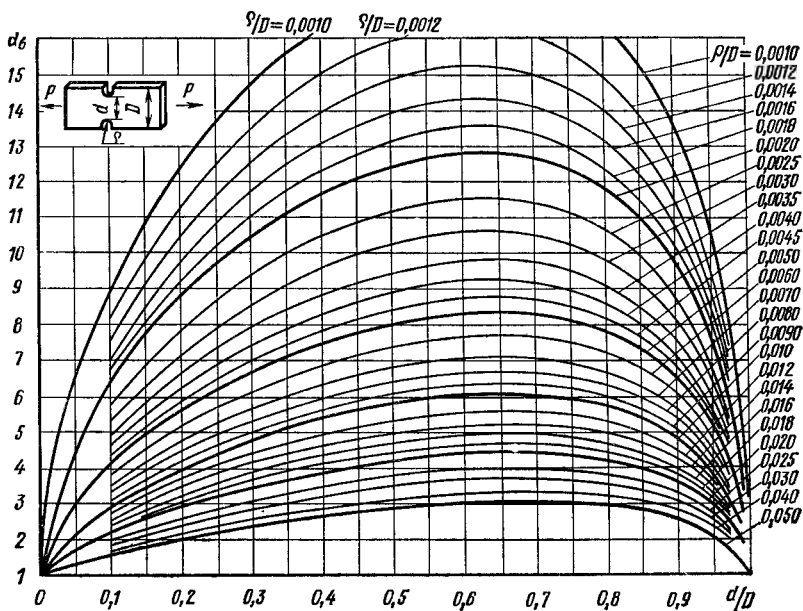


Рис. 33. Значения α_σ для пластины с выточкой при растяжении ($0,001 \leq \frac{\rho}{D} \leq 0,05$)

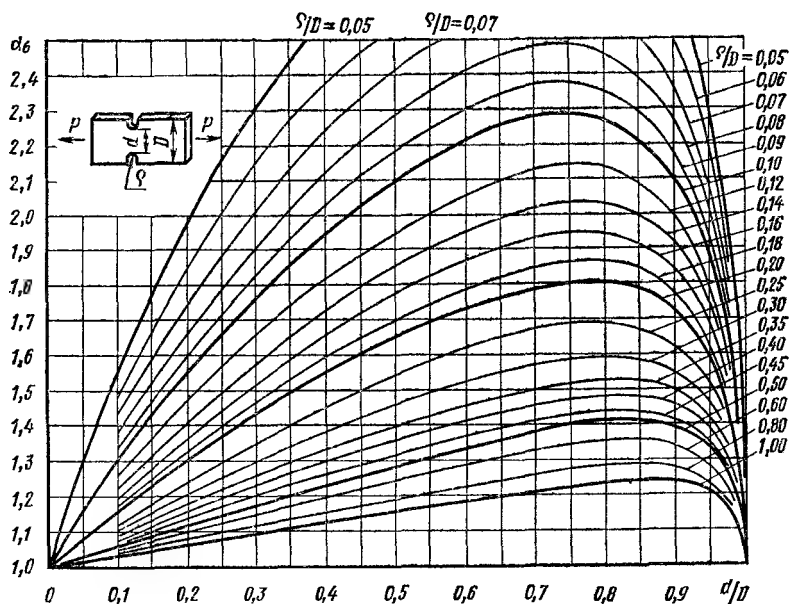


Рис. 34. Значения α_σ для пластины с выточкой при растяжении ($0,05 \leq \frac{r}{D} \leq 1,00$)

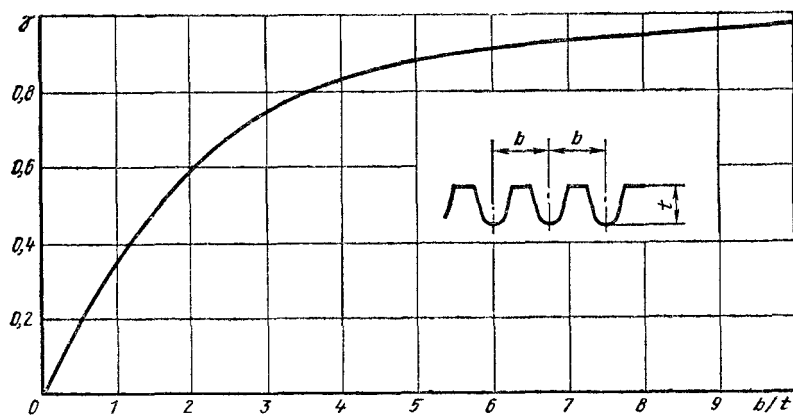


Рис. 35. Коэффициент разгрузки γ в зависимости от отношения удаления выточек $\frac{b}{t}$ (коэффициент α_σ для многократной выточки находится по диаграммам для однократной выточки, но при глубине $t' = \gamma t$, где t — глубина многократной выточки, t' — глубина эквивалентной однократной выточки)

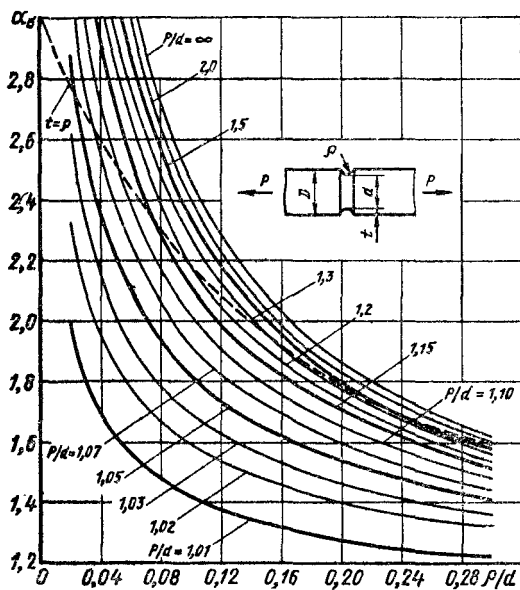


Рис. 36. Значения α_σ для вала с канавкой при растяжении

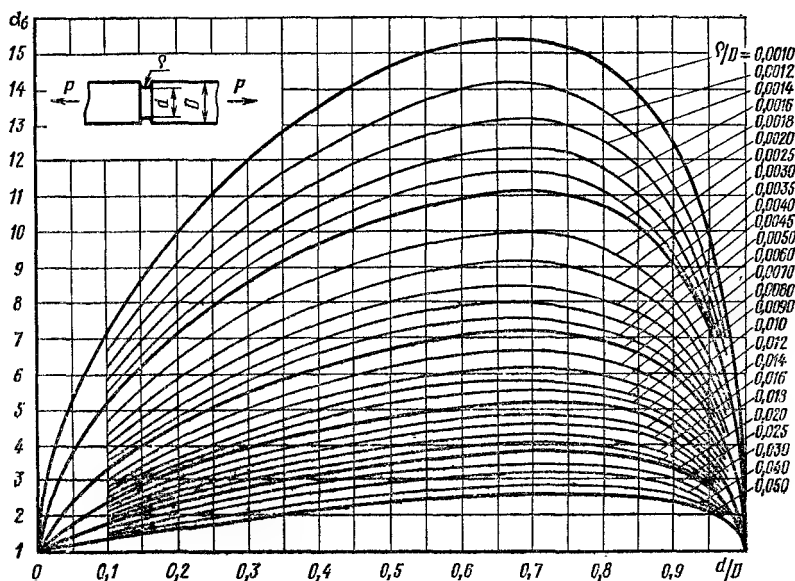


Рис. 37. Значения α_σ для вала с канавкой при растяжении ($0,001 \leq \frac{p}{D} \leq 0,05$)

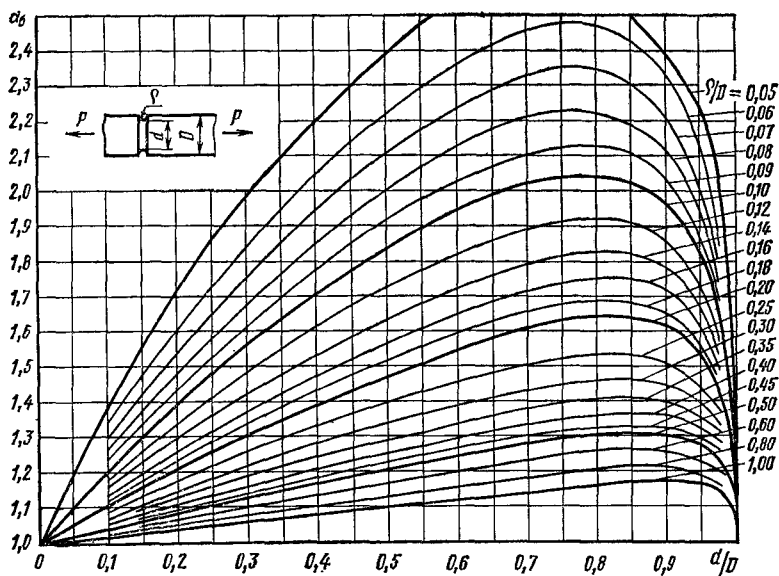


Рис. 38. Значения α_σ для вала с канавкой при растяжении ($0,050 \leq \frac{r}{D} \leq 1,00$)

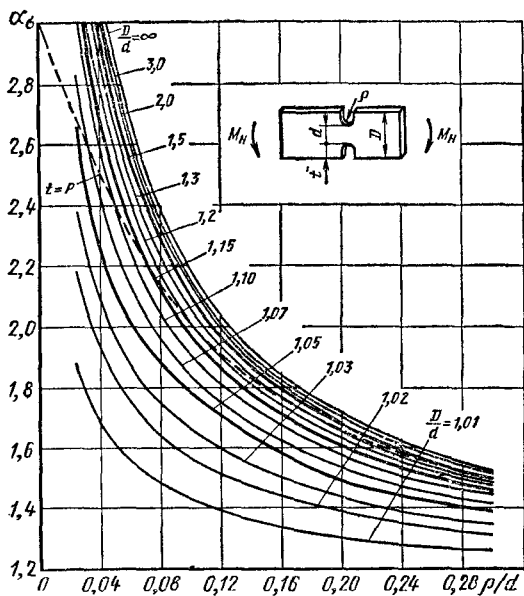


Рис. 39. Значения α_σ для пластины с двухсторонними надрезами при изгибе

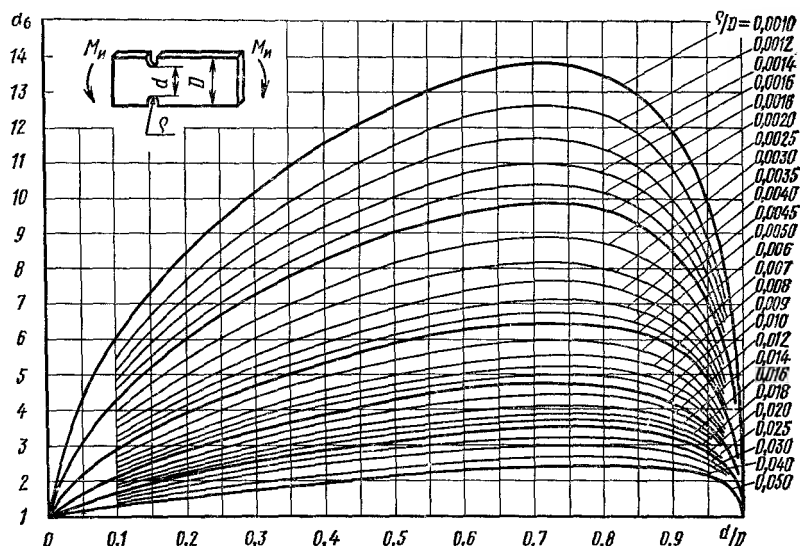


Рис. 40. Значения α_σ для пластины с двухсторонними надрезами при изгибе ($0,001 \leq \frac{r}{D} \leq 0,05$)

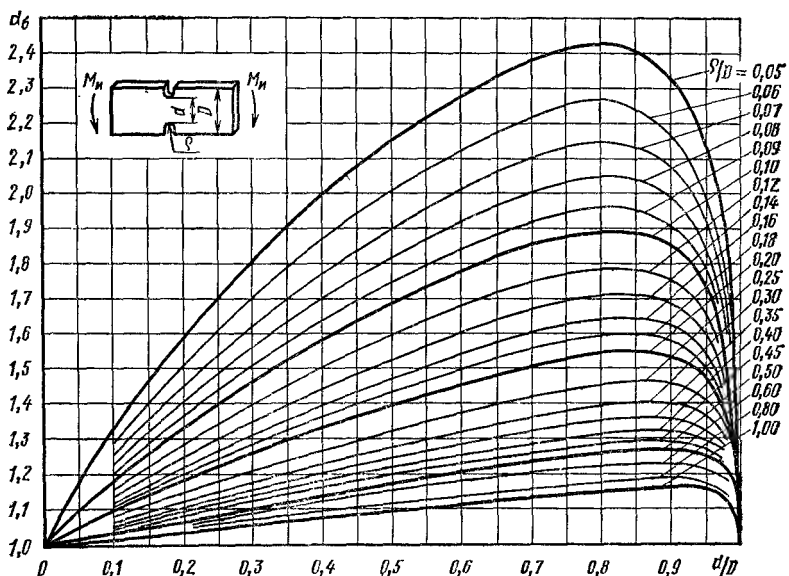


Рис. 41. Значения α_σ для пластины с двухсторонними надрезами при изгибе ($0,05 \leq \frac{r}{D} \leq 1,000$)

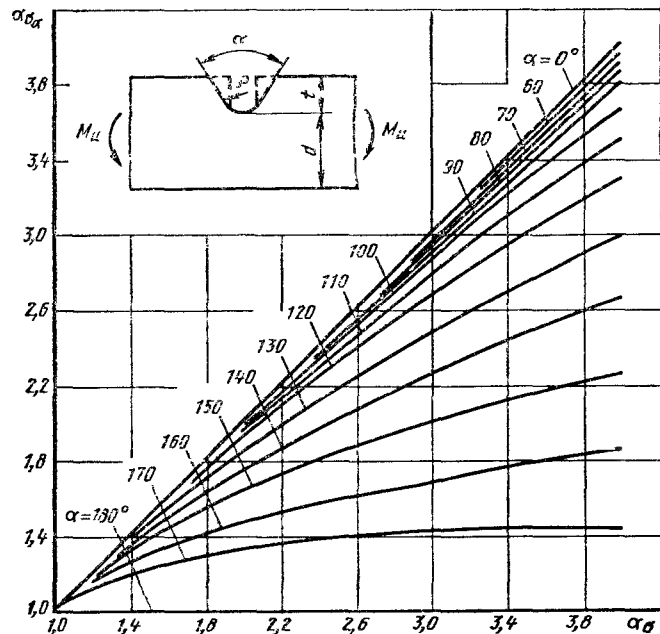


Рис. 42. Влияние угла выточки на коэффициент концентрации напряжений при изгибе пластинки с односторонней выточкой (α_σ — для выточки с углом $\alpha = 0$, штриховая линия; $\alpha_{\sigma\alpha}$ — для выточки с углом α при тех же размерах)

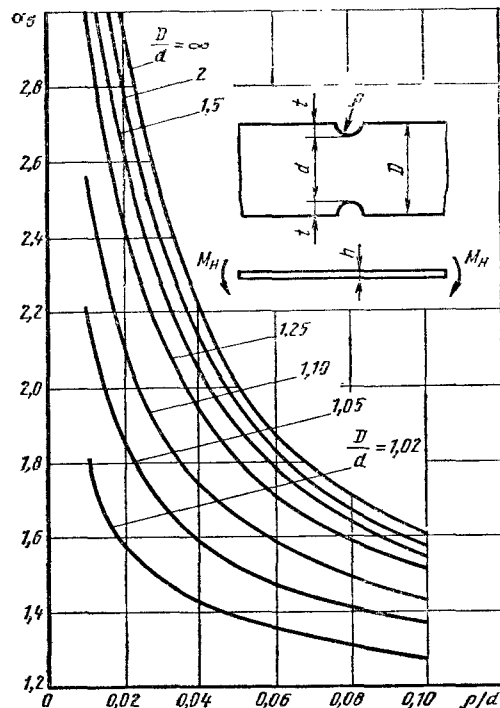


Рис. 43. Значения α_σ для тонкого листа с двухсторонними надрезами при изгибе в плоскости, перпендикулярной плоскости листа ($\frac{t}{h}$ значительно)

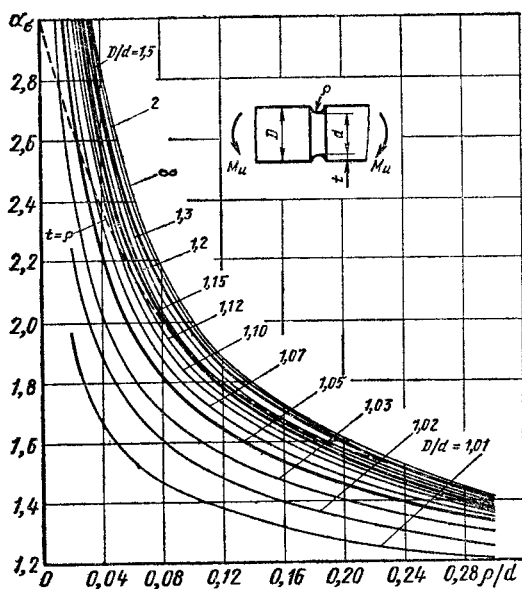


Рис. 44. Значения α_σ для вала с выточкой при изгибе (штриховая линия соответствует $t = \rho$)

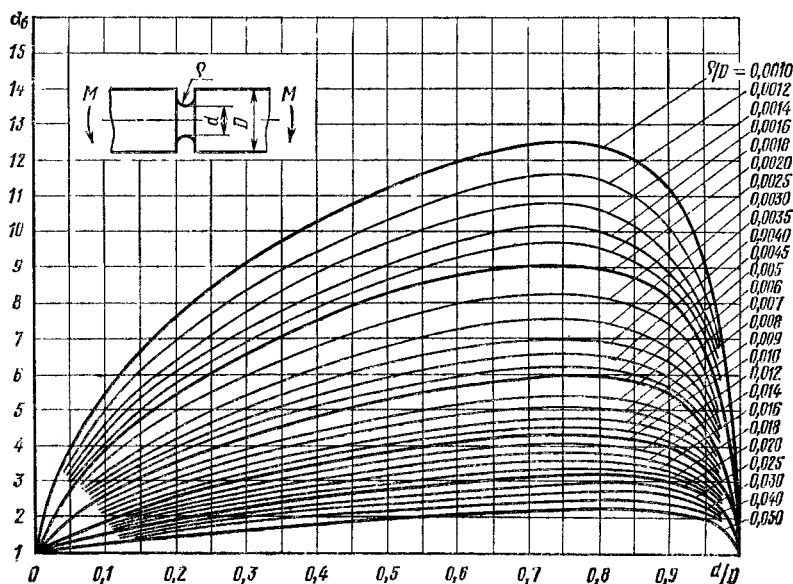


Рис. 45. Значения α_σ для вала с выточкой при изгибе
($0,001 \leq \frac{\rho}{D} \leq 0,050$)

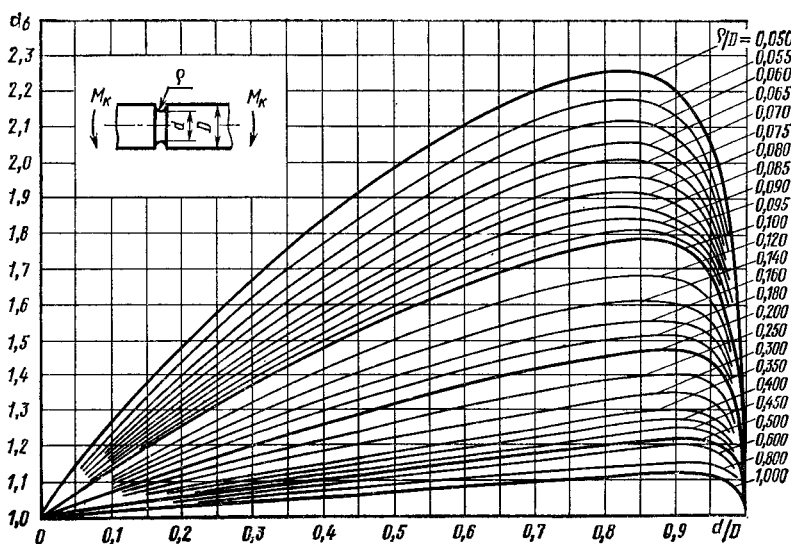


Рис. 46. Значения α_σ для вала с выточкой при изгибе

$$\left(0,050 \leq \frac{\rho}{D} \leq 1,00\right)$$

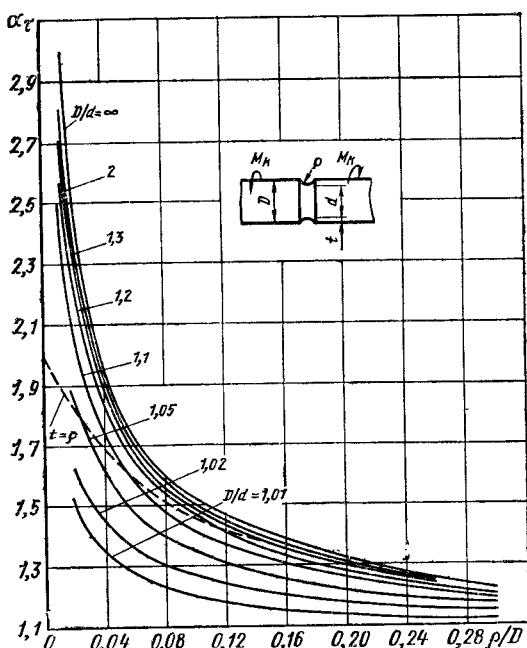


Рис. 47. Значения α_τ для вала с выточкой при кручении. Значения α_τ подсчитаны по теории Нейбера [9, 19]. Величины α_τ для $\frac{\rho}{D} < 0,02$ даны на рис. 48, для $\frac{\rho}{D} > 0,3$ — на рис. 49

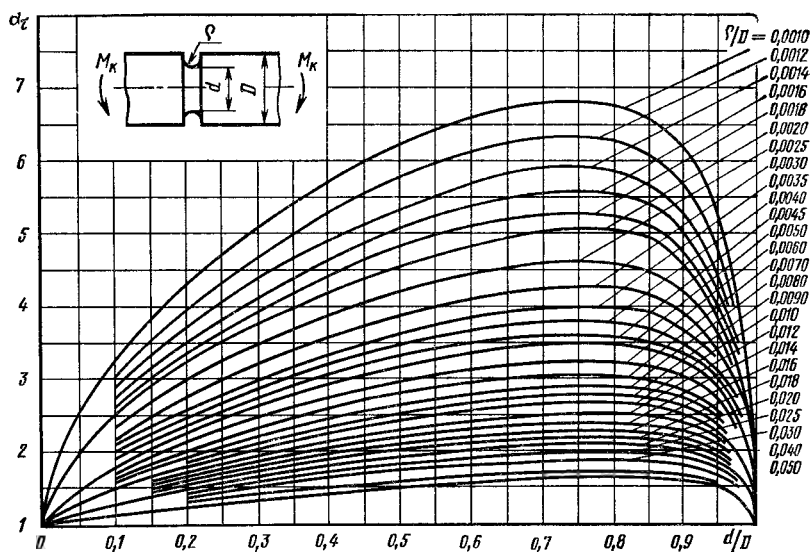


Рис. 48. Значения α_τ для вала с выточкой при кручении

$$\left(0,001 \leq \frac{\rho}{D} \leq 0,05\right)$$

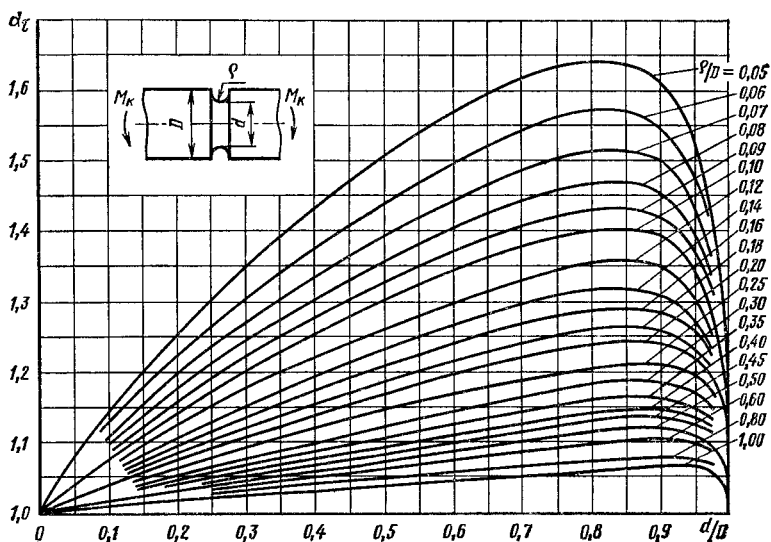


Рис. 49. Значения α_τ для вала с выточкой при кручении

$$\left(0,05 \leq \frac{\rho}{D} \leq 1,00\right)$$

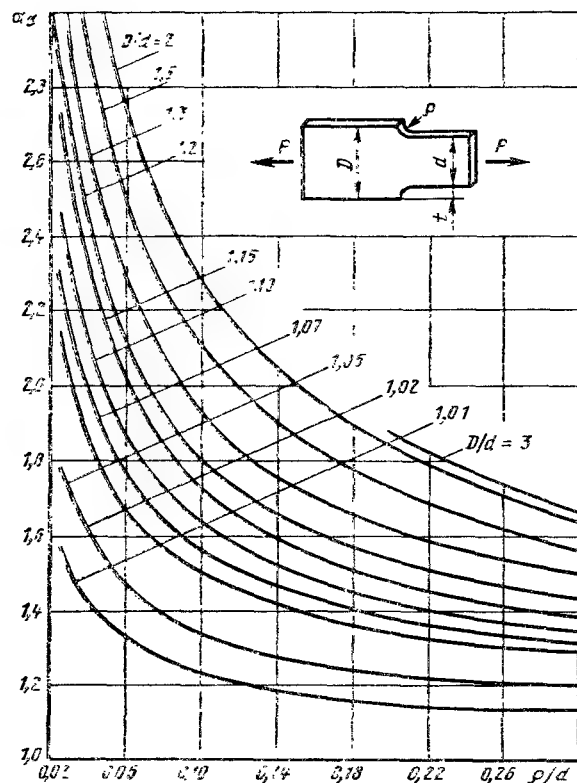


Рис. 50. Значения α_σ при растяжении симметричной плоской ступенчатой пластины с галтелями

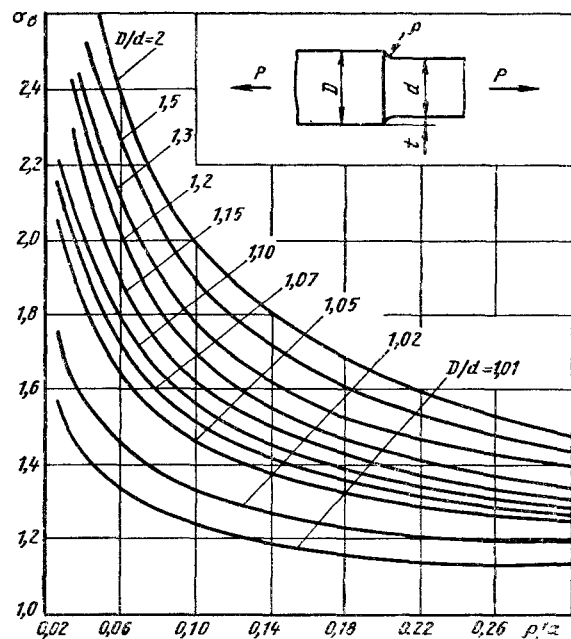


Рис. 51. Значения α_σ для случая растяжения (сжатия) ступенчатого вала с галтелью

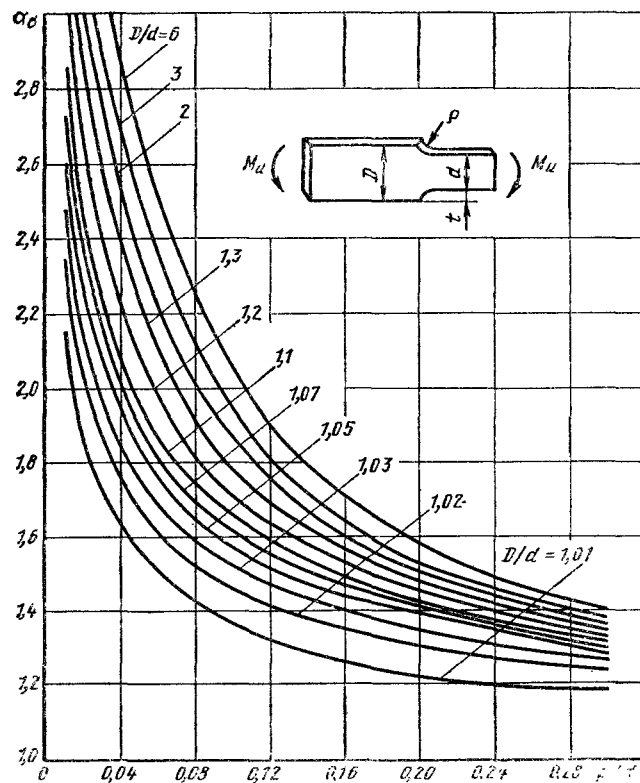


Рис. 52. Значения α_σ для случая изгиба ступенчатой пластины с галтелями

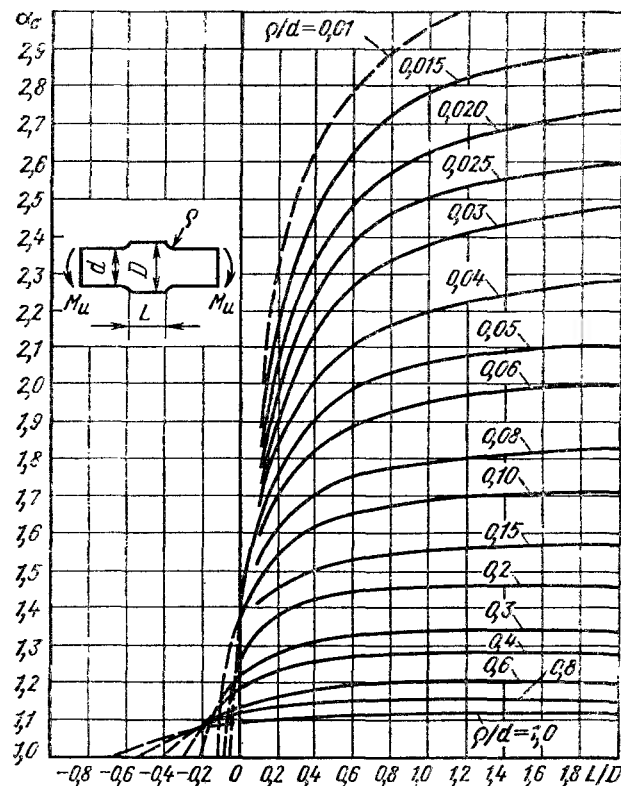
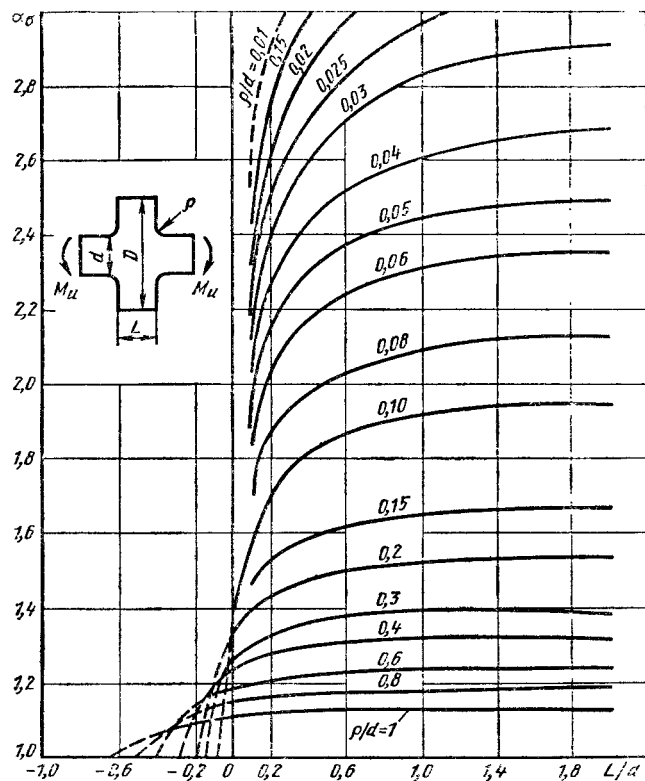
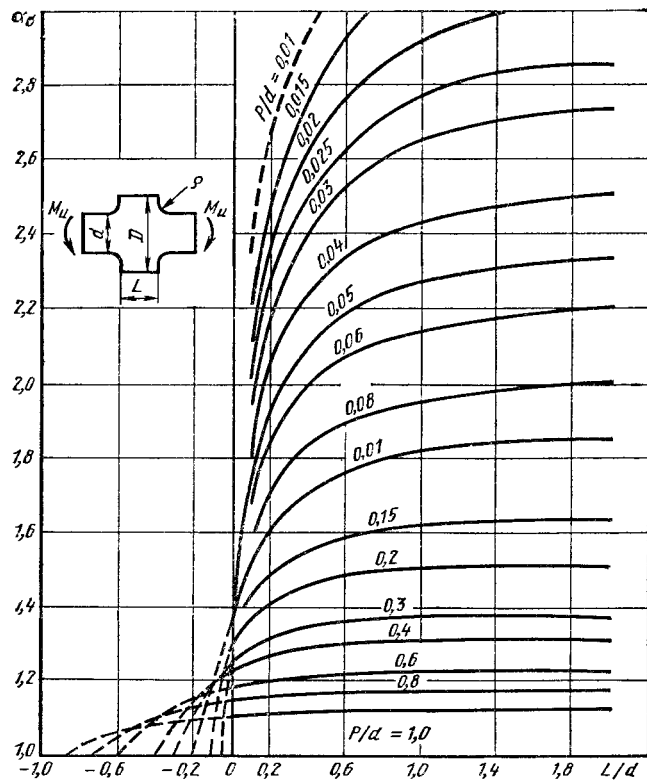


Рис. 53. Влияние длины выступа пластины L на коэффициент α_σ для пластин с галтелями при изгибе

$$\left(\frac{D}{d} = 1,25\right)$$



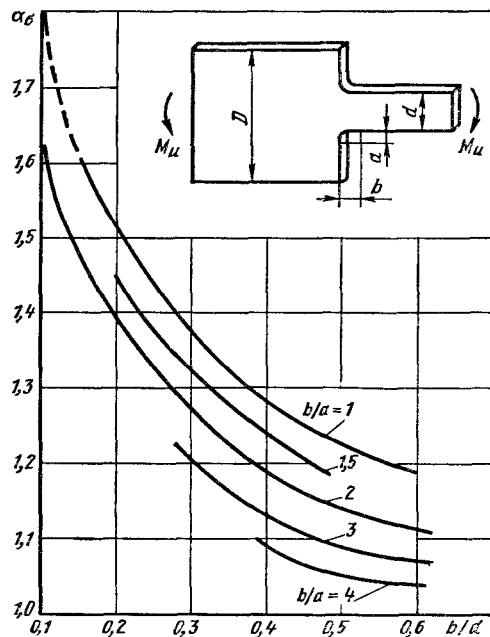


Рис. 56. Значения α_σ для случая изгиба пластин с эллиптической галтелью ($\frac{D}{d} = 3$)

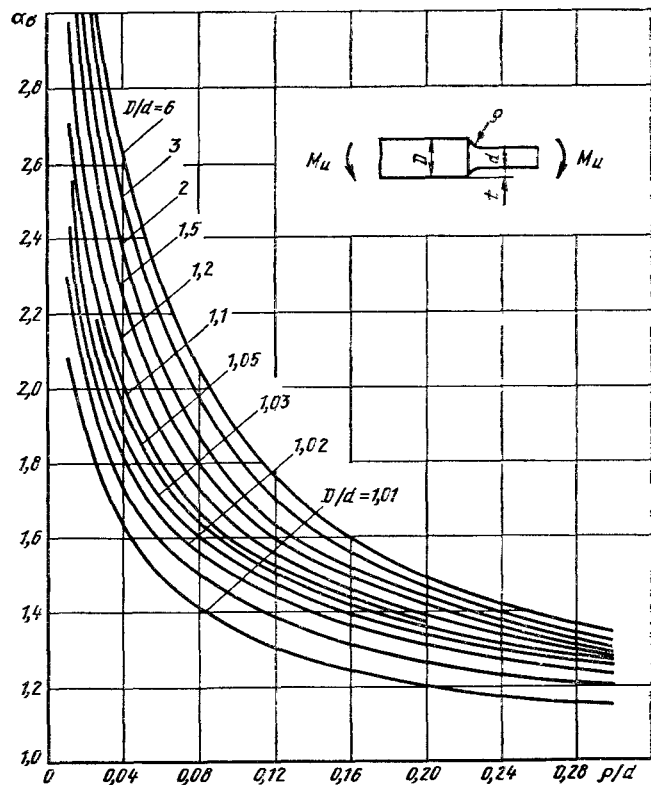


Рис. 57. Значения α_σ для случая изгиба ступенчатого вала с галтелью

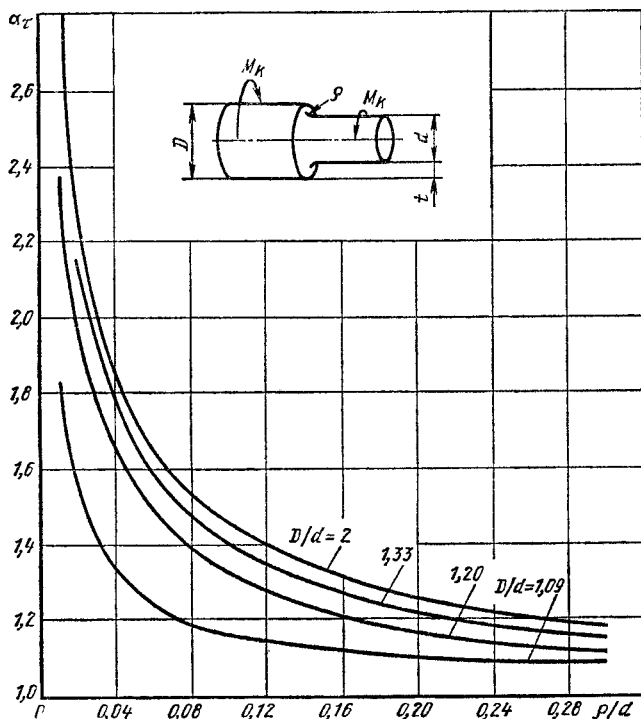


Рис. 58. Значения α_σ для случая кручения ступенчатого вала

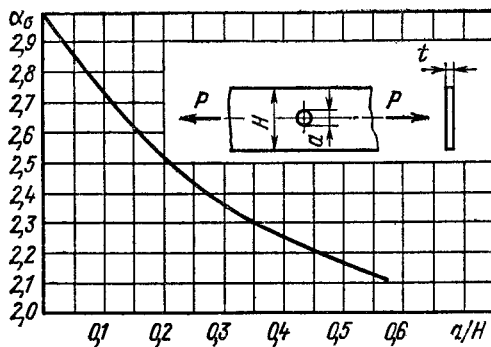


Рис. 59. Значения α_σ для случая растяжения тонкой пластины ограниченной ширины с поперечным отверстием

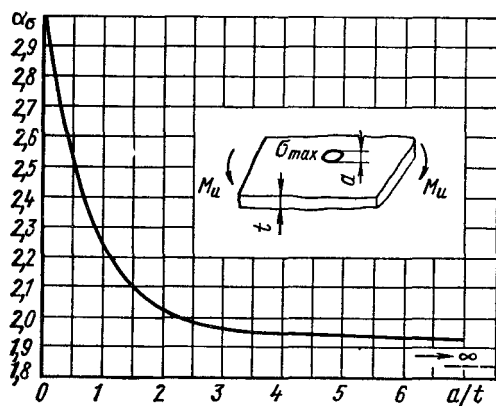


Рис. 60. Значения α_σ для случая изгиба тонкой пластины неограниченной ширины с поперечным отверстием

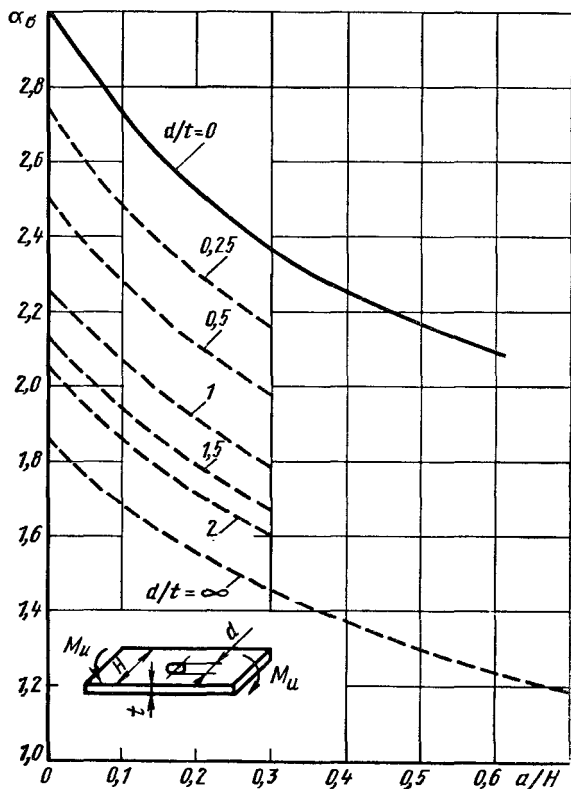


Рис. 61. Значения α_σ для случая изгиба тонкой пластины ограниченной ширины с поперечным отверстием

$$\left(\sigma_n = \frac{6M_u}{(H-d)t^2} \right)$$

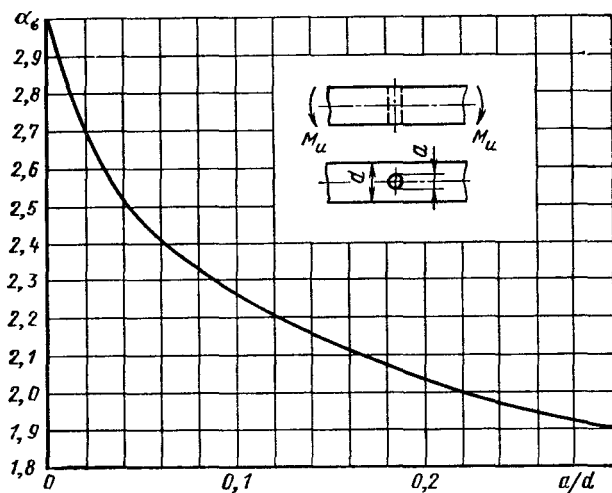


Рис. 62. Значения α_σ для случая изгиба вала с поперечным отверстием

$$\left(\sigma_{\text{н}} = \frac{M_{\text{н}}}{\pi d^3 \frac{ad^2}{32} - \frac{ad^2}{6}} \right)$$

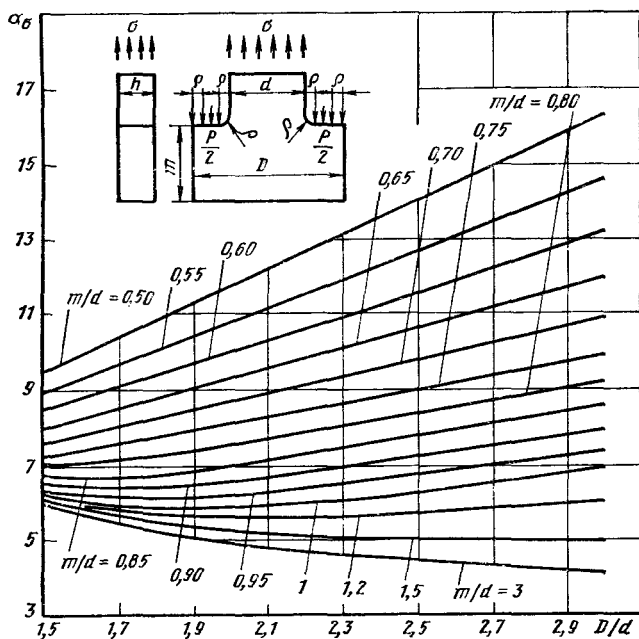


Рис. 63. Значения $\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma}$ для Т-образной головки

$$\left(\sigma = \frac{P}{hd}; \quad \frac{\rho}{D} = 0.050 \right)$$

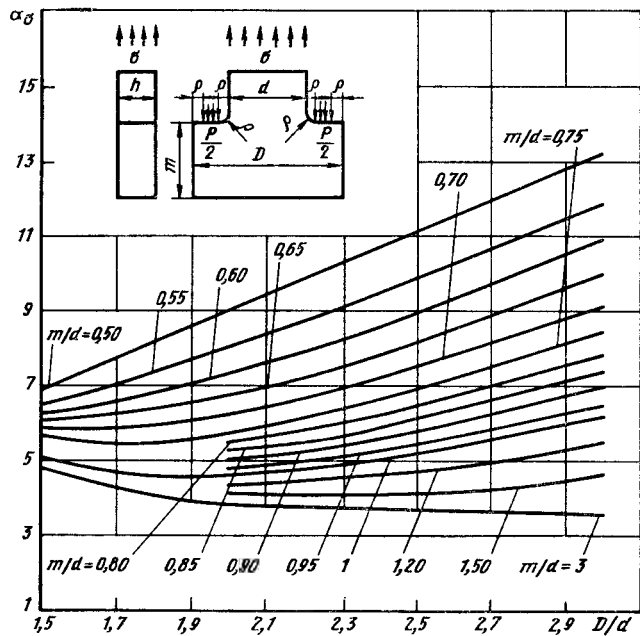


Рис. 64. Значения $\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}$ для Т-образной головки
 $(\sigma = \frac{P}{hd}; \frac{\rho}{d} = 0,075)$

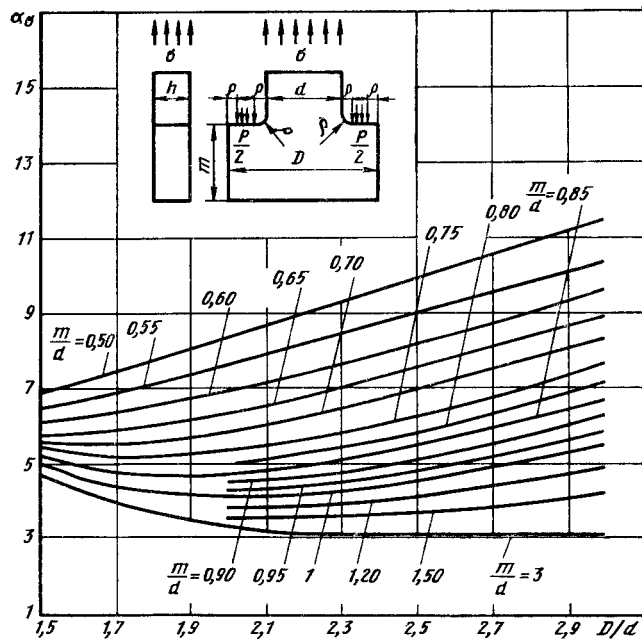


Рис. 65. Значения $\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}$ для Т-образной головки
 $(\sigma = \frac{P}{hd}; \frac{\rho}{d} = 0,1)$

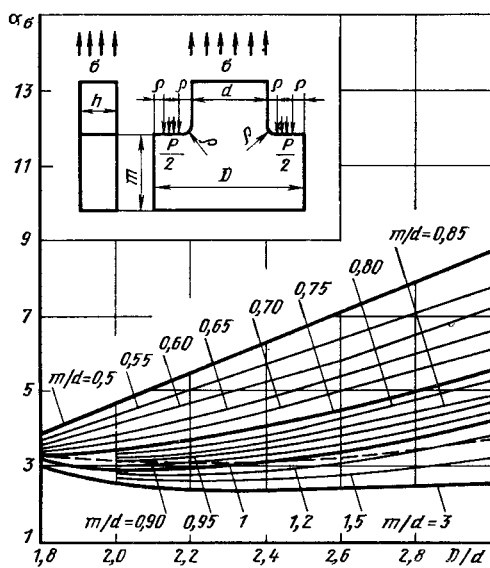


Рис. 66. Значения α_σ для Т-образной пластины
 $\left(\frac{\rho}{d} = 0,20\right)$

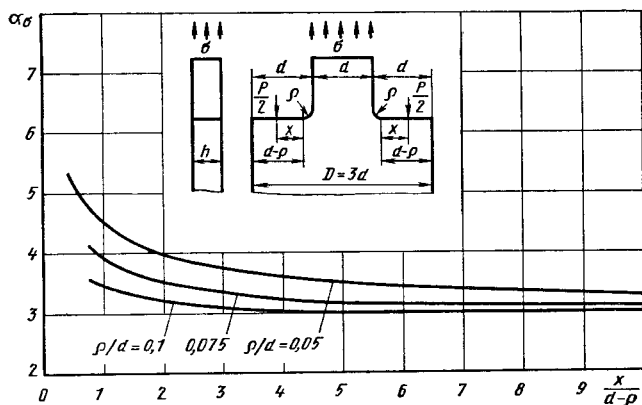


Рис. 67. Значения α_σ для Т-образной пластины с переменной координатой точки приложения сосредоточенной силы $P/2$ по оси
 $x\left(\sigma = \frac{P}{h\bar{d}}\right)$

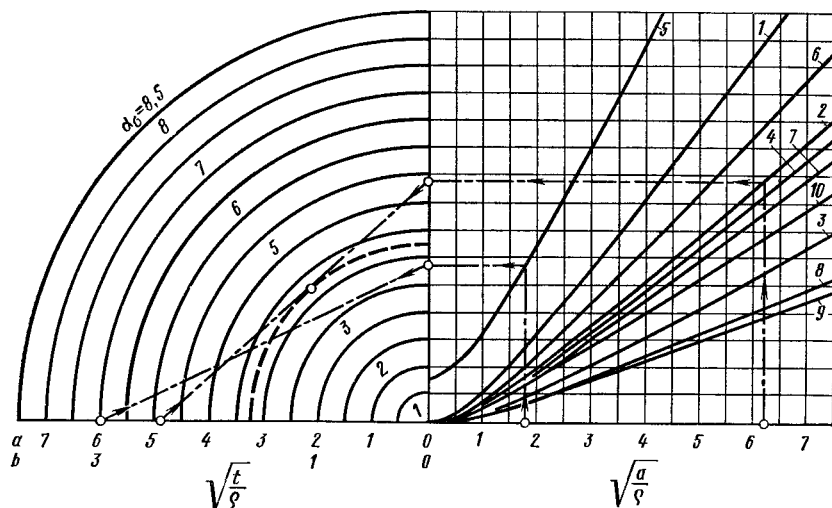


Рис. 68. Номограмма для определения теоретического коэффициента концентрации

$\alpha_{\sigma b}$ — значение α_{σ} для данных соотношений $\frac{\rho}{d}$ и $\frac{L}{D}$, определяемое по рис. 53, 54 или 55 (используется диаграмма для наиболее близкого значения $\frac{D}{d}$).

Пример. Найти значение α_{σ} для вала, с заплечиком следующих размеров:

$L = 4,8$ мм; $D = 35$ мм; $d = 32$ мм;
 $\rho = 0,8$ мм

Находим отношения:

$$\frac{D}{d} = 1,1; \quad \frac{\rho}{d} = 0,025; \quad \frac{L}{D} = 0,136;$$

по рис. 57 находим $\alpha_{\sigma} = 2,2$;

по рис. 53 при $\frac{\rho}{d} = 0,025$ и $\frac{L}{D} = 2$

$$\alpha_{\sigma a} = 2,6.$$

По рис. 53 при $\frac{\rho}{d} = 0,025$ и $\frac{L}{D} = 0,136$

$$\alpha_{\sigma b} = 1,85.$$

Тогда по формуле (11.10)

$$\alpha_{\sigma L} = 1 + (2,2 - 1) \frac{1,85 - 1}{2,6 - 1} = 1 + 1,2 \cdot 0,53 = 1,64.$$

Из-за отсутствия данных о значениях коэффициентов концентрации для узких заплечиков при растяжении или кручении рекомендуется в первом приближении оценивать эти коэффициенты также по уравнению (11.10)

Для определения теоретических коэффициентов концентрации в деталях приведенных в табл. 8, могут быть использованы также диаграммы Нейбера [9] (рис. 68, 69).

Примеры использования номограммы Нейбера

1. Двухсторонняя внешняя выточка на пластине при изгибе
Дано: $\rho = 2,5$ мм; $t = 15$ мм; $a = 95$ мм.

$$\text{Находим } \sqrt{\frac{t}{\rho}} = 2,45, \quad \sqrt{\frac{a}{\rho}} = 6,16.$$

По табл. 8 определяем, что для $\sqrt{\frac{t}{\rho}}$ нужно воспользоваться рядом чисел b , а для $\sqrt{\frac{a}{\rho}}$ — кривой 2. На рис. 68 от абсциссы $\sqrt{\frac{a}{\rho}} = 6,16$ начинаем двигаться по вертикали вверх до пересечения с кривой 2. Затем налево проводим горизонтальную линию до пересечения с осью ординат. Эту последнюю точку пересечения соединяем с точкой $\sqrt{\frac{t}{\rho}} = 2,45$, находящейся на горизонтальной оси; при этом отсчет производим по ряду чисел b . Эта прямая касается круга с коэффициентом концентрации $\alpha_{\sigma} = 4,28$.

2. Внешняя выточка на вале с осевым отверстием при изгибе

Дано: $\rho = 4$ мм, $a = 13$ мм, $t = 36$ мм, $r = 25$ мм.

Находим

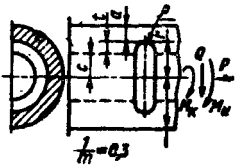
$$\sqrt{\frac{t}{\rho}} = 3; \quad \sqrt{\frac{a}{\rho}} = 1,80; \quad \sqrt{\frac{r}{\rho}} = 2,50.$$

Таблица 8

Конструктивные случаи для определения теоретических коэффициентов концентрации α_σ и α_τ по диаграммам Нейбера [9]

Виды выточек	Вид нагружения	Формулы номинальных напряжений	Параметры $\sqrt{\frac{t}{\rho}}$ для мелких выточек	Параметры $\sqrt{\frac{a}{\rho}}$ для глубоких выточек	Параметры $\sqrt{\frac{r}{\rho}}$ для вспомогательных коэффициентов концентрации
			ряды чисел	№ кривых на рис. 68, 69	№ кривых на рис. 68, 69
	Растяжение	$\frac{P}{2da}$	b	1	—
	Изгиб	$\frac{3M_{\text{и}}}{2da^2}$	b	2	—
	Растяжение	$\frac{P}{da}$	b	3	—
	Изгиб	$\frac{6M_{\text{и}}}{da^2}$	b	4	—
	Растяжение	$\frac{P}{2da}$	b	5	—
	Изгиб	$\frac{3M_{\text{и}} t}{2d(b^3 - t^3)}$	a	5	—
	Растяжение	$\frac{P}{\pi a^2}$	b	6	—
	Изгиб	$\frac{4M_{\text{и}}}{\pi a^3}$	b	7	—
	Кручение	$\frac{2M_{\text{к}}}{\pi a^3}$	a	9	—
	Растяжение	$\frac{P}{\pi(r^2 - c^2)}$	b	5	1
	Изгиб	$\frac{4M_{\text{и}} r}{\pi(r^4 - c^4)}$	b	5	2
	Кручение	$\frac{2M_{\text{к}} \cdot r}{\pi(r^4 - c^4)}$	a	10	3

Продолжение табл. 8

Виды выточек	Вид нагружения	Формулы номинальных напряжений	Параметры $\sqrt{\frac{t}{\rho}}$ для мелких выточек	Параметры $\sqrt{\frac{a}{\rho}}$ для глубоких выточек	Параметры $\sqrt{\frac{r}{\rho}}$ для вспомогательных коэффициентов концентрации
			ряды чисел	№ кривых на рис. 68, 69	№ кривых на рис. 68, 69
	Растяжение	$\frac{P}{\pi (b^2 - r^2)}$	b	5	5
	Изгиб	$\frac{4 M_{\text{изг}} r}{\pi (b^4 - r^4)}$	b	5	6
	Кручение	$\frac{2 M_{\text{кр}} \cdot r}{\pi (b^4 - r^4)}$	a	10	8

По описанному выше способу при $\sqrt{\frac{t}{\rho}} = 3$ (ряд чисел b) и $\sqrt{\frac{a}{\rho}} = 1,8$ (кривая 5) по рис. 68 находим $\alpha_0 = 3,60$.

Теперь переходим к рис. 69. От точки $\sqrt{\frac{r}{\rho}} = 2,50$ по вертикали движемся до пересечения с кривой 2, затем налево по горизонтали до пересечения с осью. Последнюю точку пересечения соединяем с точкой $(\alpha_0')_r = \infty = 3,60$, лежащей на другой оси. Круг, которого касается эта прямая, дает $\alpha_0 = 2,08$.

Определение параметра L . Параметр L (в мм) представляет собой периметр рабочего сечения (в том случае, когда напряжения по всему периметру одинаковые) или его часть, равную протяженности той зоны по периметру, которая прилегает к местам повышенной напряженности.

Так, например, при круговом изгибе или растяжении-сжатии, а также при кручении круглых стержней с кольцевыми канавками, переходом от одного сечения к другому по галтели, с резбой или гладких $L = \pi d$, где d в мм — диаметр рабочего сечения детали.

Если же при растяжении-сжатии или изгибе деталей только часть периметра

рабочего сечения прилегает к зоне повышенной напряженности, то L определяется по формулам, приведенным на рис. 70.

Определение относительного градиента первого главного напряжения $\bar{\sigma}$, G_{τ} (в 1/мм). Относительные градиенты напряжений G , G_{τ} определяются по формулам, приведенным в табл. 9

Определение величин v_0 , v_{τ} . Величина v_0 характеризует чувствительность металла к концентрации напряжений и влиянию абсолютных размеров. Чем больше величина v_0 , тем меньше чувствительность к концентрации напряжений и более резко проявляется масштабный фактор.

Значения v_0 могут быть определены по результатам испытания на усталость образцов различных форм, размеров, уровней концентрации напряжений, изготовленных из металла одной плавки и испытанных при различных видах нагружения. В табл. 10 приведены значения v_0 вместе с химическим составом и механическими свойствами ряда материалов, найденные по результатам работ [1—5, 11, 12, 15—18]. При изгибе или растяжении-сжатии для углероди-

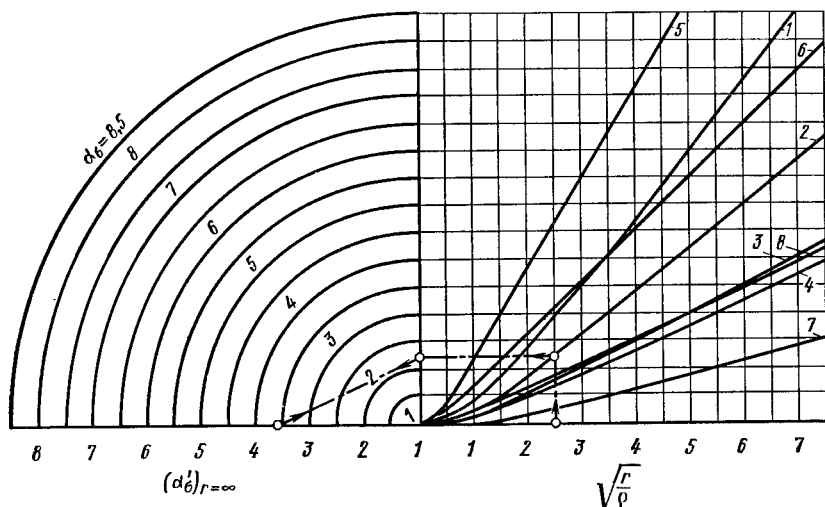


Рис. 69. Номограмма для кольцевых выточек с осевым отверстием

стальных сталей можно принять $\nu_\sigma = 0,10 \div 0,14$, для алюминиевых деформируемых сплавов $\nu_\sigma = 0,08 \div 0,09$ (для Д16 $\nu_\sigma = 0,2$), для чугуна с шаровидным графитом $\nu_\sigma = 0,15$. Для легированных сталей значения ν_σ изменяются в более широких пределах: $\nu_\sigma = 0,04 \div 0,11$; однако большая часть данных соответствует диапазону $\nu_\sigma = 0,04 \div 0,08$, на который и следует ориентироваться

в случае отсутствия результатов усталостных испытаний, необходимых для определения ν_σ для данной стали. При кручении образцов из чугуна с шаровидным графитом значение $\nu_\tau = 0,28$.

Для сталей и алюминиевых сплавов экспериментальных данных по определению ν_τ практически нет; можно принять $\nu_\tau = (1,5 \div 2) \nu_\sigma$.

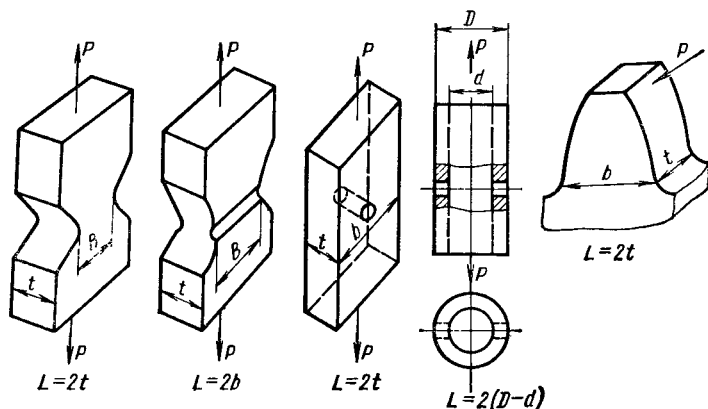
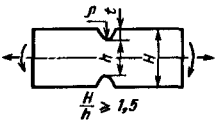
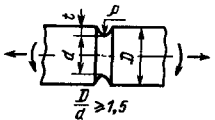
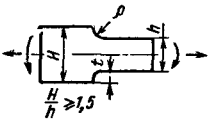
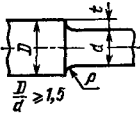


Рис. 70. Схема к определению величины L

Таблица 9

Деталь	Изгиб	Растяжение-сжатие	Кручение
	$\bar{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{h} \quad (1)$	$\bar{G} = \frac{2}{\rho} \quad (2)$	—
То же $\frac{H}{h} < 1,5$	$\bar{G} = \frac{2(1+\Phi)}{\rho} + \frac{2}{h} \quad (3)$	$\bar{G} = \frac{2(1+\Phi)}{\rho} \quad (4)$	—
	$\bar{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (5)$	$\bar{G} = \frac{2}{\rho} \quad (6)$	$\bar{G}_\tau = \frac{1}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (7)$
То же $\frac{D}{d} < 1,5$	$\bar{G} = \frac{2(1+\Phi)}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (8)$	$\bar{G} = \frac{2(1+\Phi)}{\rho} \quad (9)$	$\bar{G}_\tau = \frac{1}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (10)$
	$\bar{G} = \frac{2,3}{\rho} + \frac{2}{h} \quad (11)$	$\bar{G} = \frac{2,3}{\rho} \quad (12)$	—
То же $\frac{H}{h} < 1,5$	$\bar{G} = \frac{2,3(1+\Phi)}{\rho} + \frac{2}{h} \quad (13)$	$\bar{G} = \frac{2,3(1+\Phi)}{\rho} \quad (14)$	—
	$\bar{G} = \frac{2,3}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (15)$	$\bar{G} = \frac{2,3}{\rho} \quad (16)$	$G_\tau = \frac{1,15}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (17)$
То же $\frac{D}{d} < 1,5$	$\bar{G} = \frac{2,3(1+\Phi)}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (18)$	$\bar{G} = \frac{2,3(1+\Phi)}{\rho} \quad (19)$	$\bar{G}_\tau = \frac{1,15}{\rho} + \frac{2}{d} \quad (20)$

Продолжение табл. 10

Марка сплава	Химический состав, %							$\sigma_{в'}$ кгс/мм ²	$\bar{\sigma}_{-1}$ кгс/мм ²	ν_{σ}
	Cu	Mg	Mn	Fe	Si	Zn	Ti			
Для алюминиевых деформируемых сплавов										
АВТ	0,46	0,72	0,25	0,34	0,91	0,05	0,03	36,4	13,5	0,08
В95*	1,75	2,45	0,32	0,34	0,22	6,49	—	61,8	17,4	0,09
АД33	0,23	0,99	0,01	0,34	0,82	0,05	0,05	33,3	12,7	0,09
Д16								55,4	16,6	0,20
* Помимо элементов, приведенных в таблице, сплав В95 содержит также 0,07% Zr; 0,13% Cr; сплав АД33 — 0,25% Cr.										
Марка сплава	Химический состав, %					$\sigma_{в'}$ кгс/мм ²	$\bar{\sigma}_{-1}$ кгс/мм ²	ν_{σ}		
	Al	Mn	Si	Fe	Zn					
Для магниевых сплавов										
ВМ65-1	0,03	0,02	0,03	Следы	5,64	26,7	11,3	0,10		
МЛ5	8,10	0,30	0,07	0,02	0,52	22,1	7,3	0,30		
Примечание. ВМ65-1 — деформируемый сплав (Zr 0,45%). МЛ5 — литейный сплав, для которого принято $\epsilon_{\infty} = 0,4$.										
Для чугуна										
В Институте механики АН УССР совместно с ИМаш испытывался высокопрочный чугун перлитного класса (с шаровидным графитом). Химический состав: 3,4% С; 2,45% Si; 0,52% Mn; 0,09% P; 0,012% S; 0,09% Mg; $\sigma_{в} = 83$ кгс/мм ² . При изгибе $\nu_{\sigma} = 0,15$; $\bar{\sigma}_{-1} = 35$ кгс/мм ² ; при кручении $\nu_{\tau} = 0,28$; $\bar{\tau}_{-1} = 26,2$ кгс/мм ² .										

Определение отношения $K_{\sigma}/\epsilon_{\sigma}$ для деталей с напрессовками (при наличии коррозии трения). Значения $\left(\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}\right)_0$ для валов с напрессованными деталями при изгибе представлены на рис. 71. Эти данные соответствуют испытаниям до разрушения валов из стали ($\sigma_{в} = 50$ кгс/мм² при давлении посадки $p \geq 3$ кгс/мм²).

При $\sigma_{в} > 50$ кгс/мм² и $P < 3$ кгс/мм² при расчете следует вводить поправочные коэффициенты (рис. 72, 73) и определять значение $\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}$ по формуле:

$$\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}} = \left(\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}\right)_0 \xi' \xi'' \quad (11.11)$$

где $\left(\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}\right)_0$ — коэффициент, определяемый по рис. 71; ξ' — коэффициент, учитывающий влияние предела прочности (рис. 72); ξ'' — коэффициент, учитывающий влияние давления посадки (рис. 73).

Опытные значения коэффициентов K_{σ} и $\frac{K_{\sigma}}{\epsilon_{\sigma}}$ для деталей некоторых типовых форм. Значения эффективных коэффициентов концентрации K_{σ} для валов с поперечными отверстиями при изгибе даны на рис. 74, при кручении — на рис. 75.

Коэффициенты K_{σ} , K_{τ} , приведенные на рис. 74, 75, в принципе могут быть

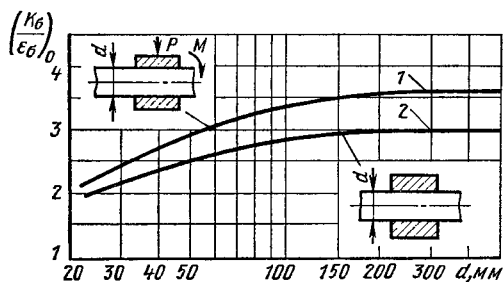


Рис. 71. Значение коэффициентов $\left(\frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}}\right)_0$ для валов с напрессованными деталями при изгибе ($\sigma_B = 50 \text{ кгс/мм}^2$; $P \geq 3 \text{ кгс/мм}^2$): 1 — через напрессованную деталь передается сила или момент; 2 — через напрессованную деталь не передается усилий

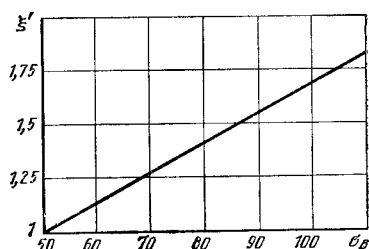


Рис. 72. Поправочный коэффициент ξ' на предел прочности

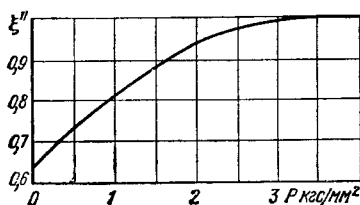


Рис. 73. Поправочный коэффициент ξ'' на давление напрессовки

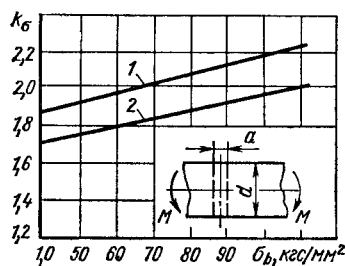


Рис. 74. Эффективные коэффициенты концентрации для валов с поперечным отверстием при изгибе: 1 — при $\frac{a}{d} = 0.05 \div 0.1$; 2 — при $\frac{a}{d} = 0.15 \div 0.25$ ($d = 30 \div 50 \text{ мм}$)

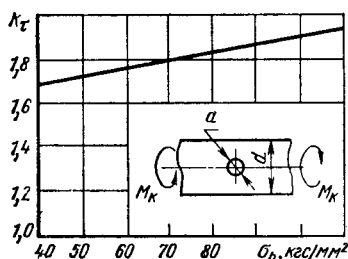


Рис. 75. Эффективные коэффициенты концентрации для валов с поперечным отверстием при кручении ($\frac{a}{d} = 0.50 \div 0.25$; $d = 30 \div 50 \text{ мм}$)

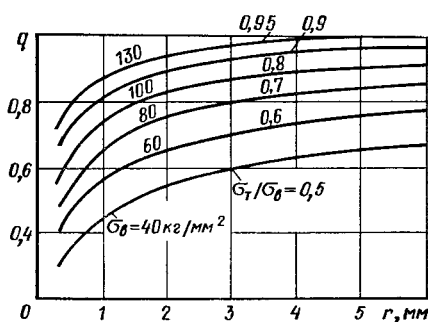
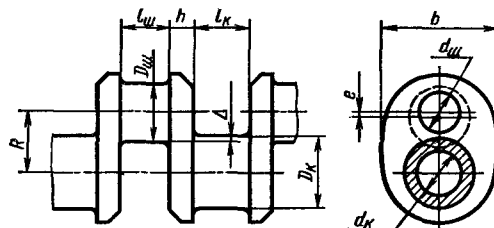


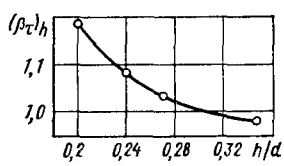
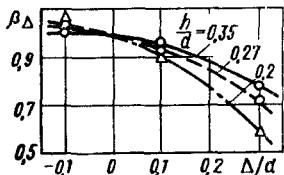
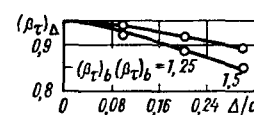
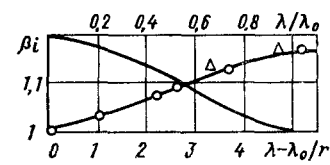
Рис. 76. Графики изменения коэффициентов чувствительности

Таблица 11

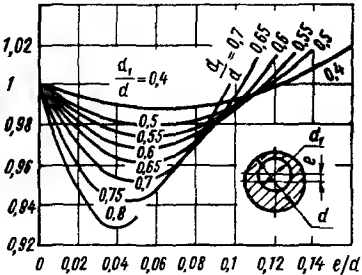
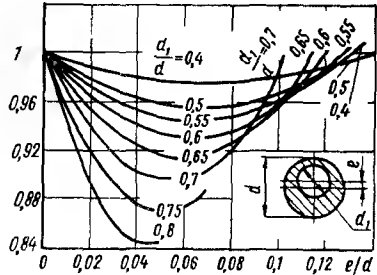
Влияние конструктивных параметров колена вала на распределение напряжений в сопряжении щеки и шейки



Коэффициент	Конструктивный параметр коленчатого вала	Изгиб	Кручение										
β_B	Ширина щеки b/d	<table><caption>Data for β_b vs b/d</caption><thead><tr><th>b/d</th><th>β_b</th></tr></thead><tbody><tr><td>1.2</td><td>0.9</td></tr><tr><td>1.4</td><td>0.95</td></tr><tr><td>1.6</td><td>1.0</td></tr><tr><td>1.8</td><td>1.2</td></tr></tbody></table>	b/d	β_b	1.2	0.9	1.4	0.95	1.6	1.0	1.8	1.2	—
b/d	β_b												
1.2	0.9												
1.4	0.95												
1.6	1.0												
1.8	1.2												
β_{d_1}	Диаметр отверстия шейки d_1/d	<table><caption>Data for β_{d_1} vs d_1/d</caption><thead><tr><th>d_1/d</th><th>β_{d_1}</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0.2</td><td>1.0</td></tr><tr><td>0.4</td><td>1.05</td></tr><tr><td>0.6</td><td>1.2</td></tr></tbody></table>	d_1/d	β_{d_1}	0	1	0.2	1.0	0.4	1.05	0.6	1.2	—
d_1/d	β_{d_1}												
0	1												
0.2	1.0												
0.4	1.05												
0.6	1.2												

Коэффициент	Конструктивный параметр коленчатого вала	Изгиб	Кручение
β_h	Толщина щеки h/d	—	
Δ/d	Степень перекрытия		
β_L	Удаленность галтели от отверстия в щеке λ/λ_0	—	

Продолжение табл. 11

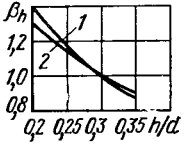
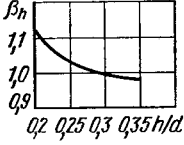
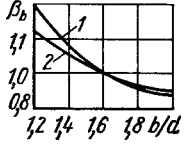
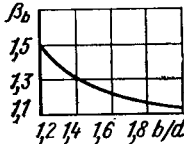
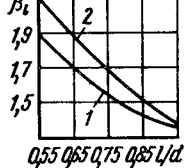
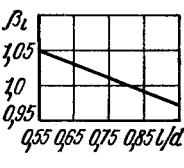
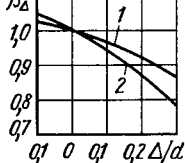
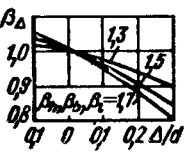
Коэффициент	Конструктивный параметр коленчатого вала	Изгиб	Кручение
β_e	Эксцентриситет e/d		
β	Коэффициент общей неравномерности распределе- ния напряжений	$\beta_H = \beta_b \beta_{d_1} \beta_{\Delta} \beta_L \beta_e$	$\beta_K = \beta_L \beta_H \beta_{\Delta} \beta_e$

Примечание. Оптимальная удаленность λ_0 облегчающего отверстия в зависимости от степени перекрытия приближенно определяется по формуле $\lambda_0 = 3 \left(1 - 2,25 \frac{\Delta}{d} \right) r$.

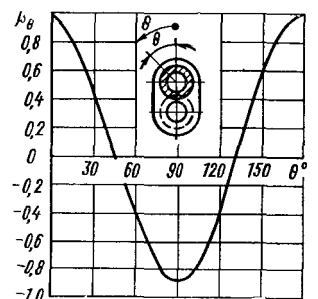
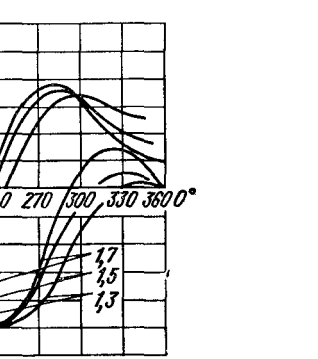
Если фактическая удаленность отверстия в смежной щеке λ больше оптимальной $\left(\frac{\lambda}{\lambda_0} > 1 \right)$, то β_L определяется по кривой 1, если λ меньше λ_0 , то β_L определяется по кривой 2.

Таблица 12

Влияние конструктивных параметров колена вала на распределение напряжений в шейке

Коэффициент	Конструктивный параметр коленчатого вала	Изгиб в плоскости колена (1), в перпендикулярной плоскости (2)	Кручение
β_h	Толщина шейки h/d		
β_b	Ширина шейки b/d		
β_l	Длина шейки l/d		
β_Δ	Степень перекрытия		

Продолжение табл. 12

Коэффициент	Конструктивный параметр коленчатого вала	Изгиб в плоскости колена (1), в перпендикулярной плоскости (2)	Кручение
β_θ	Угол расположения смазочного отверстия θ	—	
			
β	Коэффициент общей неравномерности распределения напряжений	$\beta_{\text{и}} = \beta_\theta \beta_h \beta_b \beta_l \beta_\Delta$	$\beta_{\text{к}} = 1 + \beta_\theta [\beta_h \beta_b \beta_l \beta_\Delta - 1] = 1 + \beta - \beta_\theta$

найлены также из уравнения подобия усталостного разрушения. Однако влияние качества обработки кромки отверстия на величину этих коэффициентов весьма существенно, что приводит к значительному разбросу указанных величин, полученных различными исследованиями. Поэтому величины $\frac{K_\sigma}{\varepsilon_\sigma}$ и

K_τ для валов с отверстием следует

определять по рис. 74, 75, которые построены путем обобщения опытных значений указанных коэффициентов.

Значения эффективных коэффициентов концентрации K_σ и K_τ определяют приближенно по значениям α_σ и α_τ :

$$K_\sigma = 1 + q_\sigma (\alpha_\sigma - 1);$$

$$K_\tau = 1 + q_\tau (\alpha_\tau - 1),$$

где q — коэффициент чувствительности, определяемый по рис. 76 и по

Таблица 13

Значения K_σ для валов с двумя или одним шпоночным пазом

σ_B , кгс/мм ²	50	75	100
K_σ	1,5	1,75	2,0

Таблица 14

Значения K_τ для валов с двумя или одним шпоночным пазом

σ_B , кгс/мм ²	60	70	80	90	100
K_τ	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9

Примечание. Значения K_σ и K_τ подсчитаны по номинальным напряжениям, вычисляемым по нетто-сечению.

формулам [6]

$$q_\sigma = \frac{(q)_{\sigma_B} + (q)_{\sigma_T/\sigma_B}}{2}; \quad q_\tau = (q)_{\sigma_T/\sigma_B}.$$

При расчете коленчатых валов нужно учитывать общую неравномерность распределения напряжений и концентрацию напряжений. Коэффициенты β_1 и β_2 (при изгибе в плоскости колена и в перпендикулярной плоскости) и β_K (при кручении), приведенные в табл. 11, 12, характеризуют общую неравномерность, коэффициенты α_i и α_K — концентрацию напряжений в сопряжении шейки со щекой [6] (рис. 77). Напряжения в галтельном сопряжении со щекой определяют по формулам [1]

$$\sigma = \sigma_{ш} \beta_{ш} \alpha_{ш};$$

$$\tau = \tau_{ш} \beta_K \alpha_K.$$

На рис. 78, а приведены коэффициенты концентрации напряжений в смазочном поперечном отверстии α_i и на рис. 78, б — коэффициенты относительной напряженности на кромке отверстия η . Суммарные нормальные напряжения по контуру отверстия

$$\sigma_{сум} = \eta_i \alpha_i \sigma + \eta_K \alpha_K \tau.$$

Значения K_σ для болтовых соединений при растяжении-сжатии даны на рис. 79.

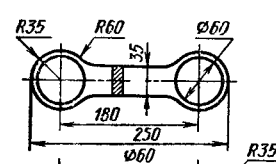
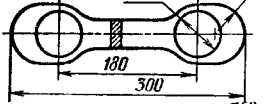
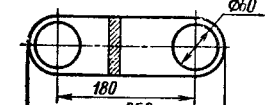
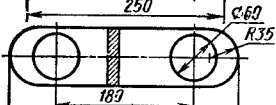
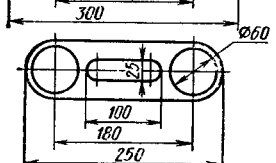
Таблица 15

Значения эффективных коэффициентов концентрации для шлицевых валов

σ_B , кгс/мм ²		40	60	80	100
K_σ для	прямобоковых шлицев	2,1	2,3	2,5	2,7
	эвольвентных шлицев	1,4	1,46	1,52	1,6

Таблица 16

Эффективные коэффициенты концентрации K_σ для стальных проушин при растяжении-сжатии, $\sigma_B = 75$ кгс/мм² [20]

Чертеж проушины	K_σ
	3,42
	2,50
	2,78
	2,48
	2,68

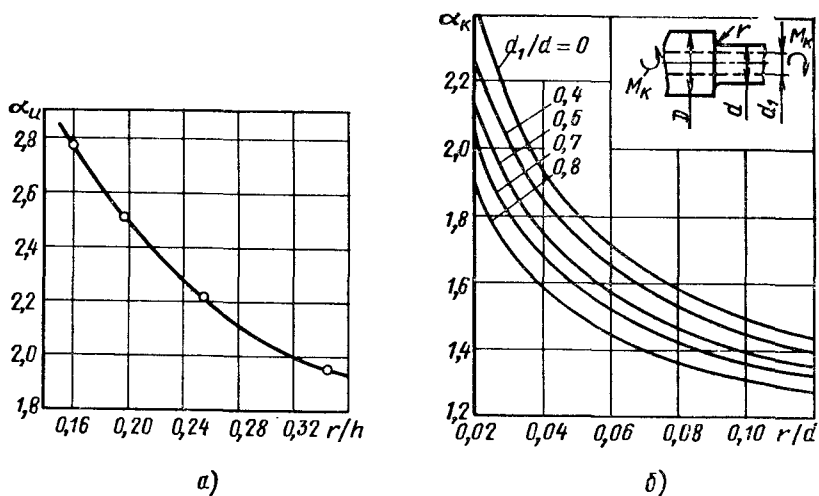


Рис. 77. Коэффициенты концентрации в сопряжении шейки коленчатого вала со щекой:

а — при изгибе; б — при кручении

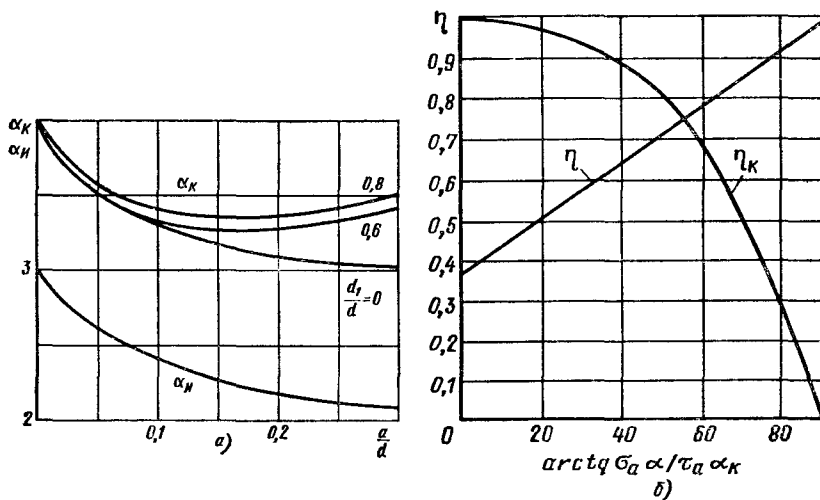


Рис. 78. Коэффициенты для расчета коленчатых валов:

а — концентрации напряжений в поперечном отверстии; б — коэффициент учета относительной напряженности на кромке поперечного отверстия

Величина N_0 в большинстве случаев колеблется в пределах от 10^6 до $3 \cdot 10^6$ циклов. В расчетах на прочность при переменных напряжениях, когда отсутствуют данные усталостных испытаний, можно принять в среднем $N_0 = 2 \cdot 10^6$ циклов.

Величины m для деталей изменяются в пределах от 3 до 20, причем с ростом $K_{\sigma D}$ замечена тенденция к снижению m . Зависимости между $K_{\sigma D}$ и m можно принять приближенно в виде:

$$mK_{\sigma D} = C, \quad (11.13)$$

где для сварных соединений $C = 12$; для деталей из углеродистых сталей $C = 12 \div 20$;

для деталей из легированных сталей $C = 20 \div 30$.

Значения коэффициентов ψ_{σ} обычно равны 0,1—0,2 для углеродистых сталей и 0,2—0,3 — для легированных сталей (при кручении $\psi_{\tau} = 0,05 \div 0,10$ и 0,1—0,15, соответственно).

Для деталей с концентрацией напряжений коэффициенты влияния асимметрии цикла $\psi_{\sigma D}$ и $\psi_{\tau D}$ определяют по формулам:

$$\psi_{\sigma D} = \frac{\psi_{\sigma}}{K_{\sigma D}}; \quad \psi_{\tau D} = \frac{\psi_{\tau}}{K_{\tau D}}. \quad (11.14)$$

Предельные амплитуды для деталей при асимметричном цикле

$$\sigma_{ад} = \sigma_{-1д} - \psi_{\sigma D} \sigma_m; \quad (11.15)$$

$$\tau_{ад} = \tau_{-1д} - \psi_{\tau D} \tau_m. \quad (11.16)$$

Влияние качества обработки поверхности (коэффициенты β). Значения коэффициентов $\beta = \frac{\sigma'_{-1}}{\sigma_{-1}}$, характеризующих снижение пределов выносливости при ухудшении качества обработки поверхности, представлены от предела прочности σ_b (σ'_{-1} — предел выносливости образцов с данным качеством обработки поверхности; σ_{-1} — предел выносливости тщательно полированных образцов).

При обточке образцов из алюминиевых деформируемых сплавов $\beta = 0,8 \div 0,9$, при обточке образцов из магниевых сплавов $\beta = 0,7 \div 0,8$.

При наличии литейной корки, окарины и других дефектов литья, прес-

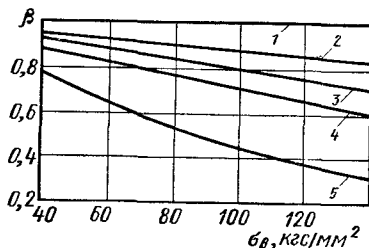


Рис. 81. Влияние состояния поверхности на предел выносливости:

1 — полирование; 2 — шлифование; 3 — тонкая обточка; 4 — грубая обточка; 5 — наличие окарины

сования или прокатки на поверхности образцов из легких сплавов $\beta = 0,5 \div 0,75$; при обдувке дробью литейной или прокатной корки $\beta = 0,8 \div 1$.

Некоторые виды маркировки резко снижают пределы выносливости деталей. Например, маркировка клеймением образцов толщиной 4 мм из дуралюмина ($\sigma_b = 48$ кгс/мм²) или электрона ($\sigma_b = 28$ кгс/мм²) снижает их предел выносливости на 30%. При написании цифр электрокарандашом коэффициент β для стали, дуралюмина и электрона соответственно равен 0,88; 0,8 и 0,57. Вытравливание цифр не снижает предела выносливости образцов из указанных выше материалов. Особенно чувствительны к качеству обработки поверхности титановые сплавы.

Снижение предела выносливости точеных образцов по сравнению со шлифованными для титана составляет 33% при нормальной температуре и 28% при $t = 400^\circ \text{C}$ (гл. 3).

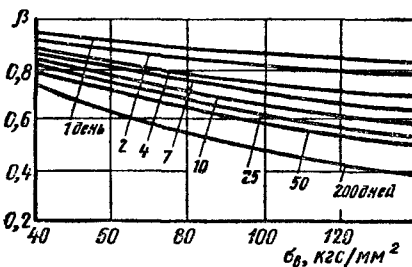


Рис. 82. Влияние предварительной коррозии на предел выносливости стальных образцов

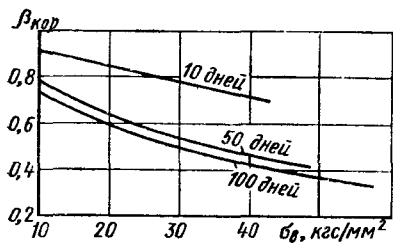


Рис. 83. Влияние предварительной коррозии на предел выносливости образцов из алюминиевых сплавов

Определение коэффициентов $\beta_{\text{кор}}$. Коэффициенты $\beta_{\text{кор}}$, характеризующие снижение предела выносливости от предварительной коррозии (до испытания на усталость), показаны в зависимости от предела прочности для стали на рис. 82, для алюминиевых сплавов — на рис. 83.

Цифрами на кривых показано количество дней, в течение которых образец подвергался воздействию коррозионной среды (воды) до испытания на усталость. Кривые на рис. 82, 83 соответствуют усталостным испытаниям при изгибе с вращением на базе 10 млн. циклов.

Влияние коррозии для случая одновременного действия коррозионной среды и переменных напряжений представлено в виде зависимости коэффициентов $\beta_{\text{кор}}$ от предела прочности для стали на рис. 84 и для чугуна на рис. 85. Эти данные получены при изгибе с вращением на лабораторных образцах на базе 10 млн. циклов при частоте нагружения 2000—3000 циклов в минуту.

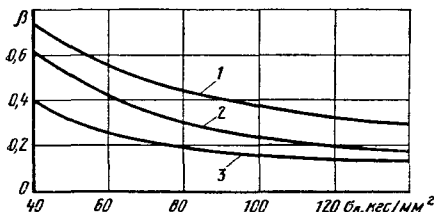


Рис. 84. Влияние коррозии в процессе испытания на предел выносливости стальных образцов при изгибе с вращением (средние кривые):

1 — пресная вода (наличие концентрации напряжений); 2 — пресная вода (отсутствие концентрации); 3 — морская вода (отсутствие концентрации)

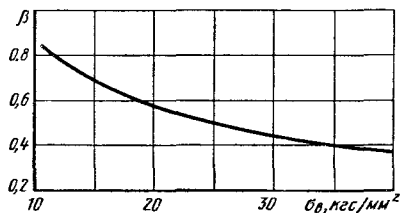


Рис. 85. Влияние коррозии в пресной воде на предел выносливости чугунных образцов при изгибе и кручении (средние кривые)

Коэффициент упрочнения ($\beta_{\text{упр}}$)

В настоящее время в промышленности широко применяются технологические методы поверхностного упрочнения деталей машин. К этим методам относятся:

- 1) химико-термические методы: азотирование, цементация, цианирование;
- 2) поверхностная закалка с нагревом токами высокой частоты (т. в. ч.);
- 3) наклеп поверхностного слоя: обкаткой роликами, обдувкой дробью, чеканкой и т. п.;
- 4) комбинированные методы: цементация с последующей обдувкой дробью и т. п.

При применении указанных методов свойства металла поверхностного слоя изменяются (происходит упрочнение металла поверхностного слоя); кроме того, в детали создаются остаточные напряжения, которые в поверхностном слое — обычно сжимающие. Обе указанные причины резко повышают ресурс (иногда в десятки раз) и пределы выносливости (в ряде случаев до 2—3 раз и более).

Влияние методов упрочнения на сопротивление усталости оценивается коэффициентом $\beta_{\text{упр}}$:

$$\beta_{\text{упр}} = \frac{\sigma_{-1\text{д упр}}}{\sigma_{-1\text{д}}},$$

где $\sigma_{-1\text{д упр}}$, $\sigma_{-1\text{д}}$ — пределы выносливости упрочненных и неупрочненных образцов соответственно.

Средние значения $\beta_{\text{упр}}$ при различных методах поверхностного упрочнения даны в табл. 18, 19, 20.

Следует отметить, что приведенные значения $\beta_{\text{упр}}$ соответствуют оптимальной технологии упрочнения и отсут-

ствию технологических дефектов. При неправильной технологии упрочнения или наличии дефектов (например, при обрыве поверхностного закаленного слоя в зоне концентрации напряжений, при обезуглероживании поверхностного слоя, шлифовочных прижогах и других дефектах) может получиться не повышение, а даже снижение пределов

выносливости. Поэтому введение в расчет по формуле (11.1) коэффициентов $\beta_{упр}$ возможно только при проведении исследований для обоснования технологических режимов упрочнения применительно к конкретной детали и при получении стабильного эффекта упрочнения (увеличение предела выносливости) в условиях производства.

Таблица 18

Влияние поверхностной закалки токами высокой частоты на предел выносливости

Материал	Тип образца	Диаметр образца, мм	$\beta_{упр}$
Углеродистые и легированные конструкционные стали	Без концентрации напряжений	7—20 30—40	1,3—1,6 1,2—1,5
	С концентрацией напряжений	7—20 30—40	1,6—2,8 1,5—2,5
Чугун	Гладкие образцы и образцы с концентрацией напряжений	20	1,2
Примечание. Данные приведенные в таблице, соответствуют случаю изгиба с вращением. Толщина закаленного слоя 0,9—1,5 мм. Большие значения соответствуют образцам с большим уровнем концентрации напряжений.			

Таблица 19

Влияние химико-термической обработки на предел выносливости

Характеристика химико-термической обработки	Тип образца	Диаметр образца, мм	$\beta_{упр}$
Азотирование при глубине слоя 0,1—0,4 мм, твердость слоя HB 730—970	Без концентрации напряжений	8—15 30—40	1,15—1,25 1,10—1,15
	С концентрацией напряжений (поперечное отверстие, надрез)	8—15 30—40	1,9—3,0 1,3—2,0
Цементация при толщине слоя 0,2—0,6 мм	Без концентрации напряжений	8—15 30—40	1,2—2,1 1,1—1,5
	При наличии концентрации напряжений	8—15 30—40	1,5—2,5 1,2—2,0
Цианирование при толщине слоя 0,2 мм	Без концентрации напряжений	10	1,8

Таблица 20

Влияние поверхностного наклепа на предел выносливости

Материал	Способ обработки	Тип образца	Диаметр образца, мм	$\beta_{упр}$
Углеродистые и легированные конструкционные стали	Обкатка роликом	Без концентрации напряжений	7—20 30—40	1,2—1,4 1,1—1,25
		С концентрацией напряжений	7—20 30—40	1,5—2,2 1,3—1,8
	Обдувка дробью	Без концентрации напряжений	7—20 30—40	1,1—1,3 1,1—1,2
		С концентрацией напряжений	7—20 30—40	1,4—2,5 1,1—1,5
Алюминиевые и магниевые сплавы	Обдувка дробью	Без концентрации напряжений	8	1,05—1,15

Список литературы

1. Вагапов Р. Д., Шишорина О. И., Хрипина Л. А. Моделирование при испытаниях на усталость. — В кн.: Испытания деталей машин на прочность. Под ред. С. В. Серенсена, М., Машгиз, 1960, с. 24—66.
2. Гальперин М. Я., Когаев В. П. Параметры функций распределения пределов выносливости образцов из сталей и легких сплавов. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте. Под ред. С. В. Серенсена, М., «Наука», 1969, с. 36—40.
3. Кудрявцев И. В., Белкин М. Я. Влияние поверхностного наклепа на сопротивление усталости круглых валов из легированной стали. — В кн.: Вопросы механической усталости под ред. С. В. Серенсена, М., «Машиностроение», 1964, с. 285—298.
4. Когаев В. П., Гиацинтов Е. В., Степнов М. Н. Сопротивление усталости сплава АВТ и масштабный фактор. — В кн.: Конструкционная прочность легких сплавов и сталей. Под ред. С. В. Серенсена. Труды МАТИ, вып. 61. М., «Машиностроение», 1964, с. 5—18.
5. Конструкционная прочность авиационных сплавов. Под ред. С. В. Серенсена. Труды МАТИ, вып. 54, М., Оборонгиз, 1962, 102 с. Авт.: С. В. Серенсен, Е. В. Гиацинтов, В. П. Когаев, М. Н. Степнов.
6. Лейкин А. С. Напряженность и выносливость деталей сложной конфигурации М., «Машиностроение», 1968, 371 с.
7. Либерман Л. Я., Пейсихис М. И. Справочник по свойствам сталей, применяемых в котлостроении. Изд. 2-е. М. — Л., Машгиз, 1958, 408 с.
8. Материалы в машиностроении. Справочник в 5 т., М., «Машиностроение», 1968.
9. Нейбер Г. Концентрация напряжений. Под ред. А. И. Лурье, М., ОГИЗ — Гостехиздат, 1947, 204 с.
10. Справочник по авиационным материалам. Под ред. Александрова. М., «Транспорт», 1972, 328 с.
11. Степнов М. Н. Влияние абсолютных размеров деталей и концентрации напряжений на сопротивление усталости легких конструкционных сплавов в статистическом аспекте. — В кн.: Механическая усталость в статистическом аспекте. Под ред. С. В. Серенсена, М., «Наука», 1969, 174 с.
12. Степнов М. Н. Закономерности рассеяния предела выносливости конструкционного алюминиевого сплава. — «Машиноведение», 1965, № 4.
13. Шнейдерович Р. М. Прочность при статическом и повторно-статическом нагружениях. М., «Машиностроение», 1968, с.
14. Энциклопедический справочник. Машиностроение. Т. 3, разд. 2. Материалы машиностроения. М., Машгиз, 1947, с. 712.
15. Massanet C. Reveu Universelle des Mines de la Metallurgie, de Travaux Publiques de Sciences et des Arts, appliques l'Industrie, 9 series, T. XI, Juin, 1955, p.p. 203—232.
16. Moore H. F., Morkovin D. Second Progress Report on The Effect of Size of Specimen on Fatigue Strength of Three Types of Steel. Proc. of ASTM, vol. 43, 109 p., vol. 44, 1944, 137 p.
17. Ouchida H. Proc. of The Second Japan congress on testing materials, 1959, 14 p.
18. Peterson R. S., Wahl A. M. Two and Three Dimensional Cases of Stress Concentration and Comparison with Fatigue Tests. Trans. ASME, vol. 58, 1936, p.p. 1—15.
19. Peterson R. E. Stress concentration design factors. Welley, New York, 1953, 55 p.
20. Thum A., Bruder E. Flanschwellen Dauerbrüche und ihre Ursachen. — Deutsche Krafftahrforschung, Nr 41, Berlin, 1934.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

- Амплитуда напряжений 87, 177, 301
- — предельная 129, 172
- — при расчете на усталость 175
- Асимметрия цикла 78, 79, 81

Б

- Балка — Разрушение 73
- Результаты расчетов на изгиб 70
- Баушингера эффект 77
- Блок нагружения — Определение 176
- Понятие 175, 288
- Болт крепления крышки кривошипной головки шатуна —
- Выносливость 360, 361
- Затяжка 359
- Податливость 357—358
- Прочность 360
- Силовые факторы в стыке 358—359
- Болт прессы стальной — Выносливость 363
- Запас прочности 363
- Затяжка 362
- Коэффициент внешней нагрузки 362
- Податливость 361—362
- Предел выносливости 363
- Брус кривой — Кривые предельных нагрузок 73
- Перемещения 40—47
- Функции пластичности 427, 432
- Брус прямой — Изгиб 260—261
- Кривые предельных нагрузок 73

В

- Вал — Выносливость 314, 315
- Жесткость 320, 324
- Запас прочности 324, 325
- Концентрация напряжений 314, 315
- Назначение 314
- Несущая способность 325
- Опасные сечения 322
- Перекос оси 323
- Поверхностное упрочнение 319
- Поворот оси 323
- Предел выносливости 327
- Предел усталости 319
- Предельно допустимые перемещения 322, 323
- Предельные нагрузки 322
- Приведенный диаметр 326
- Пример рациональной конструкции 320
- Прочность 314—316
- Расчет на выносливость 320—321, 326—328
- Расчет на статическую прочность 320—321
- Сопротивление усталости 319
- Улучшение конструкции 314
- Эквивалентный диаметр 324, 326
- Вал коленчатый — Запас прочности 330
- Концентрация напряжений 316—318
- Коренная шейка 329
- Литая наклонная щека 316
- Наклонные щеки 315, 316
- Опасное сечение 328
- Параметры 319
- Примеры расчета 332—346
- Прочность 316—318
- Расчет 474
- Расчет на выносливость 344—346
- Расчет на усталость 328
- Формы колена 316, 317
- Шатунная шейка 328, 329
- Щека 329

- Вал рабочего органа машинного орудия —
- Расчет на выносливость 339—342
- Расчет на статическую прочность 338—339
- — редуктора промежуточный — Расчет на выносливость 334—336
- — Расчет на статическую прочность 332
- — с канавкой — Определение расчетных характеристик сопротивления усталости 279—280
- — ступенчатый с галтелью — Определение расчетных характеристик сопротивления усталости 277—278
- Вейбулла распределение 256
- — теория хрупкого разрушения 255
- — уравнивания 255
- Вейбулла — Гнеденко распределение 262
- Вероятность разрушения — Определенно, 9, 291—293
- Пример вычисления 293—294
- Время до разрушения 196, 217, 218, 222
- Выносливость — см. *Сопротивление усталости*
- Рассеяние характеристик 257
- Вязкость разрушения — Понятие 229
- — ударная — Испытания 235

Г

- Гауланда теоретические решения 442
- Гипотеза наибольших касательных напряжений — Применение 12, 170
- — октаэдрических напряжений 256 —
- — Применение 170
- — о сохранении прямых радиусов плоского сечения при кручении и растяжении — Применение 34
- — плоских сечений — Применение 19, 29, 37, 95, 245
- — ползуности — Понятие 189 — Применение 189
- — прочности — Применение 128, 129, 170, 255
- — старения — Применение 189
- — суммирования усталостных повреждений — Применение 175, 178, 217, 283, 294
- Гистерезис при циклическом деформировании 119
- Градиент напряжений относительный 133
- — по сечению 226
- Градиент первого главного напряжения — Понятие 258

Д

- Дагдейл модель 232, 233
- Диванатор деформаций — Определение 17
- — напряжений — Определение 17
- Деформация максимальная — Зависимость от числа циклов 101
- — накопленная 219 — Линии равных интенсивностей 114, 115
- — объемная — Определение 17
- — остаточная 78, 79
- — пластическая 78, 79 — Зависимость от числа полциклов 204 — Неоднородность 119 — Приближенное решение задач 68—70 — Текущее значение 201
- — ползуности — Влияние температуры 187 — Зависимость от числа полциклов 204 — Упрощенное выражение 190
- — полная — Определение по кривым ползуности 191
- — приведенная — Зависимость от ширины петли 84

- при изгибе — Схема 19
- разрушения — Определение 197
- суммарная 191, 205 — Определение 80 — Схема изменения 78, 79
- текущая 203 — Определение 205
- Деформирование** длительное циклическое — Схема кривых 203 — Уравнение 203
- полимерных материалов 191
- упруго-пластическое — Стадии 7
- циклическое 80 — Диаграмма 201
- Изучение 77 — Параметры 426 — Схема 202

Диаграмма деформирования железа Арм-ко 12

- меди 14
- обобщенная 204
- при кручении 11
- при растяжении 10, 11
- при упруго-пластическом напряжении 78
- хромокремнемарганцевой стали 14

Диаграмма квазистатического разрушения 235

- сдвига 11
- усталости 220, 221, 224, 257

Диаграмма предельных напряжений — Использование 172 — Построение 126, 127 — Схема 218

- при асимметричных циклах 138, 149
- при кручении 127, 128
- при растяжении 128
- схематизированная 171

Диаграмма циклического деформирования — 201 — Основная зависимость 200 — Понятие 77 — Построение 90

- обобщенная 87, 88
- при асимметричном цикле 83, 85

Диск — Расчет 51 — Результаты расчетов 70, 71

- Дисперсия долговечности — Оценка 294
- ресурса 303
- случайной величины 275, 276

Доля излома вязкая 235

Ж

Жесткость цилиндрическая круговой пластинки 52

- оболочки осесимметричной 61

З

Запас прочности — Коэффициент — см. Коэффициент запаса прочности — Определение 7—9, 72, 75, 171—174, 219, 282

- компенсаторов 414
- по долговечности 7, 8, 215
- по нагрузкам — Определение 118
- по перемещениям 214, 414
- по пределу текучести — Определение 75
- по предельной нагрузке 7
- по разрушению 215
- по ресурсу 7, 8 — Определение 118

Зона долома — Образование 123

И

Излом внутрикristаллитный 188

- междикristаллитный 188
- усталостный — Зоны 121, 122 — Особенности 121, 122 — Фокус 121, 122
- Изолинии равных касательных деформаций 232—233

Интенсивность деформаций 114, 395

Интрузии — Образование 121

- Понятие 121

Испытания без выдержек при постоянной скорости нагрузки 211

- при постоянном размахе деформации 211
- с выдержками при постоянном напряжении 211
- усталостные 153, 156, 168, 169, 177, 217

К

Квантиль нормального распределения 295, 302

Ковариация случайных величин 275, 276

Компенсатор — Несущая способность 397

- Расчет на малоцикловую усталость 411

Статическая прочность 397

Компенсатор линзовый 396, 410 — Применение 396

- сильфонный — Долговечность 416 —

Конструкция 396 — Методика приближенного расчета 399 — Перемещения относительные 400 — Применение 396 —

- Пример расчета на прочность 414 —

Смещение 396 — Схема сечения 402

- торовой 307, 410 — Перемещения относительные 400 — Расчет 411

Концентрация напряжений 105, 106 —

- Влияние на предельные амплитуды напряжений 139 — Разрушение 157

- при сложном напряженном состоянии — Влияние на сопротивление усталости 140

Коррозия — Влияние на предел выносливости 163 — Стойкость 161

Коффина — Мэнсона уравнение 112

Коши условия 50

Коэффициент асимметрии цикла 82, 103, 160, 387, 388 — Определение 126

- Понятие 126

Коэффициент вариации 274, 275, 276, 277

Коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения 130, 131, 266

- на предел прочности сталей и чугунов 417

- на предел текучести 417

Коэффициент влияния коррозии для гладких образцов 166

- для образцов с концентрацией напряжений 166

Коэффициент запаса прочности 214 — Определение 170, 172, 173, 183

- минимально допустимый — Влияние достоверности определения усилий и напряжений 175 — Влияние однородности материалов 175 — Влияние уровня технологии изготовления детали 175 — Значения 175

- по ресурсу — Определение 182

- по усталости — Определение 173

- сварных рам 388

Коэффициент интенсивности напряжений 299, 231

- критический 243 — Определение 239

Коэффициент концентрации деформаций 101 — Зависимость от числа полуциклов нагружения 100

Коэффициент концентрации напряжений 65, 66, 99, 101 — Диаграммы для патрубков 392, 393

- Диаграммы в месте присоединения цилиндра к плоскому дну 393

- Зависимость от числа полуциклов нагружения 100

- Определение 225, 226
 - Определение по диаграммам Нейбера 462
 - Опытные значения 467, 468, 473—476
 - Понятие 225
 - Коэффициент концентрации напряжений** теоретический — Определение 442 — Понятие 133 — Пример расчета для вала с запячником 461
 - — эффективный — Определение 135, 136 — Определение по статической теории подобия усталостного разрушения 135 — Понятие 134
 - Коэффициент нагруженности относительный** 302
 - — предельный 296, 302
 - Коэффициент поперечного сужения** 109
 - — приведения 84, 86, 87, 103
 - — снижения предела выносливости 130
 - — упрочнения — Определение 478
 - — формы сечения — Значения 21 — Определение 20, 21
 - — чувствительности материала к асимметрии цикла 127 — Определение 127 — Понятие 127
 - — эквивалентности 327
 - Коэффициент чувствительности материала к концентрации напряжений** — Влияние абсолютных размеров 135
 - Влияние распределения напряжений 134
 - Влияние свойств материала 134
 - Влияние температуры 226
 - Понятие 134
 - Кривая деформирования** 86 — Аналитическое описание 13, 14 — Аппроксимация 14, 15
 - — длительной прочности 188, 210 — Влияние времени выдержек 215 — Понятие 188 — Уравнение 195, 217
 - — длительного циклического деформирования 203, 205, 208
 - — коррозионной усталости 161, 162, 164
 - — малоциклового усталости 209, 395, 411
 - Кривая ползучести** — Понятие 187 — Свойства 187 — Сопоставление эксперимента и расчета 194 — Схема 188
 - — армко-железа при различных температурах 187
 - — для различных чисел циклов 205
 - — стеклопластика 192
 - — хромомолибденовой стали при различных напряжениях и температуре 188
 - Кривые ползучести изохронные** 191, 206 — Подобие 206
 - — для стеклопластика 192
 - — для хромистой стали 191
 - Кривая хрупкого разрушения** 235, 250
 - — распределения твердости 150, 151
 - — релаксации 193 — Подобие 193, 207 — Схема 189
 - Кривая усталости** — Описание 110, 124 — Параметры 476, 477 — Построение 124 — Уравнение 124
 - — для сильфонного компенсатора 414, 416
 - — железнодорожной оси при изгибе с вращением 142
 - — образцов из стали 20X в различных средах 164
 - — при асимметричном цикле 113
 - — при жестком нагружении 113, 114, 411
 - — при использовании гипотезы линейного суммирования 217
 - — при мягком нагружении 114
 - — при повышенной температуре 216
 - — по образованию следов скольжения 121
 - — по разрушению 121
 - Критерий остановки трещины** 241
 - — подобия — Область применения 265
 - — подобия усталостного разрушения обобщенный 262
 - — предельных состояний 5
 - — разрушения 195
 - — распределения трещины силовой 229
 - — хрупкого разрушения 234
 - — усталости 302
 - Крюк** — Определение раскрытия зева 47, 48
 - Основные размеры 47
- П**
- Ларсена — Миллера** параметрическая зависимость 196
 - Линии предельных напряжений** 171
 - — сдвига 119
 - — скольжения 120
 - — усталостные — Возникновение 123 — Понятие 123 — Форма 123
- М**
- Мазинга** — Зависимость 77
 - Обобщенный принцип 78
 - Принцип 78, 94
 - Материалы анизотропные** — Свойства 11, 13
 - — конструкционные — Механические свойства 417
 - — метастабильные — Свойства 11, 13
 - — полимерные — Деформирование 191
 - — стабильные 78—81
 - — разупрочняющиеся 78, 80, 81
 - — упрочняющиеся 78, 80, 81
 - Металлоукав** — Испытания 411, 414
 - Расчет 416
 - Смещения 397, 399
 - Метод двух надрезов** 246
 - — максимумов 284, 285
 - — муара — Применение 66, 114
 - — переменных параметров упругости 18
 - — перемиожения матрицы 256
 - — полных циклов 282, 287
 - — последовательных приближений 296—297
 - — размахов 284, 286
 - — расчета на прочность детерминистический 170
 - — сеток — Применение 66
 - — укрупненных размахов 282, 287
 - — упругих решений
 - — функции комплексного переменного — Применение 232
 - — экстремумов 284—286
 - Модель усталостного разрушения** 255
 - Модуль разгрузки** 82, 83
 - — упругости 82, 83
 - — циклического упрочнения — Определение 90
 - Монте-Карло** метод 256
 - Мора гипотеза** 256
 - Мора — Максвелла** уравнения обобщенные 40, 41
 - Мэнсона — Хальфорда** параметрическая зависимость 196

П

- Нагружение жесткое** 30, 87, 91, 116, 117
 — — мягкое 8, 7, 91, 116, 117
 — — сложное — Понятие 173
Нагрузка предельная 117, 118, 437
 — — по деформациям — Определение 74
 — — по разрушению — Кривые 73 — Определение 72, 118
Нагрузка статическая — Понятие 71
Надрез 246
Напряжение в детали при асимметричных циклах 173
 — — длительное — Скорость повреждения 219
 — — допускаемое — Диаграмма 385—387
 — — критическое 237, 238
 — — максимальное — Зависимость от числа циклов 101
 — — номинальное — Понятие 133
 — — октаэдрические касательные — Определение 12—13
 — — остаточное 148, 149, 152, 153, 157 — Влияние усилия обкатки 148 — Эпюры при различных процессах поверхностной обработки 148
 — — переменное — Запас по долговечности 221 — Определение 217, 218 — Повреждение усталостное 220 — Скорость ползучести 221 — Уравнение усталости 221
 — — предельное 138, 139, 149, 150, 154, 155, 171, 218
 — — приведенное 83
 — — рабочее 154
 — — разрушающее 237 — Влияние температуры и времени работы 194 — Определение при заданных температуре и ресурсе 196
 — — сдвига — Определение 11
 — — эквивалентное 220 — Определение при расчете запаса прочности 183
Нейбера номограмма — Примеры использования 461
 — — формула 65, 208
 — — теоретические решения 442
Несущая способность 199 — Закономерности 73, 74
 — Критерии 18
 — Определение 7, 8
 — Оценка 117, 247
 — Характеристика 7
Несущая способность деталей из пластичных материалов — Определение 11, 74
 — — деталей из хрупких материалов — Определение 74
 — — компенсаторов 397
 — — малоцикловая 417
 — — повторностатическая 417
 — — по деформациям 71
 — — по перемещениям 71 — Закономерности 74 — Определение 214
 — — по разрушению 72, 214
 — — по сопротивлению усталости 71
 — — предельная 5
 — — при длительном действии статических и циклических нагрузок 212
 — — при статическом нагружении 71
 — — статическая 417
Номограмма для определения теоретического коэффициента концентрации 461
 — — числа циклов до разгрузки 415

О

- Оболочка бесконечная постоянной толщины под действием кольцевой силы** — Упру-

- гопластическое деформирование 64, 65
 — — вращения — Упругопластическое деформирование 398
 — — осесимметричная — Изгиб 61—64 — Смещение 397
 — — с усиленными отверстиями и патрубками — Результаты расчета, 66, 68
 — — торная — Деформированное состояние 398
Ось — Понятие 314
 — Расчет на выносливость 320—321
 — Расчет на статическую прочность 320, 321
Охрупчивание — Возникновение 5
 — Понятие 188
Очаг зарождения трещины — Влияние на эффект упрочнения 159
 — — подслоного разрушения 155
 — — разрушения — Влияние концентрации напряжений 158 — Возникновение 122 — Выявление 122 — Понятие 122

П

- Перемещения предельно допустимые валов** 71, 72
 — — дисков турбин 72
 — — цепей 72
Петля деформирования — Зависимость от исходной деформации 82
 — Ширина 78, 80, 84, 199, 200
 — Фиктивная ширина 80
Пластина круговая — Деформации 50, 51, 54, 55
 — Напряжения 51, 54
 — Области пластичности 59
 — Осесимметричное растяжение и изгиб 53
 — Уравнения равновесия 49, 53
 — Уравнения совместности деформаций 49, 53
Пластина перфорированная — Коэффициент концентрации 392, 394
 — Определение напряжений 392
Пластина с надрезом 342, 343
 — — с отверстием — Определение расчетных характеристик сопротивления усталости 278, 279
Пластичность — Интегральные функции 19
 — Области 21
Поверхность предельных напряжений при асимметричном цикле 218 — Схема 219
Повреждение квазистатическое — Определение 113
 — — накопленное — Влияние времени деформирования 210, 211 — Определение 198
 — — статическое длительное — Определение 198
 — — относительное — Определение 177
 — — относительное усталостное 176, 178
 — — усталостное — Накопление 157 — Определение 209
Ползучесть — Влияние температуры 187
 — Минимальная скорость 195
 — Общее уравнение 189
 — Параметры 189
 — Понятие 187
 — Стадии 187
 — Функции времени 190
Ползучесть материала циклически разрушающегося 204
 — — при асимметричном цикле 218
 — — циклическая — Изохронные кривые 206

- Полоса с отверстием** 114, 115 — Расчет 116, 117
- Предел выносливости** 120, 121 — Влияние анодных покрытий 169
- Влияние глубины наклепанного слоя 156
 - Влияние качества обработки поверхности 477
 - Влияние комбинированного упрочнения 169
 - Влияние концентрации напряжений 159
 - Влияние наклепа 154
 - Влияние обдувки дробью 158
 - Влияние обкатки шариками 156
 - Влияние поверхностного упрочнения 152, 478, 479
 - Влияние предварительной коррозии 163, 478
 - Влияние предела прочности 164
 - Влияние состояния поверхности 145
 - Влияние твердости 152
 - Влияние частоты испытаний 144
 - Влияние электролитического никелирования, хромирования 169
 - Зависимость от предела прочности 146
 - Зависимость от толщины упрочненного слоя 156, 168
 - Коэффициент снижения 130
 - Медианное значение 166, 273
 - Определение 125, 126, 263—265
 - Основные причины снижения 132
 - Повышение с помощью конструктивных мер 143
 - Распределение по поперечному сечению с учетом влияния остаточных напряжений 154
 - Снижение вследствие маркировки 146
 - Снижение при посадках 141
 - Средние значения 427
- Предел выносливости железнодорожных осей** 142
- — контактный 7
 - — натуральных деталей — Среднее значение 427
 - — по началу образования неразвивающихся трещин 142, 143
 - — по разрушению 142, 143
 - — при асимметричном цикле 126, 127
 - — при пульсационном цикле 126, 127
 - — при симметричном цикле 126, 127
- Предел длительной прочности** — Влияние времени до разрушения и температуры 188
- Зависимость от параметра жаропрочности по Ларсену — Миллеру 197
 - Понятие 188
- Предел коррозионной выносливости** — Влияние вида напряженного состояния 167
- Влияние масштабного фактора 167
 - Влияние остаточных напряжений 169
 - Влияние частоты приложения напряжений 161
 - Понятие 161
 - Совместное влияние коррозии и концентрации напряжений 166
- Предел ограниченной выносливости** — Влияние коррозии 163
- Предел ползучести** — Зависимость от деформации и скорости деформации 194
- Определение 194
 - Понятие 194
- Предел пропорциональности** 13, 82
- Предел прочности** 7, 235 — Влияние твердости поверхностных слоев 153
- — контактный 7 — Оценка 7
- Предел текучести** 7, 13, 77, 235 — Определение 12, — Понятие 13
- — для приведенной кривой 84
 - — контактный 7
 - — при асимметричном цикле 84
 - — условный — Понятие 12
- Прочность длительная** — Параметрические температурно-временные зависимости 197 — Уравнение кривой 195
- — конструкции — Оценка 6
 - — коррозионно-усталостная — Влияние технологических методов поверхностного упрочнения 169
 - — элементов конструкции — Оценка 5
- Р**
- Размах напряжений** 86, 87
- Разрушение** — Вероятность 301
- Влияние изменения предельных напряжений во времени 187
 - Влияние концентрации напряжений 169
 - Критерий 195
 - Описание 195, 235
 - Условие 113, 298, 301
- Разрушение детали в случае циклического нагружения и повышенных температур** 214
- — длительное статическое — Возникновение 5 — Возникновение трещин 6, 7 — Критерий 7
 - — длительное циклическое — Влияние циклического и длительного статического повреждения 209
 - — квазистатическое 110, 111 — Критерии 114 — Описание 113 — Поля деформаций 114 — Условия 108
 - — квазихрупкое — Механизм 6
 - — от статических нагрузок при высоких температурах 197
 - — переходное (смешанное) 116
 - — подслоное — Влияние глубины наклепанного слоя 155 — Влияние остаточных напряжений 155
 - — Переход к поверхностному 155 — Очаг 155
 - — при концентрации напряжений 157
 - — при неоднородном напряженном состоянии 114, 115
 - — при однородном напряженном состоянии 114, 115
 - — статическое — Поля деформаций 114
 - — усталостное 110, 111 — Возникновение 5 — Использование 119 — Методы изучения 119 — Описание 113 — Условия 108, 176, 225
 - — хрупкое — Критерии 6 — Механизм 6 — Условия 230
- Рамы сварные** — Запас прочности 388
- Раскрытие трещины** — Определение 245
- Распределение амплитуд напряжений** — Описание 296
- Расчет на прочность детерминистический** 170
- — по эквивалентной нагрузке 184
- Режим переменных напряжений установившийся** — Понятие 169
- Релаксация напряжений** — Понятие 188, 189 — Схема кривой 189
- Релея** — Закон распределения 179
- Ресурс детали** 176 — Влияние применения различных гипотез суммирования усталостных повреждений 178
- — Определение 295
 - — Распределение при различных законах распределения амплитуд напряжений 181

— Определение при Рэлеевском законе распределения 180
 — Функции распределения 295
Ресурс детали в блоках нагружения —
 — Определение 183
 — — мернанный 294, 303
 — — предельный — Определение 182
 — — средний — Определение 178, 179
Робертсона метод 241
Руинг — **Култа метод** 61

С

Сварное соединение — см. **Соединение сварное**
Свойства механические — **Распределение по сечению** 150
Скорость повреждения 219
 — — ползучести 195, 219
Следы сдвига — **Глубина** 120
 — **Развитие** 120
Соединение болтовое — **Диаграмма предельных напряжений** 353
 — **Диаграмма усилий** 347, 348
 — **Затяжка** 347
 — **Конструкция гаек** 354
 — **Коэффициент внешней нагрузки** 350
 — **Коэффициент затяжки** 350
 — **Коэффициент концентрации напряжений** 353
 — **Напряжения** 351, 352
 — **Податливость** 348
 — **Порядок расчета** 356, 357
 — **Расчет на выносливость** 352—355
 — **Расчет на статическую прочность** 352
 — **Усилия** 347
Соединение сварное — **Выносливость** 364, 379, 380
 — **Дефекты** 379, 380
 — **Диаграмма предельных напряжений** 382, 384—386
 — **Допускаемые напряжения** 383
 — **Основной металл** 364
 — **Остаточные напряжения** 376—378
 — **Предел выносливости** 364, 377, 378
 — **Расчет на прочность при статических нагрузках** 380
 — **Расчет на прочность при переменных нагрузках**
 — **Расчет на усталость** 389
Соединение сварное встык 364—367 — **Расчет на прочность при статических нагрузках** 380, 381
 — — **шпарт** 371, 372 — **Расчет на прочность при статических нагрузках** 381
 — — **комбинированные** — **Расчет на прочность при статических нагрузках** 381
 — — **с лобовыми швами** 367, 368
 — — **с присоединенными конструктивными элементами** 371, 373—375
 — — **с торовыми (лобовыми) швами** — **Расчет на прочность при статических нагрузках** 381
 — — **с фланговыми швами** 368—371 — **Расчет на прочность при статических нагрузках** 381
Сопротивление деформациям 8
 — — **длительному статическому деформированию** 187
 — — **длительному циклическому деформированию** 199
 — — **коррозионной усталости** — **Влияние азотирования** 169 — **Влияние наклепа** 169 — **Влияние поверхностной закалки** 169 — **Влияние электролитического**

хромирования 169 — **Методы повышения** 169
 — — **пластическому деформированию** 10—
Характеристики 12, 13
 — — **разрушению** 8, 12, 239 — **Зависимость от температуры** 234, 240, 241 — **Определение** 241, 242
 — — **разрыву истинное** 235 — **Определение** 11 — **Понятие** 10
 — — **срзу истинное** — **Понятие** 11
Сопротивление усталости — **Влияние абсолютных размеров поперечного сечения** 130
 — **Влияние градиента напряжений и абсолютных размеров** 226
 — **Влияние длины образцов** 132
 — **Влияние качества обработки поверхности** 145
 — **Влияние концентрации напряжений** 132, 138, 140
 — **Влияние коррозии** 161
 — **Влияние маркировки** 146
 — **Влияние нестабильности структуры и механических свойств** 216
 — **Влияние остаточных напряжений** 148
 — **Влияние поверхностного упрочнения** 153
 — **Влияние покрытий** 168
 — **Влияние посадок и коррозии трения** 141
 — **Влияние различных факторов** 130
 — **Влияние режимов точения** 146
 — **Влияние скорости убывания напряжений** 133
 — **Влияние смазки** 163, 164
 — **Влияние совместное коррозии и концентрации напряжений** 165, 166
 — **Влияние трещин коррозионной усталости** 161
 — **Влияние частоты испытаний** 144
 — **Зависимости** 125
 — **Основные факторы повышения при поверхностном упрочнении** 147
 — **Технологические методы повышения** 147
Сопротивление усталости при асимметричном цикле 217
 — — **при объемном напряженном состоянии** 128, 129
 — — **при плоском напряженном состоянии** 128, 129
Состояние материала — **вязкое** 5
 — — **кваси хрупкое** 247 — **Определение разрушающих напряжений** 248
 — — **предельное** 8 — **Возникновение** 5, 9 — **Определение** 6 — **Понятие** 6
 — — **предельное малоцикловое** — **Возникновение** 6 — **Понятие** 6
 — — **хрупкое** 5
Состояние напряженное плоское 230
 — — **при циклической ползучести** 207
 — — **упругое** 6
Срок службы детали — см. **Ресурс детали**
Старение 5
Степень однородности материала — **Значение** 75
 — **Понятие**
Стержень вращающийся — **Изгиб** 95 — **Схема распределения деформаций в сечении** 95
 — — **круглого сечения** — **Интегральные функции пластичности** 39, 40 — **Кривые предельной нагрузки** 73 — **Линейное упрочнение** 37, 38 — **Напряжения** 40 — **Параметр нагружения** 38, 39 — **Перемещения** 40—46 — **Предельные кривые** 38 — **Уравнения равновесия** 36, 37

Стойкость коррозионная — Понятие 161
Сужение поперечного сечения 235

Т

Твердость — Влияние режима упрочнения 151 — Кривые распределения 150, 151
 — — закаленных сталей — Влияние контактного давления 151
 — — поверхностных слоев — Влияние последующей поверхностной обработки 151
Температура гомологическая — Определения 187 — Понятие 187
 — — критическая 236, 238
 — — переходная — Влияющие факторы 246

Тензометрирование 392, 393

Теория малых упругопластических деформаций — Основные положения 17
 — — ползучести — Анализ деформирования тел 193
 — — прочности наиболее слабого звена 258
 — — старения 189

Трещина — Возникновение 6

— Зависимость от вида нагружения 230
 — Критическая длина 239
 — Модель 232
 — Образование 114, 115
 — Развитие 6, 119
 — Раскрытие 231, 232, 245
 — Распространение 229
 — Свободная поверхность 249
 — Скорость распространения 251
 — Силовой критерий распространения 229
 — Схема измерения раскрытия 245
 — Энергия образования 249

Трещина внутрикристаллическая — Возникновение 161
 — — коррозионной усталости 161
 — — лавиновидная — Возникновение 123 — Понятие 123

Трещина усталостная — Возникновение 6
 — Зарождение 6, 145, 155
 — Образование 108, 120, 121
 — Развитие 108, 123, 124
 — Скорость распространения 123
 — Условия возникновения 6, 123
 — Шероховатость поверхности 122, 123

Труба — Запас прочности 213

— Несущая способность 48

— Предельная нагрузка 48

— Элюара перемещений 49, 213

Трубопровод гибкий — Возможные смещения 397

— Схема 398

У

Уплотнение торовое 397

Упрочнение 95 — Влияние величины контактной площади 151
 — Влияние давления 151
 — Влияние среднего контактного давления 151
 — Деформации 104
 — Напряжения 105
 — Обобщенная диаграмма циклического деформирования 88, 90
 — Приращение напряжений 105
 — Схема при обкатке шариками 154
 — Эффект — см. *Эффект упрочнения*

Упрочнение линейное — Вычисление параметров 16

— Построение диаграммы 15, 16

Упрочнение комбинированное 169

— — поверхностное — Влияние на предел выносливости 143

Упрочнение полигональное — Области пластичности 21

— Параметры 418, 421

— Схема распределения напряжений 22

Упругость — Переменные параметры 18

Уравнение подобия 262—264

— — ползучести 189

— — равновесия 18

— — совместности деформаций 18

Условие подобия — Графическая интерпретация 200, 201

— Приращение деформаций 106, 107

— Приращение напряжений 106

Условие прочности для деталей с концентратором напряжений 170

— — для малопластичных и хрупких материалов 129

— — для симметричного цикла 129

— — при совместном действии изгиба и кручения 129, 170

Условия разрушения в зависимости от остаточных напряжений 148

— — гибких элементов

— — компенсаторов в условиях высоких температур 414

— — при поверхностном упрочнении 148

— — при циклическом нагружении 210

Усталость — Испытания 124, 252

— Определение характеристик 258

— Полная диаграмма 220, 221

— Понятие 119

— Процесс 6

— Расчет при амплитудах напряжений, меняющихся во времени 175

— Расчет при нестационарной напряженности и неограниченном ресурсе 295—302

— Расчет при нестационарной напряженности и ограниченном ресурсе 294—295

— Сопротивление — см. *Сопротивление усталости*

Усталость при стационарной нагруженности в вероятностном аспекте 291—294

— — сварных соединений 389

Усталость малоцикловая 6 — Кривые 395

— — при плоском напряженном состоянии — Расчет 302—303

Ф

Фокус излома — Понятие 121

— Расположение 121, 122

Функции времени 190

— — ползучести 189, 191

— — поправочные 230, 231, 237

— — распределения амплитуд напряжений 175, 176, 179

— — распределения долговечности 267—268

Функции пластичности интегральные кривого бруса 432, 433

— — при аппроксимации 94

— — при кручении и растяжении 435

— — стержней круглого сечения 426

— — стержней прямоугольного сечения 425

Ц

Цикл напряжений асимметричный 125 — Понятие 126

- пульсационный 125 — Возникнове-
ние 126 — Понятие 126
- — симметричный 125 — Возникнове-
ние 126 — Понятие 126

Ч

- Число циклов до разрушения — Номо-
грамма 415
- Определение 176, 217
- Приближенный расчет 415, 416

Э

- Экструзии — Образование 121, 122
- Понятие 121
- Элементы гибкие — Понятие 396
- Условие разрушения 414
- Элементы сосудов — Деформации 392

- Коэффициент концентрация 392, 393
- Материал 392
- Эффект сдвига фаз 95
- Эффект упрочнения — Понятие 154
- Влияние абсолютных размеров попереч-
ного сечения 156
- Влияние асимметрии цикла 160
- Влияние глубины проникновения оста-
точных напряжений 155
- Влияние концентрации напряжений 159
- Влияние механических свойств слоя 161
- Влияние остаточных напряжений 148
- Влияние очага зарождения трещины
159
- Влияние предела прочности 157
- Влияние различных факторов 153, 155
- Влияние распределения механических
свойств 150
- Влияние условия обкатки 149

Сергей Владимирович СЕРЕНСЕН,
Владимир Петрович КОГАЕВ,
Роман Миронович ШНЕЙДЕРОВИЧ

**Несущая способность
и расчет деталей машин
на прочность**

Редактор издательства *Н. С. Бояршинова.*

Технический редактор *Е. П. Смирнова.*

Корректор *А. П. Озерова*

Переплет художника *В. Б. Торгашова.*

Сдано в набор 23/VIII—1974 г. Подписано к печати
6/VIII—1975 г. Т-14507. Формат 60×90¹/₁₆. Бумага типо-
графская № 2. Усл. печ. л. 30,5. Уч.-изд. л. 38,75. Тираж
40 000 экз. Заказ № 1619. Цена 2 р 10 к.

Издательство «Машиностроение», 107885, Москва, Б-78,
1-й Басманный пер., д. 3.

Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское про-
изводственно-техническое объединение «Печатный Двор»
имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государ-
ственном комитете Совета Министров СССР по делам
издательства, полиграфии и книжной торговле. 197136,
Ленинград, П-136, Гатчинская ул., 26.